



Contribution à l'étude expérimentale et numérique du comportement des tôles d'épaisseur submillimétrique

Nicolas Bonnet

► To cite this version:

Nicolas Bonnet. Contribution à l'étude expérimentale et numérique du comportement des tôles d'épaisseur submillimétrique. Sciences de l'ingénieur [physics]. Arts et Métiers ParisTech, 2007. Français. NNT : 2007ENAM0004 . pastel-00003738

HAL Id: pastel-00003738

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00003738>

Submitted on 19 May 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Ecole doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

THÈSE

pour obtenir le grade de

Docteur

de

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité "Mécanique"

*présentée et soutenue publiquement
par*

Nicolas BONNET

le 23 mars 2007

**CONTRIBUTION A L'ETUDE EXPERIMENTALE ET
NUMERIQUE DU COMPORTEMENT DES TOLES
D'EPAISSEUR SUBMILLIMETRIQUE**

Directeur de thèse : **Pawel LIPINSKI**

Codirecteurs de thèse : **Véronique FAVIER
Tarak BEN ZINEB**

Jury :

Mme. Brigitte BACROIX,	Directrice de Recherche au CNRS, LPMTM, Université Paris 13, Villetaneuse	Examineur
M. Esteban BUSO,	Directeur de centre, Centre des Matériaux, ENSMP, Paris	Rapporteur
M. Philippe PICART,	Professeur, LMARC, Université de Franche-Comté, Besançon	Rapporteur
M. Pawel LIPINSKI,	Professeur, LFM, ENIM, Metz	Examineur
Mme. Véronique FAVIER,	Maître de Conférences HDR, LPMM, ENSAM, Metz	Examineur
M. Tarak BEN ZINEB,	Professeur, LEMTA, Université Henry Poincaré, Nancy I	Examineur
M. Albert TIDU,	Professeur, LETAM, ENIM, Metz	Invité
M. Gilles DUCHANOIS,	Maître assistant, LERMAB, ENSA, Nancy	Invité

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux
ENSAM, CER de Metz

Remerciements

Les contributions à ce travail de thèse sont nombreuses. Je remercie tout d'abord le Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux de m'avoir accueilli et tous les membres de la société SOLSI pour leur soutien et leur expertise.

Je remercie les membres du jury, Mme Brigitte Bacroix, M. Esteban Busso et M. Philippe Picart d'avoir accepté de juger ce travail.

Je souhaite aussi remercier toutes les personnes qui ont directement contribué à l'avancement de cette étude :

M. Paul Lipinski, Mme Véronique Favier et M. Tarak Ben Zineb qui m'ont encadré et qui n'ont pas compté leur temps et leur énergie à tout instant.

M. Sylvain Queyreau et M. David Barbier qui ont apporté leur contribution sur la partie expérimentale de cette thèse lors de leur DEA.

M. Albert Tidu qui a coencadré ces deux DEA et qui a partagé son savoir-faire.

M. Gilles Duchanois pour son aide précieuse sur la modélisation des microstructures, sa bonne humeur et son « grain de folie ».

Les collègues de l'atelier d'usinage et du laboratoire de matériau du centre ENSAM de Metz qui ont contribué à la réalisation des essais expérimentaux.

Je remercie également les personnes qui ont fait en sorte de me procurer les meilleures conditions de travail :

La direction de l'ENSAM et en particulier M. Godefroy Kugel qui m'a permis de me décharger, pendant plus d'un an, d'une moitié de mon service d'enseignement.

M. Claude Guyomard qui m'a incité à réaliser cette thèse et qui a fait en sorte que je puisse m'y consacrer au maximum en assumant la gestion et le développement du laboratoire industriel de fonderie auquel mes enseignements sont rattachés. A ce titre, je dois aussi remercier M. Olivier Naegelen qui a œuvré également dans ce sens.

Enfin je remercie tous mes proches pour leur soutien, mes parents, mon oncle, mes sœurs et beaux-frères, mais surtout ma femme qui, au quotidien, m'a aidé et soutenu.

RESUME

CONTRIBUTION A L'ETUDE EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE DU COMPORTEMENT DES TOLES D'EPAISSEUR SUBMILLIMETRIQUE.

La demande en termes de miniaturisation des objets manufacturés est sans cesse croissante. La fabrication en grande série des pièces submillimétriques est rendue difficile par un certain nombre de phénomènes liés à l'échelle.

L'objectif de cette thèse est de développer une approche complète permettant de prédire la réponse mécanique d'une tôle d'épaisseur submillimétrique lors d'une opération de mise en forme.

Dans un premier temps, des essais expérimentaux en traction uniaxiale sur des tôles minces de cuivre, d'aluminium et d'acier inoxydable sont réalisés. Ils permettent, entre autres, de mettre en évidence l'influence de la surface libre et de la distribution de taille de grains sur la réponse mécanique des tôles.

Dans un deuxième temps, une loi de comportement élasto-viscoplastique monocristalline, formulée en grandes déformations et prenant en compte les mécanismes physiques de déformation plastique, est développée et implantée dans le code éléments fins ABAQUS®. Cette loi de comportement utilise les densités de dislocations comme variables internes. Pour être fonctionnelle, cette approche nécessite la description de la microstructure du matériau simulé. Un traitement statistique de mesures réelles est développé afin de générer un modèle éléments finis représentant de façon précise la morphologie des grains, leurs tailles et leurs orientations cristallographiques.

Dans un troisième temps, la mise en œuvre de l'approche complète développée permet de reproduire les phénomènes que nous observons expérimentalement, à savoir :

- un adoucissement du comportement global du matériau,
- l'apparition d'un état de surface appelé peau d'orange,
- une forte localisation de la déformation dans l'épaisseur de l'éprouvette, orientée perpendiculairement à la direction de traction.

De plus, grâce à ce nouvel outil numérique, nous vérifions l'influence de la surface libre et la prédominance des gros grains sur la réponse globale des structures calculées.

Finalement, une machine d'essais in situ est conçue et réalisée dans le but de valider l'approche numérique, dans des conditions proches de celles observées en micro-formage.

CONTRIBUTION TO THE EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF SUBMILLIMETRIC SHEET BEHAVIOR

The miniaturization demand of manufactured parts is continuously increasing. Mass production of sub-millimeter parts is made difficult by a certain number of phenomena related to the work scale.

The aim of this PhD thesis is to develop an original approach allowing prediction of the mechanical response of thin sheets during the forming process.

Firstly, one-dimensional tensile tests on submillimetric sheets of copper, aluminium and stainless steel are conducted. They highlight the influence of the free surface and the grain size distribution on the mechanical response of sheets.

Secondly, an elasto-viscoplastic single-crystal constitutive law, formulated in large strains and taking into account the physical mechanisms of plastic deformation, is developed and implemented in the finite element code ABAQUS®. This constitutive law uses the dislocations densities as internal variables. To be functional, this approach requires a fine

description of microstructural state of the simulated material. A statistical processing of real measurements is developed in order to generate a finite elements model describing in a precise way the grains morphology, their sizes and their crystallographic orientations.

Then, this original methodology developed is used to reproduce the phenomena we observe in experiments, namely:

- softening of the global behavior of material,
- appearance of so-called orange peel,
- strong strain localization in the thickness of specimen, directed perpendicular to the tensile direction.

Besides, the exploitation of this numerical tool makes it possible to check influence of the free surface and the prevalence of the coarse grains on the global response of the real structures.

Finally, an in situ testing machine is designed and manufactured in order to validate the numerical approach, under conditions close to those generated in micro-forming.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	14
CHAPITRE 1 : EFFET DE LA MINIATURISATION DES PIECES SUR LEURS REPONSES EN MISE EN FORME	17
1. ETAT DE L'ART DE LA MISE EN FORME DES MINI-COMPOSANTS	18
1.1. Les différentes familles de micro-formage	18
1.2. Les difficultés liées au micro-formage.....	20
1.3. Conclusion.....	26
2. ETUDE EXPERIMENTALE DES TOLES MINCES SELECTIONNEES.....	26
2.1. Analyse métallurgique des feuilles de cuivre.....	27
2.2. Etude du comportement mécanique des feuilles de cuivre en traction uniaxiale	37
2.3. Conclusion.....	51
3. BILAN.....	51
CHAPITRE 2 : FORMULATION INCREMENTALE ET IMPLANTATION DANS UN CODE ELEMENTS FINIS DES LOIS DE COMPORTEMENT MONOCRISTALLINES VISCOPLASTIQUE ET PLASTIQUE	56
1. FORMULATION DE LA LOI DE COMPORTEMENT MONOCRISTALLINE EN TRANSFORMATIONS FINIES	57
1.1. Introduction de l'approche adoptée en transformations finies.....	57
1.2. Formulation de la loi de comportement	59
1.3. Ecritures particulières de l'écrouissage et de la loi d'écoulement	64
2. RESOLUTION DES EQUATIONS COMPORTEMENTALES : APPROCHE INCREMENTALE	68
2.1. Prédiction élastique.....	71
2.2. Correction plastique.....	71
3. IMPLANTATION DANS UN CODE ELEMENTS FINIS	78
3.1. Construction des modules cohérents	78
3.2. Préparation des formules à programmer et recensement des variables	81
3.3. Organisation de la base des données d'ABAQUS®	85
3.4. Organigrammes et algorithmes de la routine UMAT MVP.....	90
4. BILAN.....	97
CHAPITRE 3 : MODELISATION GEOMETRIQUE DES GRAINS ET ETUDE DE SENSIBILITE	101
1. MODELISATION GEOMETRIQUE DES GRAINS	102
1.1. Modélisation des grains par des formes géométriques régulières pavant l'espace	102
1.2. Modélisation des grains par calcul de croissance de germes	107
2. ESTIMATION DES PERFORMANCES DU MODELE.....	111
2.1. Description des paramètres matériaux et de la modélisation de l'essai de traction	111
2.2. Description des différentes modélisations des grains.....	114
2.3. Analyse de l'influence de la modélisation des grains.....	116
2.4. Analyse de la sensibilité à l'incrément de vitesse de glissement de référence.....	127
2.5. Analyse de l'influence du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.....	132
2.6. Analyse de l'évolution de la texture cristallographique.....	135
3. BILAN.....	137
CHAPITRE 4 : ANALYSE DU COMPORTEMENT DES TOLES MINCES EN TRACTION UNIAXIALE.....	139
1. INTRODUCTION.....	140
2. ANALYSE A L'ECHELLE DE L'EPROUVETTE.....	140
2.1. Analyse de la localisation de la déformation.....	140
2.2. Influence de la surface libre : cas des grains cubiques.....	143
2.3. Influence de la surface libre : cas des grains obtenus par germination.....	146
2.4. Influence de la distribution de taille de grains	153
2.5. Analyse de l'effet peau d'orange	155
3. ANALYSE A L'ECHELLE DU GRAIN	156
3.1. Influence de la surface libre	156
3.2. Influence de la distribution de taille de grains	166

4. BILAN.....	170
CHAPITRE 5 : DEVELOPPEMENT D'UNE MINI-MACHINE D'ESSAI ERICHSEN MODIFIE ET PREMIERS RESULTATS	172
1. DEVELOPPEMENT D'UNE NOUVELLE MINI-MACHINE D'ESSAI	173
1.1. <i>Cahier des charges</i>	173
1.2. <i>Revue des essais mécaniques sur tôles minces</i>	174
1.3. <i>Description du test retenu</i>	178
1.4. <i>Détails de conception de la machine d'essai</i>	181
1.5. <i>Caractérisation de la machine de test d'Erichsen modifié</i>	190
1.6. <i>Conclusion</i>	196
2. PRE-ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ESSAI D'ERICHSEN MODIFIE	196
2.1. <i>Essais d'Erichsen modifié sur le cuivre pur</i>	196
2.2. <i>Etude de la sensibilité à la vitesse de déformation</i>	201
3. BILAN.....	204
CONCLUSION GENERALE	101
ANNEXES	210

TABLE DES FIGURES

FIGURE 1 : MINI-PIECES FORGEES A FROID [VOL04].	19
FIGURE 2 : COUPELLE EMBOUTIE (EPAISSEUR DU FLAN = 0,02MM) [VOL04].	19
FIGURE 3 : STENT ET SON PRINCIPE D'INSTALLATION [ABB06].	20
FIGURE 4 : MICRO-ARBRE DE TRANSMISSION [VOL04].	20
FIGURE 5 : ECOULEMENT DE LA MATIERE LORS D'UN TEST DE MICRO-EXTRUSION DOUBLE, EN FONCTION DU COEFFICIENT DE FRICTION [TIE00].	21
FIGURE 6 : POCHES DE LUBRIFIANT OUVERTES A GAUCHE ET FERMEES A DROITE [TIE00].	21
FIGURE 7 : COURBES D'ECROUISSAGE EN TRACTION DU CuNi18Zn20 POUR DIFFERENTES VALEURS DE LONGUEUR CARACTERISTIQUE [KAL00].	22
FIGURE 8 : COURBES D'ECROUISSAGE EN TRACTION DU CuZn36 POUR DIFFERENTES EPAISSEURS T_0 D'EPROUVETTES (0,1-0,5MM) AVEC UN RATIO LARGEUR(W_0)/EPAISSEUR(T_0) CONSTANT [MIC03].	23
FIGURE 9 : ANISOTROPIE DE DEFORMATION DU CuNi18Zn20 EN FONCTION DE LA LONGUEUR CARACTERISTIQUE λ [KAL00].	23
FIGURE 10 : POURCENTAGE DE STRICTION ϵ_n DU CuNi18Zn20 ET CuZn15 POUR DIFFERENTES VALEURS DE LA DIMENSION CARACTERISTIQUE λ ET POUR DIFFERENTES TAILLES DE GRAIN D [KAL00].	24
FIGURE 11 : EVOLUTION DE LA CONTRAINTE D'ECOULEMENT EN FONCTION DE LA TAILLE MOYENNE DE GRAINS D [CON04].	25
FIGURE 12 : COURBES D'ECROUISSAGE ET LEUR ZONE D'INCERTITUDE POUR UN ALLIAGE D'ALUMINIUM A DIFFERENTES EPAISSEURS [FUL06].	26
FIGURE 13 : REPERE D'OBSERVATION.	27
FIGURE 14 : MICROGRAPHIE DU CUIVRE A L'ETAT INITIAL.	28
FIGURE 15 : MICROGRAPHIE DU CUIVRE RECUIT 1 HEURE.	28
FIGURE 16 : MICROGRAPHIE DU CUIVRE RECUIT 3 HEURES.	28
FIGURE 17 : MICROGRAPHIE DU CUIVRE RECUIT 7 HEURES.	29
FIGURE 18 : MICROGRAPHIES DU CUIVRE SUIVANT LE PLAN TRANSVERSE POUR DIFFERENTS RECUIITS.	29
FIGURE 19 : CARTOGRAPHIE EBSD DE LA MICROSTRUCTURE DU CUIVRE A L'ETAT INITIAL.	30
FIGURE 20 : CARTOGRAPHIE EBSD DE LA MICROSTRUCTURE DU CUIVRE RECUIT 1 HEURE.	31
FIGURE 21 : CARTOGRAPHIE EBSD DE LA MICROSTRUCTURE DU CUIVRE RECUIT 3 HEURES.	31
FIGURE 22 : DISTRIBUTION DE LA TAILLE DE GRAIN EN FONCTION DU TRAITEMENT THERMIQUE.	32
FIGURE 23 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES DU CUIVRE A L'ETAT INITIAL.	33
FIGURE 24 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES (111) « TYPE CUIVRE » POUR UN MATERIAU LAMINE (A.) ET UN MATERIAU LAMINE RECRISTALLISE (B.)[GOT78].	34
FIGURE 25 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES DU CUIVRE RECUIT 1 HEURE – MESURE EN SURFACE.	34
FIGURE 26 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES DU CUIVRE RECUIT 1 HEURE – MESURE A COEUR.	35
FIGURE 27 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES DU CUIVRE RECUIT 3 HEURES – MESURE EN SURFACE.	35
FIGURE 28 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES DU CUIVRE RECUIT 3 HEURES – MESURE A CŒUR.	35
FIGURE 29 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES DU CUIVRE RECUIT 7 HEURES – MESURE EN SURFACE.	36
FIGURE 30 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES DU CUIVRE RECUIT 7 HEURES – MESURE A CŒUR.	36
FIGURE 31 : ORIENTATIONS MAJEURES (FDP RECALCULEES D'UNE FEUILLE DE CUIVRE A L'ETAT INITIAL).	37
FIGURE 32 : DIMENSIONS DES EPROUVETTES DE TRACTION (EN MM) DONT L'EPAISSEUR EST DE 100 μ m OU 250 μ m.	38
FIGURE 33 : INFLUENCE DU RECUIT SUR LE COMPORTEMENT MACROSCOPIQUE.	39
FIGURE 34 : INFLUENCE DE L'ORIENTATION SUR LE COMPORTEMENT DU MATERIAU (RECUIT 1 HEURE).	40
FIGURE 35 : INFLUENCE DE L'ORIENTATION SUR LE COMPORTEMENT DU MATERIAU (RECUIT 3 HEURES).	40
FIGURE 36 : INFLUENCE DE L'ORIENTATION SUR LE COMPORTEMENT DU MATERIAU (RECUIT 7 HEURES).	40
FIGURE 37 : FDP RECALCULEES D'UNE EPROUVETTE RECUITE 3 HEURES AVANT TRACTION.	42
FIGURE 38 : FDP RECALCULEES D'UNE EPROUVETTE A 10 % DE DEFORMATION – DIRECTION L (RECUIT 3 HEURES).	42
FIGURE 39 : FDP RECALCULEES D'UNE EPROUVETTE A 10 % DE DEFORMATION – DIRECTION T (RECUIT 3 HEURES).	42
FIGURE 40 : FDP RECALCULEES D'UNE EPROUVETTE A 10 % DE DEFORMATION – DIRECTION H (RECUIT 3 HEURES).	42
FIGURE 41 : IDENTIFICATION DES PRINCIPAUX POLES RENFORCES DE L'ORIENTATION {235} [423].	43
FIGURE 42 : RUPTURE A 90° D'UNE EPROUVETTE DE 100 μ m D'EPAISSEUR.	44
FIGURE 43 : FACIES DE RUPTURE EN LAME DE COUTEAU.	44
FIGURE 44 : FACIES DE RUPTURE APRES TRACTION POUR DES FEUILLES DE CUIVRE, RESPECTIVEMENT 50, 125 ET 250 μ m [WEI02].	44
FIGURE 45 : OUVERTURE DE LA FISSURE A PARTIR D'UN BORD LIBRE DE L'EPROUVETTE.	45

FIGURE 46 : PROPAGATION DE LA FISSURE A TRAVERS UN GRAIN.	45
FIGURE 47 : INFLUENCE DU NOMBRE DE GRAINS A TRAVERS L'ÉPAISSEUR POUR LES ESSAIS A 0° PAR RAPPORT A LA DIRECTION DE LAMINAGE.	46
FIGURE 48 : COMPORTEMENT A ÉPAISSEUR VARIABLE AVEC 8 GRAINS DANS L'ÉPAISSEUR. ESSAIS DE TRACTION A 0° PAR RAPPORT A LA DIRECTION DE LAMINAGE POUR UN RECUIT D'UNE HEURE.	47
FIGURE 49 : COMPORTEMENT A ÉPAISSEUR VARIABLE AVEC 5 GRAINS DANS L'ÉPAISSEUR. ESSAIS DE TRACTION A 0° PAR RAPPORT A LA DIRECTION DE LAMINAGE POUR UN RECUIT DE TROIS HEURES.	47
FIGURE 50 : COMPORTEMENT A ÉPAISSEUR VARIABLE AVEC 1 GRAIN DANS L'ÉPAISSEUR. ESSAIS DE TRACTION A 0° PAR RAPPORT A LA DIRECTION DE LAMINAGE POUR UN RECUIT DE SEPT HEURES.	48
FIGURE 51 : ÉVOLUTION DE LA CONTRAINTE A 10 % DE DEFORMATION EN FONCTION DE LA TAILLE DE GRAIN POUR DEUX ÉPAISSEURS D'ÉPROUVETTES.	48
FIGURE 52 : ÉVOLUTION DE LA DEFORMATION A RUPTURE EN FONCTION DE L'ÉPAISSEUR ET DU NOMBRE DE GRAINS DANS L'ÉPAISSEUR.	49
FIGURE 53 : ZONES CONTENANT LES GRAINS DE SURFACE ET DE VOLUME [PIC99].	50
FIGURE 54 : REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DES TROIS MÉTHODES D'EULER.	70
FIGURE 55 : STRUCTURE D'UN FICHIER DES PROPRIÉTÉS D'UN MATÉRIAU CC A DEUX FAMILLES DE SYSTÈMES DE GLISSEMENT.	87
FIGURE 56 : STRUCTURE D'UN FICHIER DE VARIABLES INTERNES D'UN MATÉRIAU CC A DEUX FAMILLES DE SYSTÈMES DE GLISSEMENT.	89
FIGURE 57 : ILLUSTRATION DE DESACTIVATION D'UN SYSTÈME DE GLISSEMENT EN PLASTICITÉ CLASSIQUE.	94
FIGURE 58 : ÉVOLUTION DES SURFACES DE CHARGE D'UN MATÉRIAU VISCOPLASTIQUE PENDANT LA CORRECTION PLASTIQUE.	95
FIGURE 59 : VISUALISATION D'UN OCTAÈDRE TRONQUÉ CONSTITUÉ DE 6 ÉLÉMENTS HEXAÉDRIQUES.	103
FIGURE 60 : VISUALISATION D'UN ASSEMBLAGE DE GRAINS OCTAÉDRIQUES TRONQUÉS.	103
FIGURE 61 : VISUALISATION D'UN DODÉCAÈDRE RÉGULIER CONSTITUÉ DE 4 ÉLÉMENTS HEXAÉDRIQUES.	104
FIGURE 62 : VISUALISATION D'UN ASSEMBLAGE DE GRAINS DODÉCAÉDRIQUES.	104
FIGURE 63 : DÉCOMPOSITION D'UN CYLINDRE COURT EN 4 PARALLÉLEPIPÈDES CURVILIGNES ET 1 PARALLÉLEPIPÈDE DROIT.	105
FIGURE 64 : DÉFORMATION D'UN PARALLÉLEPIPÈDE CURVILIGNE PAR UTILISATION D'UNE FONCTION DE TRANSFORMATION DE FORME τ	105
FIGURE 65 : CAPTURE D'ÉCRAN DE LA FENÊTRE DE TRAVAIL DU LOGICIEL OCTAÈDRE.	106
FIGURE 66 : VUE ÉCORCHÉE D'UN CUBE MAILLÉ AVEC DES GRAINS DE FORME OCTAÉDRIQUE.	107
FIGURE 67 : CAPTURE D'ÉCRAN DE L'INTERFACE DU PROGRAMME GERMINATION.	111
FIGURE 68 : REPRÉSENTATION DES 3 ZONES DE L'ÉPROUVETTE DE TRACTION.	112
FIGURE 69 : REPRÉSENTATION DES CONDITIONS AUX LIMITES DE L'ESSAI DE TRACTION.	113
FIGURE 70 : REPRÉSENTATION DU CHARGEMENT DE L'ESSAI DE TRACTION.	113
FIGURE 71 : REPRÉSENTATION DE L'ANGLE ϕ_1 (EN RAD) SUR LE MAILLAGE À BASE DE GRAINS EN FORME D'OCTAÈDRES TRONQUÉS.	114
FIGURE 72 : REPRÉSENTATION DE L'ANGLE ϕ_1 (EN RAD) SUR LE MAILLAGE À BASE DE GRAINS AFFECTÉS PAR ÉLÉMENT DE TYPE C3D8.	115
FIGURE 73 : REPRÉSENTATION DE L'ANGLE ϕ_1 (EN RAD) SUR LE MAILLAGE À BASE DE GRAINS AFFECTÉS AUX POINTS DE GAUSS D'ÉLÉMENTS DE TYPE C3D8.	116
FIGURE 74 : DISTRIBUTION DE LA TAILLE DES GRAINS EN FONCTION DU MODÈLE.	117
FIGURE 75 : FRACTION CUMULÉE DE LA TAILLE DE GRAIN MOYENNE EN FONCTION DU MODÈLE.	118
FIGURE 76 : COURBES FORCE-DÉPLACEMENT EN FONCTION DU TYPE DE MODÉLISATION DES GRAINS.	119
FIGURE 77 : ÉVOLUTIONS DE LA DÉFORMATION PLASTIQUE SUIVANT LA DIRECTION DE TRACTION EN FONCTION DU TEMPS POUR LES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÉLISATION DES GRAINS.	120
FIGURE 78 : ÉVOLUTIONS DE LA VITESSE DE DÉFORMATION PLASTIQUE SUIVANT LA DIRECTION DE TRACTION EN FONCTION DU TEMPS POUR LES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÉLISATION DES GRAINS.	120
FIGURE 79 : ÉVOLUTIONS DU NOMBRE DE SYSTÈMES ACTIFS MOYENS EN FONCTION DU TEMPS POUR LES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÉLISATION DES GRAINS.	121
FIGURE 80 : POSITION ET MORPHOLOGIE DES GRAINS 143 ET 175 DANS LES CAS DU MODÈLE POINT D'INTÉGRATION.	122
FIGURE 81 : POSITION ET MORPHOLOGIE DES GRAINS 143 ET 175 DANS LE CAS DE LA MODÉLISATION OCTAÈDRE.	123
FIGURE 82 : COURBES CONTRAINTE-DÉFORMATION DANS LA DIRECTION DE TRACTION DES GRAINS 143 ET 175 EN FONCTION DU TYPE DE MODÉLISATION DES GRAINS.	124
FIGURE 83 : ÉVOLUTIONS DE LA DÉFORMATION PLASTIQUE DANS LA DIRECTION DE TRACTION EN FONCTION DU TEMPS POUR LES GRAINS 143 ET 175 ET POUR LES DIFFÉRENTS TYPES DE MODÉLISATION DES GRAINS.	125

FIGURE 84 : EVOLUTIONS DU NOMBRE DE SYSTEMES ACTIFS EN FONCTION DU TEMPS POUR LES GRAINS 143 ET 175 ET POUR LES DIFFERENTS TYPES DE MODELISATION DES GRAINS.	125
FIGURE 85 : COURBES FORCE-DEPLACEMENT POUR DIFFERENTES VALEURS DE $\Delta\gamma_o$	128
FIGURE 86 : EVOLUTIONS DE LA DEFORMATION PLASTIQUE SUIVANT LA DIRECTION DE TRACTION EN FONCTION DU TEMPS POUR DIFFERENTES VALEURS DE $\Delta\gamma_o$	128
FIGURE 87 : EVOLUTIONS DE LA VITESSE DE DEFORMATION PLASTIQUE SUIVANT LA DIRECTION DE TRACTION EN FONCTION DU TEMPS POUR DIFFERENTES VALEURS DE $\Delta\gamma_o$	129
FIGURE 88 : EVOLUTIONS DU NOMBRE DE SYSTEMES ACTIFS EN FONCTION DU TEMPS POUR DIFFERENTES VALEURS DE $\Delta\gamma_o$	129
FIGURE 89 : COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION DANS LA DIRECTION DE TRACTION DES GRAINS 143 ET 175 POUR DIFFERENTES VALEURS DE $\Delta\gamma_o$	130
FIGURE 90 : EVOLUTIONS DE LA DEFORMATION PLASTIQUE SUIVANT LA DIRECTION DE TRACTION EN FONCTION DU TEMPS POUR LES GRAINS 143 ET 175 POUR DIFFERENTES VALEURS DE $\Delta\gamma_o$	131
FIGURE 91 : EVOLUTIONS DU NOMBRE DE SYSTEMES ACTIFS EN FONCTION DU TEMPS POUR LES GRAINS 143 ET 175 POUR DIFFERENTES VALEURS DE $\Delta\gamma_o$	132
FIGURE 92 : COURBES FORCE-DEPLACEMENT POUR DIFFERENTES VALEURS DE M.	133
FIGURE 93 : EVOLUTIONS DU NOMBRE DE SYSTEMES ACTIFS EN FONCTION DU TEMPS POUR DIFFERENTES VALEURS DE M.	133
FIGURE 94 : COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION DANS LA DIRECTION DE TRACTION DES GRAINS 143 ET 175 POUR DIFFERENTES VALEURS DE M.	134
FIGURE 95 : EVOLUTIONS DU NOMBRE DE SYSTEMES ACTIFS EN FONCTION DU TEMPS POUR LES GRAINS 143 ET 175 POUR DIFFERENTES VALEURS DE M.	134
FIGURE 96 : EVOLUTIONS DE LA DEFORMATION PLASTIQUE SUIVANT LA DIRECTION DE TRACTION EN FONCTION DU TEMPS POUR LES GRAINS 143 ET 175 POUR DIFFERENTES VALEURS DE M.	135
FIGURE 97 : ODF POUR UNE DEFORMATION NULLE EN SECTION SUIVANT ϕ_1	136
FIGURE 98 : ODF POUR UNE DEFORMATION DE 0,25 EN SECTION SUIVANT ϕ_1	136
FIGURE 99 : ODF POUR UNE DEFORMATION DE 1 EN SECTION SUIVANT ϕ_1	136
FIGURE 100 : REPRESENTATION DE LA DEFORMATION PLASTIQUE EQUIVALENTE DANS LE CAS DU MODELE POINT D'INTEGRATION POUR UNE DEFORMATION GLOBALE MOYENNE DE 0.5% (SEULE LA ZONE CENTRALE DE L'EPROUVETTE EST REPRESENTEE).	141
FIGURE 101 : REPRESENTATION DE LA DEFORMATION PLASTIQUE EQUIVALENTE DANS LE CAS DU MODELE POINT D'INTEGRATION POUR UNE DEFORMATION GLOBALE MOYENNE DE 50% (PARTIE CENTRALE DE L'EPROUVETTE VUE DU DESSUS).	142
FIGURE 102 : REPRESENTATION DE LA DEFORMATION PLASTIQUE EQUIVALENTE DANS LE CAS DU MODELE POINT D'INTEGRATION POUR UNE DEFORMATION GLOBALE MOYENNE DE 50% (PARTIE CENTRALE DE L'EPROUVETTE VUE DE PROFIL).	142
FIGURE 103 : REPRESENTATION DU MAILLAGE ET DE LA MICROSTRUCTURE DES CAS N°6, N°5, N° 4 ET N°2, RESPECTIVEMENT DE GAUCHE A DROITE.	144
FIGURE 104 : REPRESENTATION DES CONDITIONS AUX LIMITES DANS LE CAS N°6 (512 GRAINS).	145
FIGURE 105 : EVOLUTION DE LA CONTRAINTE MOYENNE σ_{11} NORMALISEE POUR $\varepsilon_{11} = 0,1$ EN FONCTION DU RAPPORT S/V DE L'EPROUVETTE.	145
FIGURE 106 : REPRESENTATION DE L'ANGLE D'EULER ϕ_2 (EN RAD) DES GRAINS DU CAS N°7.	147
FIGURE 107 : REPRESENTATION DE L'ANGLE D'EULER ϕ_2 (EN RAD) DES GRAINS DU CAS N°8.	148
FIGURE 108 : REPRESENTATION DES GRAINS DE SURFACE DANS UNE COUPE A MI-EPAISSEUR DE L'EPROUVETTE DU CAS N°7. (EN ROUGE LES GRAINS DE SURFACE, EN BLEU LES GRAINS DE VOLUME).	149
FIGURE 109 : REPRESENTATION DE L'ANGLE D'EULER Φ (EN RAD) DES GRAINS DU CAS N°9.	149
FIGURE 110 : COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION DE LA LOI PHENOMENOLOGIQUE ET DE L'ESSAI DE TRACTION AYANT SERVI AU CALAGE DE LA LOI MONOCRISTALLINE.	150
FIGURE 111 : COMPARAISON DES COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION POUR LES CAS N°7, CAS N°8, CAS N°9 ET POUR UN ESSAI DE TRACTION REEL SUR UNE TOLE DE 100 μ M D'EPAISSEUR.	151
FIGURE 112 : RELATION ENTRE $S/V \cdot fs$ ET σ_{11} POUR UNE DEFORMATION TOTALE DE 0.2.	152

FIGURE 113 : REPRESENTATION DE LA MICROSTRUCTURE DU CAS N°10 PAR LE BIAIS DE L'ANGLE D'EULER φ_2 (EN RAD).	153
FIGURE 114 : HISTOGRAMMES DES REPARTITIONS DES TAILLES DE GRAINS POUR LES CAS N°7 ET 10.	154
FIGURE 115 : COMPARAISON DES COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION POUR DEUX DISTRIBUTIONS DE TAILLES DE GRAINS DIFFERENTES.	155
FIGURE 116 : DEPLACEMENT SUIVANT L'AXE 3 REPRESENTÉ SUR LA DEFORMÉE DE L'ÉPROUVETTE COMPLETE (PARTIE CENTRALE + EXTENSIONS) POUR UNE DEFORMATION GLOBALE DE 0,2 DANS LE CAS N°7.	155
FIGURE 117 : DEPLACEMENT SUIVANT L'AXE 3 REPRESENTÉ SUR LA DEFORMÉE DE L'ÉPROUVETTE COMPLETE (PARTIE CENTRALE + EXTENSIONS) POUR UNE DEFORMATION GLOBALE DE 0,2 DANS LE CAS N°8.	156
FIGURE 118 : REPRESENTATION DE LA POSITION ET DE L'ORIENTATION DES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°7.	157
FIGURE 119 : ÉVOLUTION DE LA PRESSION HYDROSTATIQUE À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°7.	158
FIGURE 120 : ÉVOLUTION DE LA PRESSION HYDROSTATIQUE À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°8.	158
FIGURE 121 : ÉVOLUTION DE LA PRESSION HYDROSTATIQUE À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°9.	159
FIGURE 122 : ÉVOLUTION DE LA PRESSION HYDROSTATIQUE À TRAVERS LE GRAIN N°1 EN FONCTION DU CAS DE CALCUL.	159
FIGURE 123 : ÉVOLUTION DE LA PRESSION HYDROSTATIQUE À TRAVERS LE GRAIN N°5 EN FONCTION DU CAS DE CALCUL.	160
FIGURE 124 : ÉVOLUTION DU NOMBRE DE SYSTÈMES ACTIFS À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°7.	161
FIGURE 125 : ÉVOLUTION DU NOMBRE DE SYSTÈMES ACTIFS À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°8.	161
FIGURE 126 : ÉVOLUTION DU NOMBRE DE SYSTÈMES ACTIFS À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°9.	162
FIGURE 127 : ÉVOLUTION DU NOMBRE DE SYSTÈMES ACTIFS À TRAVERS LE GRAIN N°1 EN FONCTION DU CAS DE CALCUL.	162
FIGURE 128 : ÉVOLUTION DU NOMBRE DE SYSTÈMES ACTIFS À TRAVERS LE GRAIN N°5 EN FONCTION DU CAS DE CALCUL.	163
FIGURE 129 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ DE DISLOCATIONS MOYENNE À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°7.	164
FIGURE 130 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ DE DISLOCATIONS MOYENNE À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°8.	164
FIGURE 131 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ DE DISLOCATIONS MOYENNE À TRAVERS LES GRAINS N°1 ET N°5 DANS LE CAS N°9.	165
FIGURE 132 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ DE DISLOCATIONS MOYENNE À TRAVERS LE GRAIN N°1 EN FONCTION DU CAS DE CALCUL.	166
FIGURE 133 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ DE DISLOCATIONS MOYENNE À TRAVERS LE GRAIN N°5 EN FONCTION DU CAS DE CALCUL.	166
FIGURE 134 : REPRESENTATION SUR UNE FIGURE DE POLES INVERSE DES ORIENTATIONS DES GRAINS 2 ET 18 DANS LE CAS DE CALCUL N°10.	167
FIGURE 135 : ÉVOLUTION DE LA CONTRAINTE DANS LA DIRECTION DE TRACTION À TRAVERS LES GRAINS N°2 ET N°18 AVEC EN RÉFÉRENCE LE COMPORTEMENT GLOBAL DE L'ÉPROUVETTE DANS LE CAS N°10.	167
FIGURE 136 : ÉVOLUTION DE LA DEFORMATION PLASTIQUE DANS LA DIRECTION DE TRACTION DES GRAINS N°2 ET N°18 DANS LE CAS N°10.	168
FIGURE 137 : ÉVOLUTION DU NOMBRE DE SYSTÈMES ACTIFS EN FONCTION DU TEMPS DES GRAINS N°2 ET N°18 DANS LE CAS N°10.	169
FIGURE 138 : ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ DE DISLOCATIONS MOYENNE DES GRAINS N°2 ET N°18 DANS LE CAS N°10.	169
FIGURE 139. SCHEMA ILLUSTRANT L'ESSAI DE MICRO-INDENTATION.	174
FIGURE 140. SCHEMA D'UN NANO-INDENTEUR UTILISÉ POUR L'ESSAI DE FLEXION D'UNE MICRO-POUTRE ENCASTREE.	175
FIGURE 141. SCHEMA DU TEST DE FLEXION TROIS POINTS PERMETTANT L'OBSERVATION IN SITU.	175
FIGURE 142. SCHEMA DE PRINCIPE DU TEST DE TRACTION BIAXE.	176
FIGURE 143. VUE EN SECTION D'UN OUTILLAGE DE MICRO-EMBOUITISSAGE DANS UNE CONFIGURATION CLASSIQUE.	176
FIGURE 144. SCHEMA DE PRINCIPE D'UNE MACHINE DE BOMBEMENT.	177
FIGURE 145. DETERMINATION DES DEFORMATIONS À PARTIR DES MESURES DE LA DISTORSION DES RAYONS.	177

FIGURE 146. DEFORMATION DES RAYONS SUR UN DISQUE EN TORSION.	177
FIGURE 147. SCHEMA DE L'ESSAI D'ERICHSEN MODIFIE REPRESENTE DANS UNE CONFIGURATION ECHANTILLON DEFORME (COTES EN MILLIMETRES).	178
FIGURE 148. COURBE CONTRAINTE/ALLONGEMENT D'UN ACIER INOXYDABLE 316L OBTENUE EN TRACTION.	179
FIGURE 149. CARTE DES DEFORMATIONS PLASTIQUES EQUIVALENTES POUR UNE COURSE DE 550 μ m. LA POSITION INITIALE DU FLAN ET DU POINÇON EST REPRESENTEE EN TRAITS ROSES FINS.	180
FIGURE 150. EVOLUTION DE LA FORCE DE REACTION SUR LE POINÇON EN FONCTION DU TEMPS.	180
FIGURE 151. SCHEMA DE PRINCIPE DE LA SOLUTION N°1 AVEC MOTEUR PAS A PAS.	181
FIGURE 152. SCHEMA DE LA SOLUTION N°2 AVEC 2 ACTIONNEURS PIEZOELECTRIQUES.	182
FIGURE 153 : « RING BENDERS » DE TYPE CMB-R3 (\varnothing INT : 4MM, \varnothing EXT : 20MM, ÉP : 1,75MM).	182
FIGURE 154. COUPE SCHEMATIQUE DE L'EMPILEMENT MULTICOUCHES CERAMIQUES-ELECTRODES D'UN « RING BENDER ».	183
FIGURE 155. SCHEMA DE LA POSITION DES 3 ELECTRODES EXTERNES.	183
FIGURE 156. SCHEMA DES MODES DE DEFORMATION D'UN « RING BENDER ».	183
FIGURE 157. RELATION EFFORT-COURSE POUR UN CMB-R8.	183
FIGURE 158. COMPARAISON ENTRE L'EMPILEMENT DE 13 « RING BENDERS » AU REPOS (A GAUCHE) ET L'EMPILEMENT DEFORME (A DROITE).	184
FIGURE 159. RELATION COURSE-EFFORT DE 4 EMPILEMENTS PARALLELES, CHAQUE EMPILEMENT ETANT COMPOSE DE 13 ANNEAUX COMME ILLUSTRE FIGURE 158.	184
FIGURE 160. VUE EN COUPE DU MODELE 3D DE LA MACHINE DE TEST D'ERICHSEN MODIFIE (DIMENSIONS ENVELOPPES : 100 x 100 x 65 mm ³).	186
FIGURE 161. VUE DU MODELE ELEMENTS FINIS POUR LE CALCUL DE LA STRUCTURE COMPLETE.	186
FIGURE 162 : CHAMP DE DEPLACEMENT SUIVANT Y (MM) DU BATI.	187
FIGURE 163 : CHAMP DE CONTRAINTE DE VON-MISES (MPa) SUR LE BATI.	187
FIGURE 164 : CHAMP DE DEPLACEMENT SUIVANT Y (MM) DE L'ENSEMBLE MATRICE+SERRE-FLAN.	187
FIGURE 165 : CHAMP DE CONTRAINTE DE VON-MISES (MPa) DE L'ENSEMBLE.	187
FIGURE 166 : CHAMP DE DEPLACEMENT SUIVANT Y (MM) SUR LE POINÇON.	187
FIGURE 167 : CHAMP DE CONTRAINTE SUIVANT Y (MPa) SUR LE POINÇON.	187
FIGURE 168 : CHAMP DE DEPLACEMENT SUIVANT Y (MM) SUR LA COLONNE.	188
FIGURE 169 : CHAMP DE CONTRAINTE SUIVANT Y (MPa) SUR LA COLONNE.	188
FIGURE 170. VUE EN COUPE DES TROIS QUARTS DE LA PLAQUE DEFORMABLE.	189
FIGURE 171. CHAMP DE DEFORMATION PRINCIPALE MAXIMALE.	189
FIGURE 172. CHAMP DE DEPLACEMENT VERTICAL.	189
FIGURE 173. RELATION TENSION-COURSE POUR CHACUN DES 4 EMPILEMENTS DE 13 CMB-R8.	191
FIGURE 174. ABaque DEPLACEMENT-EFFORT EN FONCTION DE LA TENSION APPLIQUEE AUX BORNES DES ACTIONNEURS EN REGIME STATIONNAIRE.	191
FIGURE 175 : PHOTOGRAPHIE DE LA PLAQUE DEFORMABLE EQUIPEE DE TROIS JAUGES DE DEFORMATION.	192
FIGURE 176. COMPARAISON ENTRE LA CARACTERISTIQUE « EFFORT APPLIQUE SUR LE POINÇON-DEFORMATIONS MESUREES PAR LES 3 JAUGES » OBTENUES PAR SIMULATIONS ET EXPERIENCES.	192
FIGURE 177 : PHOTOGRAPHIE DU DISPOSITIF D'ESSAI COMPLET.	193
FIGURE 178 : PHOTOGRAPHIE DE L'ENSEMBLE MACHINE DE TEST + ALIMENTATION + BOITIER DE COMMANDE. .	194
FIGURE 179 : PHOTOGRAPHIE DU SYSTEME DE MESURE.	194
FIGURE 180 : INTERFACE DU SYSTEME D'ACQUISITION.	195
FIGURE 181 : PHOTOGRAPHIE DE LA MACHINE DE TEST DANS L'ENCEINTE DU MEB.	195
FIGURE 182 : INFLUENCE DU NOMBRE DE GRAINS DANS L'ÉPAISSEUR POUR UNE VITESSE DE SOLICITATION DE 0,082 s ⁻¹	197
FIGURE 183 : ZONES D'OBSERVATION DE L'ECHANTILLON (ZONE 1 : CENTRE DE L'ECHANTILLON ; ZONE 2 : PERIPHERIE EXTERIEUR OU COURONNE).	197
FIGURE 184 : APPARITION DE L'ACTIVITE PLASTIQUE TRES CONCENTREE SUR UNE ZONE EN FORME DE COURONNE (POUR UNE DEFORMATION PLASTIQUE ESTIMEE A 0,2).	198
FIGURE 185 : OBSERVATION DE L'ACTIVITE PLASTIQUE AU CENTRE DE L'ECHANTILLON.	198
FIGURE 186 : RUPTURE DE L'ECHANTILLON SUR LA COURONNE.	199
FIGURE 187 : OBSERVATION DE L'ACTIVITE PLASTIQUE AU CENTRE DE L'ECHANTILLON APRES RUPTURE.	199
FIGURE 188 : OBSERVATION DU FACIES EN LAME DE COUTEAU SUR LA COURONNE DE RUPTURE.	199
FIGURE 189 : MONTAGE UTILISE POUR L'OPERATION DE PLIAGE [RAU01].	200
FIGURE 190 : VARIATION DE LA FORCE MAXIMALE ET DE LA FORCE A LA LIMITE D'ELASTICITE SUIVANT LA TAILLE DE GRAIN LORS D'UN ESSAI DE PLIAGE [RAU01].	200
FIGURE 191 : ECHANTILLON APRES ESSAI D'ERICHSEN MODIFIE (ZONE EMBOUTIE AU CENTRE).	201
FIGURE 192 : INFLUENCE DE LA VITESSE DE DEFORMATION LORS D'UN ESSAI D'ERICHSEN MODIFIE (FEUILLES DE CUIVRE DE 250 μ m D'ÉPAISSEUR RECUIT 3 HEURES).	202

FIGURE 193 : INFLUENCE DE LA VITESSE DE DEFORMATION LORS D'UN ESSAI D'ERICHSEN MODIFIE (FEUILLES D'ALUMINIUM DE 200 μ m D'EPAISSEUR).	203
FIGURE 194 : INFLUENCE DE LA VITESSE DE DEFORMATION LORS D'UN ESSAI D'ERICHSEN MODIFIE (FEUILLES D'ACIER INOXYDABLE DE 100 μ m D'EPAISSEUR).	203
FIGURE 195 : MICROGRAPHIES DE L'ALUMINIUM PUR SUIVANT LE PLAN DE LAMINAGE.	211
FIGURE 196 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES OBTENUES POUR L'ALUMINIUM.....	211
FIGURE 197 : COURBES CONTRAINTE VRAIE-DEFORMATION VRAIE EN FONCTION DE LA DIRECTION DE TRACTION DE L'ALUMINIUM PUR.....	212
FIGURE 198 : RUPTURE D'UNE EPROUVETTE D'ALUMINIUM PUR.	212
FIGURE 199 : MICROGRAPHIES DE L'INOX 316L SUIVANT LE PLAN DE LAMINAGE.....	213
FIGURE 200 : MICROGRAPHIES DE L'INOX 316L SUIVANT LE PLAN TRANSVERSE.	213
FIGURE 201 : FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES OBTENUES POUR L'INOX 316L.....	214
FIGURE 202 : COURBES CONTRAINTE VRAIE –DEFORMATION VRAIE DE L'ACIER INOXYDABLE 316L, EN FONCTION DE LA DIRECTION DE TRACTION.	214
FIGURE 203 : RUPTURE D'UNE EPROUVETTE DE 316L.	215

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 1 : EVOLUTION DE LA TAILLE ET DU NOMBRE DE GRAINS DANS L'ÉPAISSEUR EN FONCTION DE LA DURÉE DU RECUIT (FEUILLES DE 100 µm).....	32
TABLEAU 2 : EVOLUTION DE LA TAILLE ET DU NOMBRE DE GRAINS DANS L'ÉPAISSEUR EN FONCTION DU RECUIT (FEUILLES DE 250 µm).	33
TABLEAU 3 : COEFFICIENTS D'ANISOTROPIE EN FONCTION DU TEMPS DE RECUIT.	41
TABLEAU 4 : DEFINITION DES VARIABLES A^G ET B^G PERMETTANT LE CALCUL DES DERIVÉES DES LOIS D'ÉCOULEMENT.	68
TABLEAU 5 : VALEURS DES PARAMÈTRES MATERIAUX FIGES POUR LES CALCULS D'ESTIMATION DES PERFORMANCES.....	112
TABLEAU 6 : CARACTÉRISTIQUES DES GRAINS 143 ET 175.	122
TABLEAU 7 : TEMPS D'OCCUPATION PROCESSEUR EN FONCTION DES DIFFÉRENTS MODÈLES.	126
TABLEAU 8 : PARAMÈTRES DE LA LOI DE COMPORTEMENT.....	143
TABLEAU 9 : PRINCIPALES CARACTÉRISTIQUES DES DIFFÉRENTS CAS DE CALCUL.	143
TABLEAU 10 : VALEURS DES PARAMÈTRES MATERIAUX FIGES POUR LES CAS N°7, N°8 ET N°9.....	150
TABLEAU 11 : CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES DES ÉPROUVETTES UTILISÉES POUR LES CALCULS ET LES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX.	151
TABLEAU 12 : VALEURS DE $\frac{S}{V} \cdot f_s$ POUR LES CAS N°7 À 9.....	152
TABLEAU 13 : DIAMÈTRE ET ORIENTATION DES GRAINS N°2 ET N°18 DANS LE CAS DE CALCUL N°10.....	167
TABLEAU 14 : COMPOSITION CHIMIQUE DE L'ACIER INOXYDABLE DE TYPE 316L.	213

INTRODUCTION

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire s'est déroulé dans le cadre du projet européen *MACHMINI* (Réf. : G1RD-CT-2001-00657). Ce projet, de type « coûts partagés » qui a débuté en janvier 2002 et s'est achevé en avril 2006, comportait deux principaux objectifs. Le premier consistait à développer une nouvelle génération de machines de mise en forme de mini-composants de dimensions submillimétriques. Le second objectif était la mise en place d'un outil numérique adapté à la simulation de la mise en forme de tels composants dans le cadre d'une application industrielle.

Cinq partenaires ont mené à bien ce projet :

- PASCOE ENGINEERING LTD, Glasgow, Royaume Uni. Cette société spécialisée dans l'usinage de précision a pris en charge les tâches de fabrication des différents éléments de la nouvelle machine *MACHMINI*. Elle avait également pour mission la coordination du projet.
- UNIVERSITY OF STRATHCLYDE, Glasgow, Royaume Uni. Le département conception et fabrication de l'université de Strathclyde devait, quant à lui, assurer la conception et la mise au point de la nouvelle machine de mise en forme *MACHMINI*.
- NOLIAC A/S, Kvistgard, Danemark. La société Noliac a pour principale activité la fabrication d'actionneurs piézoélectriques. Elle a équipé, entre autres, la tête de mise en forme de la machine *MACHMINI*.
- ABBOTT VASCULAR DEVICES IRELAND LIMITED, Galway, Ireland. Le domaine d'activités de cette entreprise concerne les soins vasculaires. Elle a fourni aux différents partenaires du projet des supports d'étude, en particulier des stents.
- SOLSI, Woippy, France. La Société Lorraine des Services Informatiques est spécialisée dans la simulation numérique en mécanique des fluides et calcul de structures. C'est en collaboration étroite avec SOLSI qu'a été réalisé ce travail de thèse, dont la perspective est le développement d'un nouvel outil permettant la simulation numérique fiable et rapide de la mise en forme de mini-composants. Il a été envisagé, dès le début de ce travail, d'étendre l'utilisation de cette nouvelle approche au dimensionnement des machines et des outillages de mise en forme ainsi que des mini-composants eux-mêmes afin de garantir leur tenue en service.

Le projet européen *MACHMINI* est légitimé par une demande croissante liée à l'explosion du marché des mini-pièces, qui a subi une augmentation de plus de 20 milliards de dollars lors des dix dernières années [VOL04]. La demande en termes de miniaturisation ne provient pas seulement des consommateurs qui recherchent des fonctions plus intégrées ainsi que des appareils électroniques plus compacts, mais aussi du secteur biomédical, de celui des capteurs ou encore de l'optoélectronique. Ces domaines nécessitent des produits constitués de pièces mécaniques miniatures tels que des leviers, des contacteurs, des ressorts, des vis, des supports de puce, etc. Une analyse des matériaux couramment mis en oeuvre dans ces secteurs industriels a permis d'en sélectionner trois qui serviront de support à notre étude :

- Un aluminium pur à 99%
- Un cuivre pur à 99,9%,
- Un acier inoxydable de type 316L.

Historiquement, au début des années 1990, les mini-composants étaient produits par enlèvement de matière, et naturellement la question se posa de fabriquer ces pièces par mise en forme afin d'augmenter les cadences de production et d'obtenir des pièces brutes « net shape », c'est à dire ne nécessitant pas ou peu de finition. Dès les premières tentatives, il est apparu évident que le savoir-faire acquis pour la mise en forme des pièces de taille conventionnelle ne pouvait être transféré, dans l'état, à l'échelle des mini-composants. Les différentes difficultés rencontrées sont décrites dans le **premier chapitre** de ce mémoire. L'analyse conduite dans ce chapitre s'appuie sur une étude bibliographique ainsi que sur une campagne d'essais expérimentaux destinée à approfondir notre connaissance du comportement des tôles d'épaisseurs submillimétriques (appelées dans la suite tôles minces).

Afin de répondre aux attentes du projet européen et en se basant sur les constatations atypiques obtenues expérimentalement, il est apparu indispensable de développer une nouvelle approche permettant la simulation de la mise en forme de mini-composants de façon pertinente. Les tôles d'épaisseurs submillimétriques, utilisées pour fabriquer ces mini-composants, présentent des grains de tailles proches de leur épaisseur. Des hétérogénéités de champ liées à la microstructure et à la structure se combinent alors. Les lois de comportement basées sur la description des mécanismes physiques dans un milieu homogène équivalent ne sont pas applicables. Une description à l'échelle du grain est par contre plus adaptée.

L'objectif de la thèse et de proposer une approche :

(1) qui fournit une représentation physique du comportement monocristallin pour traduire au mieux le rôle mécanique des grains sur la réponse globale,

(2) qui intègre de manière explicite les hétérogénéités intergranulaires du matériau liées à la forme et à la taille des grains et surtout à leur orientation.

Pour ce faire, dans le **second chapitre** sont présentés le développement et l'implantation, dans un code commercial de calcul par éléments finis, d'une loi de comportement monocristalline élasto-viscoplastique formulée en grandes déformations. Celle-ci prend en compte les mécanismes physiques de déformation plastique et d'écrouissage associés au glissement cristallographique. Elle utilise, par conséquent, les densités de dislocations des systèmes de glissement comme variables internes.

Dans le **troisième chapitre**, afin d'intégrer de la manière la plus représentative possible l'effet des hétérogénéités nous développons, tout d'abord, différentes solutions de modélisation géométrique des grains. Ces modèles sont fondés sur des représentations statistiques de la taille des grains, de leur géométrie ainsi que de leur orientation cristallographique. Les statistiques sont déterminées à partir de mesures réalisées lors de nos essais expérimentaux. Dans un deuxième temps, une évaluation des performances de l'approche développée est conduite dans différentes configurations.

L'outil numérique est mis en œuvre dans le **quatrième chapitre** afin d'expliquer la réponse mécanique en traction uniaxiale des tôles minces. Cette analyse se base sur les phénomènes relevés dans la littérature ainsi que lors de nos expérimentations.

Le **cinquième chapitre** est consacré à la conception et la réalisation d'une nouvelle mini-machine de tests in situ permettant de se rapprocher des conditions réelles de mise en forme. Après vérification de son fonctionnement et de ses performances, une première campagne d'essais fournit des éléments prometteurs. Cependant, un approfondissement de ces résultats s'avère nécessaire, constituant l'une des perspectives de ce travail de thèse.

CHAPITRE 1 : EFFET DE LA MINIATURISATION DES PIÈCES SUR LEURS RÉPONSES EN MISE EN FORME

Nous nous intéressons dans ce travail aux particularités de la mise en forme de pièces dont le volume est proche du millimètre cube et dont l'épaisseur est d'environ 100 μ m pour poser, par la suite, les limites de la miniaturisation des procédés conventionnels. L'échelle classique macroscopique met en jeu des pièces dont les dimensions sont couramment de l'ordre de la centaine de millimètres. A cette échelle, la matière constituant les pièces mises en forme peut être considérée comme homogène puisque le premier niveau d'hétérogénéité rencontré : le grain, est de taille largement inférieure à la plus petite des dimensions de la pièce. A l'inverse, l'échelle des nano-structures, très en vogue à l'heure actuelle, fait intervenir des volumes de matière dans lesquels la notion de grain n'existe plus et pour lesquels les hétérogénéités de comportement sont directement imputables aux atomes et surtout aux forces qui les lient.

Contrairement aux échelles macroscopique et nanoscopique qui sont largement détaillées dans la littérature, l'échelle à laquelle nous engageons notre étude, que nous qualifierons de submillimétrique, est peu documentée et par conséquent encore peu connue.

Dans ce chapitre, nous réalisons dans un premier temps une étude bibliographique de la mise en forme des mini-composants en exploitant les publications traitant du sujet. Pour étoffer les informations tirées de ces articles, et pour nous forger notre propre expérience du comportement des structures minces, des essais mécaniques sous sollicitations simples (traction uniaxiale) ont été réalisés et analysés en relation avec la micro-structure.

1. Etat de l'art de la mise en forme des mini-composants

Nous réalisons, dans ce premier chapitre, un état de l'art de la mise en forme des mini-composants en détaillant tout d'abord les différents procédés classés sous l'appellation de micro-formage. Dans un deuxième temps nous répertorions les problèmes rencontrés lors de la mise en œuvre de ces procédés pour finalement définir un axe pertinent de travail.

1.1. Les différentes familles de micro-formage

Les procédés de micro-formage peuvent être dissociés en trois grandes catégories. Cette classification est fondée sur la géométrie du produit réalisé. Ces familles sont présentées de la plus courante à la moins usitée.

1.1.1. Micro-formage des pièces massives

Le micro-formage de pièces massives a de larges applications. En effet le lopin de départ peut être facilement produit à partir de fils de diamètre de l'ordre de quelques dizaines de microns coupés ensuite en petits cylindres. Cependant, la manipulation de si petits éléments dans un temps approprié et avec la précision requise reste difficile [GEI01].

Chaque année, des millions de mini-vis sont produites par refoulement et roulage de fil de 0,8 à 1mm de diamètre. Des pièces filées à froid, dont quelques exemples sont donnés sur la Figure 1, peuvent être formées avec des diamètres voisins de 0,3mm moyennant l'utilisation de machines spéciales.



Figure 1 : Mini-pièces forgées à froid [VOL04].

Un exemple de petite pièce produite industriellement est une goupille en cuivre, dont la partie avant est filée en direct avec un diamètre de 0,8mm, et la partie arrière creuse est filée en inverse avec une épaisseur de paroi de 125 μ m.

1.1.2. Micro-formage des pièces fines

Le micro-formage de feuilles métalliques, d'épaisseur inférieure à 0,1mm, a été initié par le biais des procédés de gonflement par pression d'air et de courbement de feuillards par laser [GEI96]. Dans ce dernier cas, il a été remarqué que les forts gradients de température induits par le laser mènent au courbement des feuilles épaisses avec des rayons de courbure relativement importants, tandis que les feuilles minces sont pliées de façon beaucoup plus nette.

D'autres techniques, qui sont aujourd'hui bien maîtrisées, permettent la production en série de mini-composants à partir de feuilles métalliques :

- Le micro-emboutissage profond (la Figure 2 présente une coupelle obtenue par cette technique).
- L'étirage. Le stent représenté sur la Figure 3 est obtenu à partir d'un tube de diamètre 1mm étiré puis découpé au laser. Le treillis tubulaire ainsi réalisé est utilisé pour maintenir dilatées les artères bouchées comme le montre le schéma de droite.

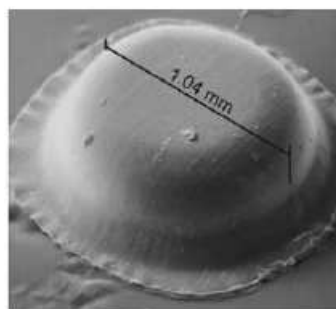


Figure 2 : coupelle emboutie (épaisseur du flan = 0,02mm) [VOL04].

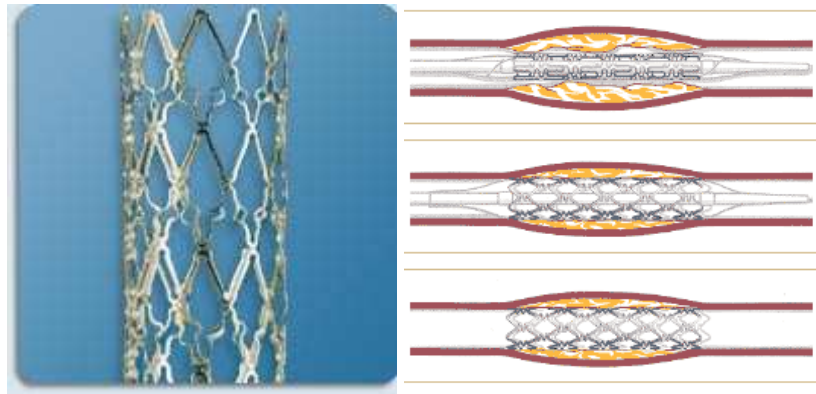


Figure 3 : Stent et son principe d'installation [ABB06].

1.1.3. Micro-formage de profilés

Quelques applications industrielles utilisant le micro-formage de profilés sont actuellement envisagées comme par exemple:

- la fabrication de spirales et ressorts par enroulement de fil dont le diamètre est proche de $100\mu\text{m}$.
- La fabrication d'engrenages et arbres de transmissions par extrusion comme illustré sur la Figure 4.

Ce procédé reste cependant peu connu et peu développé car il nécessite d'être alimenté par des bruts relativement sophistiqués (en terme de géométrie et de calibration) qui sont difficilement réalisables dans l'état actuel des compétences et des savoir-faire.

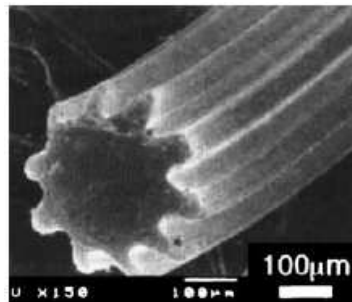


Figure 4 : Micro-arbre de transmission [VOL04].

Nous venons de montrer que les applications du micro-formage sont réelles et nombreuses. De plus une importante demande de miniaturisation (téléphones portables, outils informatiques, etc...) de la part des consommateurs existe et pousse à développer cette technique. Cependant, de nombreuses difficultés liées à l'échelle de travail apparaissent lorsque les investigations sont poussées plus avant comme le relate le paragraphe suivant.

1.2. Les difficultés liées au micro-formage

Dans cette partie, nous passons en revue les difficultés du micro-formage liées à la miniaturisation des pièces et des procédés d'obtention recensées dans la littérature. Nous voyons successivement les difficultés liées au frottement, au comportement du matériau, à la taille de grain et à la dispersion des résultats.

1.2.1. Difficultés liées au frottement

Tiesler [TIE02] a observé qu'un changement d'échelle implique une modification des conditions de frottement en micro-extrusion. Dans ses expériences, un essai de filage de double godet est réalisé. Cet essai est schématisé sur la Figure 5.

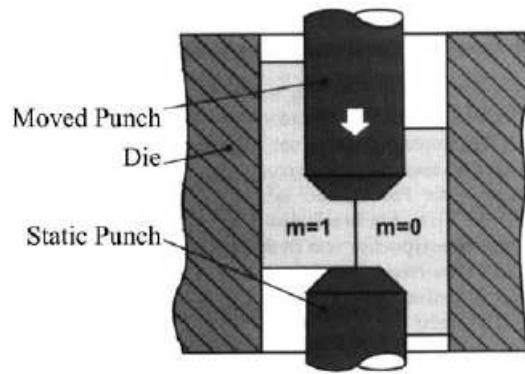


Figure 5 : Ecoulement de la matière lors d'un test de micro-extrusion double, en fonction du coefficient de friction [TIE00].

Le coefficient de frottement est quantifié par comparaison entre les résultats de simulations numériques de ce test et les résultats relevés expérimentalement. Les éprouvettes sont constituées de CuZn15 et présente un diamètre variant de 0,5 à 4mm. La géométrie et la vitesse du poinçon sont adaptées homothétiquement aux différents diamètres d'éprouvettes. Les résultats expérimentaux montrent une augmentation significative du frottement (jusqu'à un facteur 20) lorsque la taille des éprouvettes diminue bien que de l'huile soit utilisée comme lubrifiant. Il est en outre constaté que les poches de lubrifiant sont responsables de cet effet de taille. Pendant le filage, les crêtes présentes sur la surface sont aplaties et l'huile est piégée dans les vallées créées entre ces crêtes (poches fermées). En revanche, si la vallée est localisée sur les bords de la pièce, l'huile est évacuée et aucune lubrification n'est réalisée (poches ouvertes) comme le schématise la Figure 6.

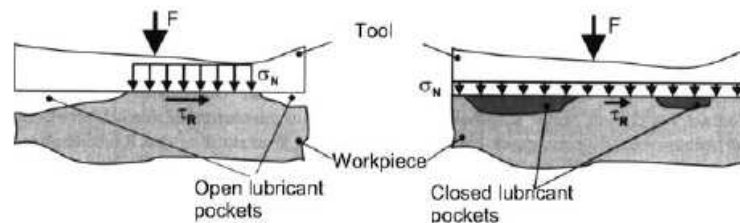


Figure 6 : Poches de lubrifiant ouvertes à gauche et fermées à droite [TIE00].

Ainsi, si la rugosité est constante, les très petites pièces présentent seulement des poches ouvertes de lubrifiant contrairement aux pièces de taille conventionnelle. En effet, la faible dimension de la pièce déformée permet à chaque cavité de déboucher vers l'extérieur. L'existence des poches ouvertes et fermées de lubrifiant a pu être établie par une mesure de la rugosité de la pièce après le filage : les zones proches des bords se sont avérées significativement moins rugueuses que la zone centrale.

1.2.2. Difficultés liées au comportement

De nombreux auteurs montrent que le comportement du matériau est lui aussi fortement influencé par l'effet d'échelle [HIT03], [MIC03], [KAL00] et [VOL04]. Les modifications de comportement sont facilement détectables à plusieurs niveaux :

- sur les mécanismes d'érouissage,
- sur l'anisotropie de déformation,
- et sur la ductilité.

1.2.2.1. Modification de l'écouissage

Dans le cas des essais de traction, la miniaturisation des éprouvettes provoque généralement une diminution de la contrainte d'écoulement. La Figure 7 représente en fonction de la longueur caractéristique λ (qui correspond ici à l'épaisseur de l'éprouvette), la variation de la contrainte d'écoulement pour un CuNi18Zn20. Ces courbes sont réalisées avec une taille de grain moyenne constante d d'approximativement $40\mu\text{m}$.

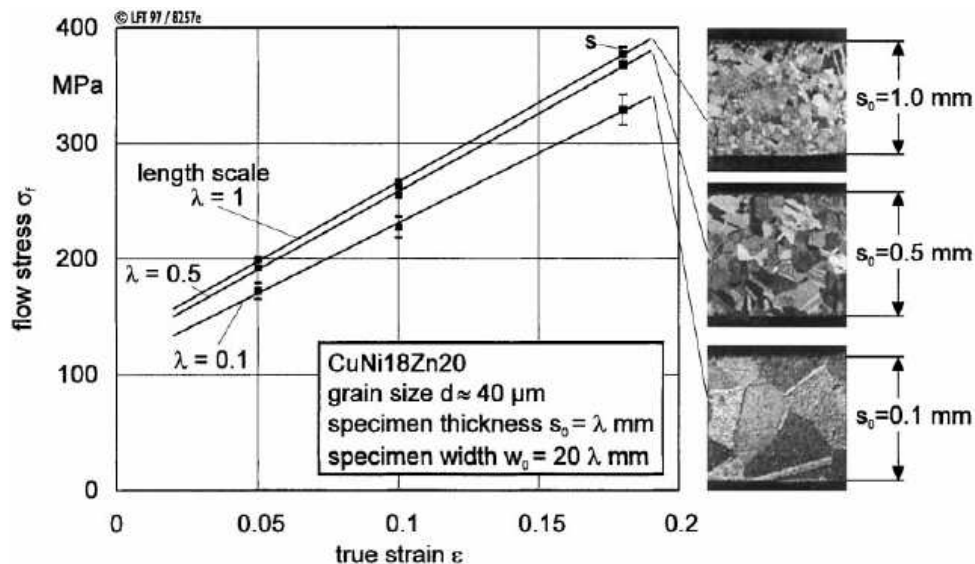


Figure 7 : Courbes d'écrouissage en traction du CuNi18Zn20 pour différentes valeurs de longueur caractéristique [KAL00].

La Figure 7 met en évidence un effet de taille qui semble être relié à l'épaisseur de l'éprouvette. En effet, du point de vue de la déformation plastique, les grains situés à la surface de l'éprouvette et les grains situés dans le volume de l'éprouvette se comportent différemment [MIY79]. Les grains situés à la surface de l'éprouvette présentent un niveau de contrainte plus faible, à cause d'une activation moindre des systèmes de glissement. Cet effet a été vérifié par des modèles mécaniques [SAU00] et est justifié par la diminution du nombre de voisins des grains surfaciques. L'augmentation de la proportion de grains de surface par rapport au nombre total de grains, qui est une conséquence de la miniaturisation, entraîne donc une diminution de la contrainte d'écoulement pour une valeur donnée de la déformation plastique. De plus, les mouvements des dislocations dans ces grains sont plus libres en surface, ce qui entraîne une diminution de l'écrouissage.

L'effet de la part des grains extérieurs devient prépondérant lorsque la longueur caractéristique λ franchit un seuil de l'ordre de 0,2-0,5mm dans le cas des matériaux courants, composés de grains de taille moyenne de quelques dizaines de micromètres [KAL00].

Michel et Picart [MIC03] mettent eux aussi en évidence un effet de taille de l'éprouvette sur le comportement d'alliage de cuivre de type CuZn36. La Figure 8 montre clairement un abaissement de la limite élastique lorsque l'épaisseur de l'éprouvette de traction devient inférieure à 0,2mm. Une tendance similaire à celle obtenue par Kals [KAL00] se dessine. Les auteurs font remarquer que l'épaisseur 0,5mm donne un résultat intermédiaire car la taille moyenne de grains est différente des autres cas.

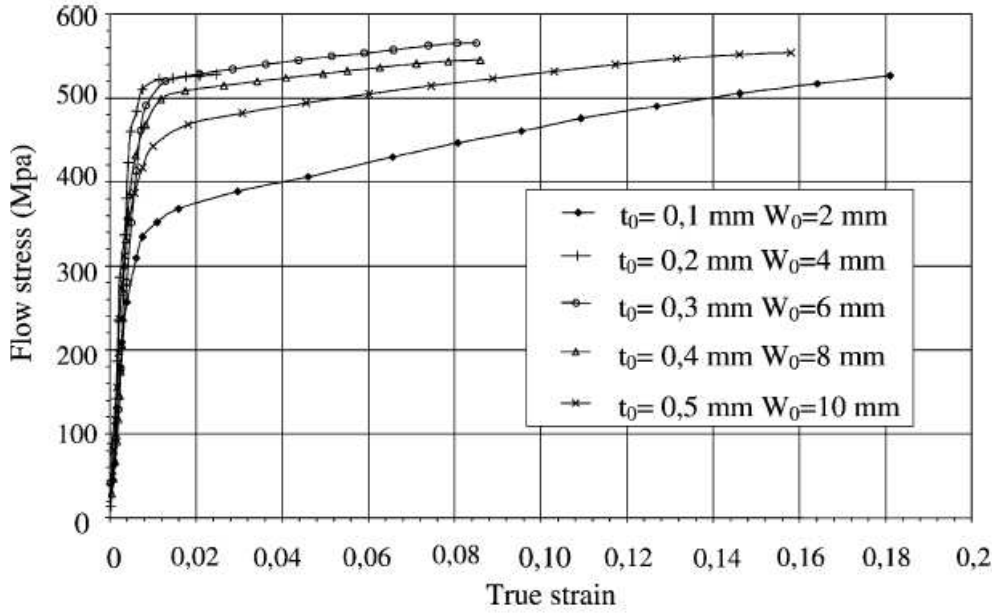


Figure 8 : Courbes d'écouissage en traction du CuZn36 pour différentes épaisseurs t_0 d'éprouvettes (0,1-0,5mm) avec un ratio largeur(W_0)/épaisseur(t_0) constant [MIC03].

1.2.2.2. Modification de l'anisotropie de déformation

Le diagramme de la Figure 9 montre, pour le matériau CuNi18Zn20, que le coefficient moyen d'anisotropie de la déformation plastique \bar{r} décroît progressivement lorsque la longueur caractéristique λ diminue. Ceci indique que la déformation suivant l'épaisseur prend de l'importance aux dépens de la déformation mesurée suivant la largeur de l'éprouvette.

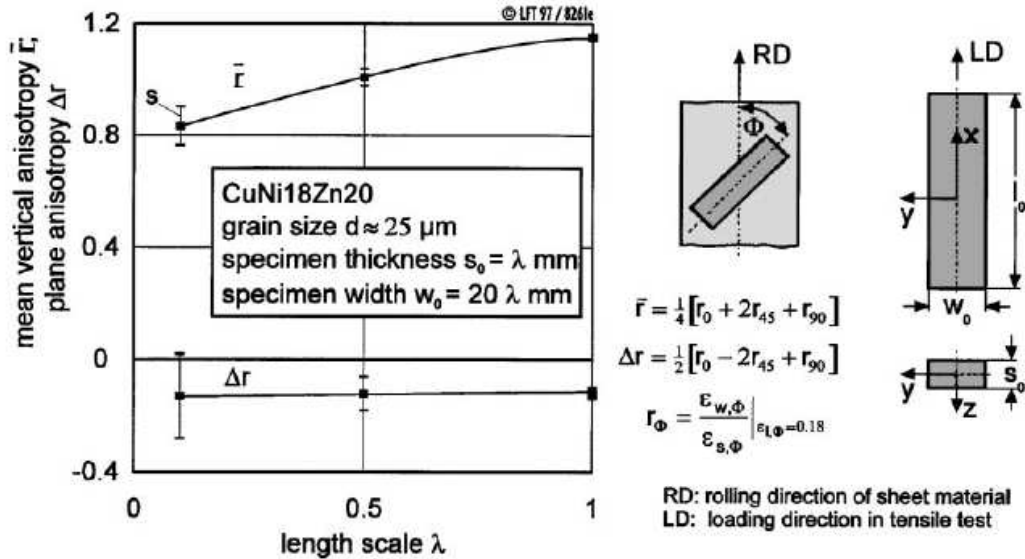


Figure 9 : Anisotropie de déformation du CuNi18Zn20 en fonction de la longueur caractéristique λ [KAL00].

Cette observation peut être expliquée par le fait que le comportement polycristallin du matériau est abandonné beaucoup plus tôt suivant l'épaisseur de l'éprouvette, puisque cette dernière n'est composée que de quelques grains. Un comportement plus proche du monocristal apparaît donc à travers l'épaisseur. Cette observation est confirmée par l'analyse de la ductilité présentée ci-après.

1.2.2.3. Ductilité

La Figure 10 montre l'évolution du pourcentage de déformation sous striction e_n en fonction de la longueur caractéristique λ pour deux alliages de cuivre. Dans les deux cas, la ductilité diminue avec la miniaturisation, le pourcentage de déformation chutant presque à zéro pour une valeur de $\lambda = 0,1$. Parallèlement, à épaisseur de tôle constante, l'augmentation de la taille de grain diminue la ductilité. Il est important de préciser que les résultats de Kals et al [KAL00] correspondent à une striction calculée globalement sur l'échantillon.

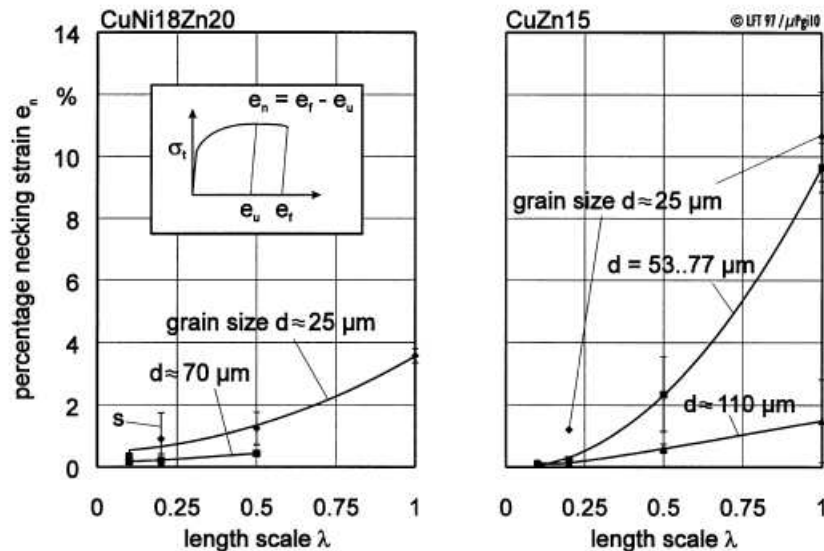


Figure 10 : Pourcentage de striction e_n du CuNi18Zn20 et CuZn15 pour différentes valeurs de la dimension caractéristique λ et pour différentes tailles de grain d [KAL00].

Ces résultats permettent d'affirmer que la miniaturisation engendre une diminution de la déformation à la striction globale, pouvant être interprétée au niveau macroscopique comme une transition d'un comportement ductile vers un comportement fragile.

Cependant, plusieurs auteurs, après avoir observé au microscope les faciès de rupture, rapportent que la diminution des dimensions de l'échantillon mène à une striction et à un cisaillement localement important traduisant un écoulement plastique intense [MIY79], [DOD87], [KAL00].

En outre, un changement de l'orientation du faciès de rupture lié à la miniaturisation a été relevé par Dodd [DOD87]. En effet, en traction uniaxiale, la striction globale brutale se produit dans l'épaisseur des tôles minces et non pas dans la largeur comme classiquement observée sur les tôles plus épaisses, ceci a pour conséquence une rupture à 90° par rapport à la direction de traction.

Pour résumer, plus la miniaturisation est importante, plus la striction et la rupture relèvent du comportement du monocristal.

1.2.3. Difficultés liées à la taille de grains

Peu d'auteurs abordent le problème de la taille de grains dans les structures submillimétriques.

Aux échelles conventionnelles, la loi de Hall [HAL51] et Petch [PET53], donnent l'évolution de la contrainte limite d'écoulement σ_y en fonction du diamètre moyen des grains d :

$$\sigma_y = \sigma_0 + \frac{K}{\sqrt{d}}$$

où σ_0 et K sont des constantes.

Cependant, une taille de grain seuil est détectée, à partir de laquelle cette loi n'est plus valable. Par exemple, Conrad [CON04] annonce un diamètre de grain moyen de 20nm à partir duquel la contrainte d'écoulement diminue proportionnellement avec la taille de grain (voir Figure 11).

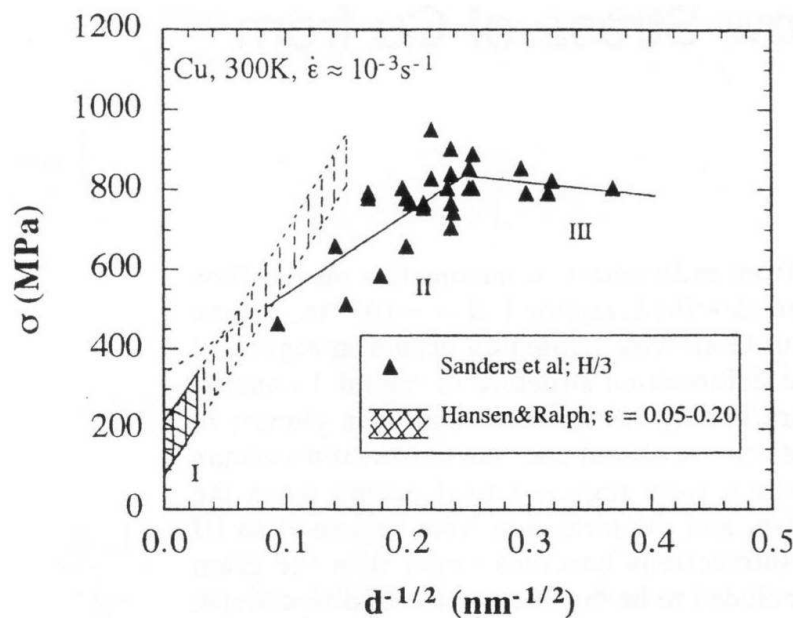


Figure 11 : Evolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la taille moyenne de grains d [CON04].

Armstrong va plus loin dans l'analyse de cette problématique [ARM61]. Il remarque que l'effet de la taille de grain n'intervient que lorsqu'un certain nombre de grains est présent dans l'épaisseur de l'éprouvette. La valeur seuil de 20 grains à travers l'épaisseur est avancée. En dessous de cette limite, aucune influence de la taille de grain n'est enregistrée mais l'effet de taille de l'éprouvette devient prépondérant. La notion de volume élémentaire représentatif n'a ici plus de sens.

1.2.4. Difficultés liées à la dispersion des résultats

Les Figure 7, Figure 9 et Figure 10 présentent un point commun : plus les dimensions des éprouvettes diminuent, plus la dispersion du comportement mesuré augmente. En effet, lors de la miniaturisation, le nombre de grains présents dans la structure devient relativement faible. Par conséquent, le comportement global du matériau devient plus dépendant du comportement individuel de chaque grain que dans le cas d'un polycristal massif.

Les différentes pièces étant constituées de grains de tailles et d'orientations différentes, elles présenteront chacune une réponse spécifique. La prédiction du comportement des matériaux à cette échelle à l'aide des théories d'homogénéisation perd ainsi toute validité et peut conduire à des erreurs de dimensionnement importantes. La simulation numérique de structures prenant en compte le comportement individuel de chaque grain fournit alors un avantage indéniable car elle est capable de prédire l'étendue des résultats, comme démontré sur la Figure 12 [FUL06].

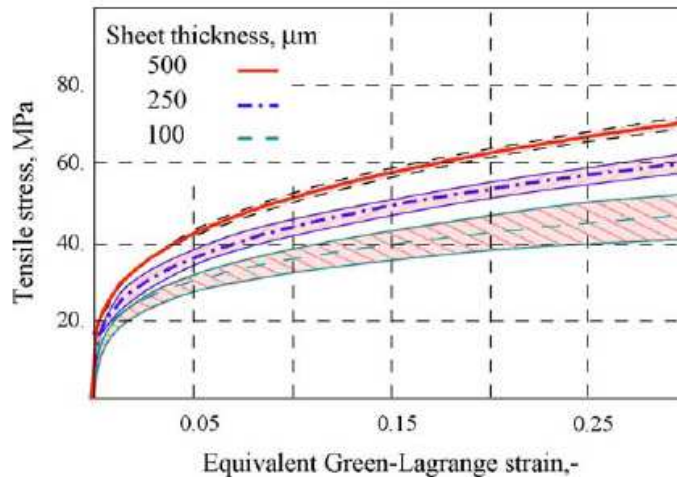


Figure 12 : Courbes d'érouissage et leur zone d'incertitude pour un alliage d'aluminium à différentes épaisseurs [FUL06].

1.3. Conclusion

À l'échelle mésoscopique, le comportement des matériaux métalliques courants présente de nombreuses atypies. Des explications sont avancées par certains auteurs pour expliquer et justifier ces comportements, elles restent cependant peu nombreuses.

Il nous paraît important, à cette échelle et pour les matériaux sélectionnés, de conduire une analyse expérimentale fine afin de nous forger notre propre expérience des phénomènes et d'alimenter une base de données de caractéristiques matériaux pouvant être utilisées pour la suite de l'étude.

Nous pouvons estimer que, dans le cas de mini-composants dont l'une des dimensions caractéristiques est de l'ordre de 0,1mm et dont la taille moyenne de grain est de 10 à 20μm, nous nous trouvons sous le seuil des 20 grains à travers l'épaisseur annoncé par Armstrong [ARM61] et par conséquent aucun effet de taille de grain n'est à attendre. Cette problématique, qui nous paraît de premier ordre, fera l'objet d'une analyse particulière lors de nos expérimentations.

2. Etude expérimentale des tôles minces sélectionnées

Nous détaillons dans cette partie l'analyse expérimentale de la microstructure, de la texture et du comportement mécanique des trois familles de tôle minces d'épaisseur submillimétrique.

Dans un premier temps, nous nous sommes focalisés sur le cuivre afin de mettre au point les méthodes de préparation et d'analyse des feuilles de 100 et 250μm d'épaisseur. Compte tenu de la faible taille des éprouvettes (partie utile 20x6x0,1mm³) et du faible nombre de grains en particulier dans l'épaisseur, il est indispensable de bien connaître et maîtriser les

microstructures et textures du matériau. C'est dans cette optique qu'une série de traitements thermiques est mise en œuvre afin de générer des éprouvettes disposant d'une taille moyenne de grain contrôlée. Les échantillons issus des différents recuits sont d'abord analysés d'un point de vue métallurgique puis leurs caractéristiques mécaniques sont définies à partir d'essais de traction.

Dans un deuxième et troisième temps, l'expérience acquise sur le cuivre est transférée respectivement sur l'aluminium et l'acier inoxydable afin d'obtenir, par le biais d'une analyse plus ciblée, les paramètres matériaux nécessaires pour alimenter notre base de données.

Les tests mécaniques réalisés sont des essais de traction simple, conduits sur une machine de traction uniaxiale existante au C.E.R. ENSAM de Metz et conçue pour fonctionner dans l'enceinte du microscope électronique à balayage. Les interprétations des résultats sont relativement aisées et les applications de ce type de test à la mesure des propriétés de tôles minces sont nombreuses [ANT01], [KRA01], [LAV99], [LAW62], [MEN59], [YI99].

2.1. Analyse métallurgique des feuilles de cuivre

Cette partie présente l'ensemble des étapes d'élaboration et de caractérisation (taille moyenne de grain, distribution de taille de grain, nombre de grains dans l'épaisseur et texture) des différents états métallurgiques des feuilles de cuivre étudiées.

L'état initial correspond à celui du matériau tel qu'il nous est livré. Le fournisseur garantit un cuivre pur à 99,9% et recristallisé 30 minutes à 500°C. Il se présente sous la forme de feuilles laminées d'une épaisseur de 100µm dont nous ne connaissons pas le taux de réduction.

Le repère utilisé pour l'ensemble des observations et mesures est défini sur la Figure 13 :

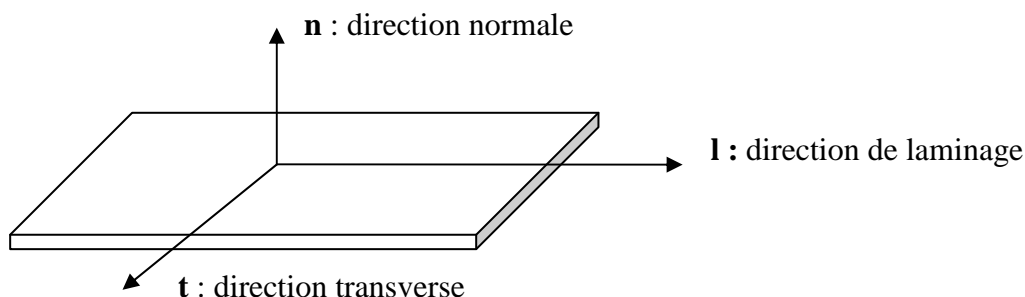


Figure 13 : Repère d'observation.

2.1.1. Elaboration des échantillons à partir de l'état initial

A partir de l'état initial du cuivre à la livraison, nous avons dans un premier temps travaillé sur l'élaboration des échantillons.

Afin de maîtriser la structure du cuivre, un recuit s'ajoutant à celui effectué par le fournisseur est réalisé. Ce traitement thermique additionnel a pour buts :

- d'adoucir la texture de laminage fortement marquée initialement (point justifié ultérieurement par la Figure 23),
- de maîtriser la taille moyenne de grains dans chaque échantillon afin d'étudier par la suite l'effet du nombre de grains dans l'épaisseur sur le comportement mécanique.

Tous les recuits sont réalisés à une température de 600°C, dans un four à vide d'atmosphère (pression de 2.10^{-2} mbars) afin de limiter le phénomène d'oxydation. A partir de nombreux essais et observations, nous avons arrêté notre choix sur trois durées de recuit : 1 heure, 3 heures et 7 heures. Les états microstructuraux du matériau obtenu après ces différents traitements thermiques sont caractérisés ci-après.

2.1.2. Analyse en microscopie optique

Les Figure 14 à Figure 17 présentent les micrographies du cuivre pour les différentes durées de recuit. L'attaque utilisée pour révéler les joints de grain du cuivre est de type Mi14. Ces clichés, obtenus par microscopie optique sont pris suivant la direction normale aux échantillons.

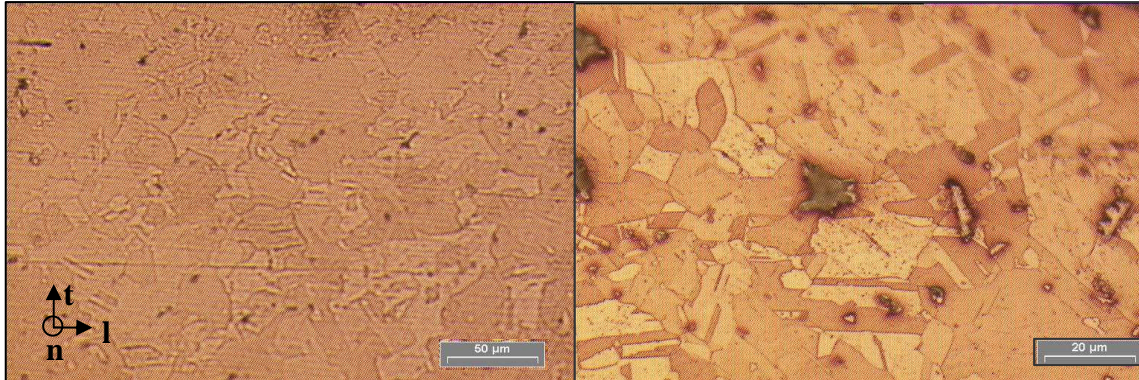


Figure 14 : Micrographie du cuivre à l'état initial.

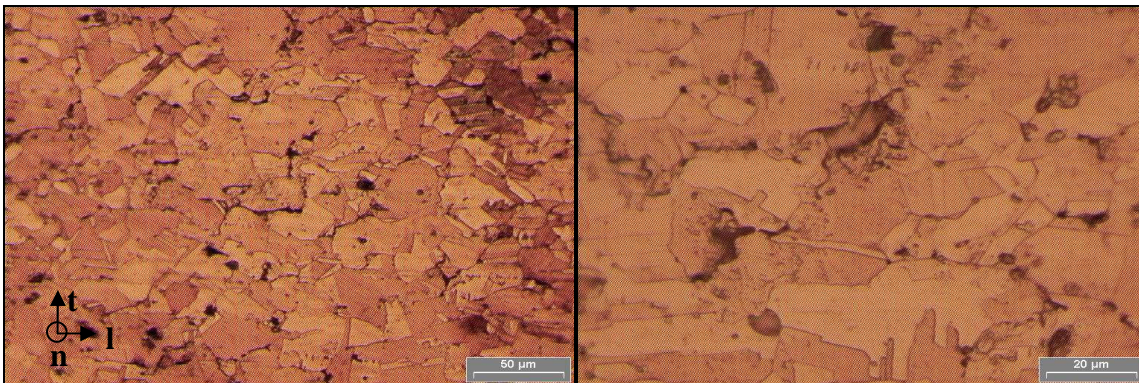


Figure 15 : Micrographie du cuivre recuit 1 heure.

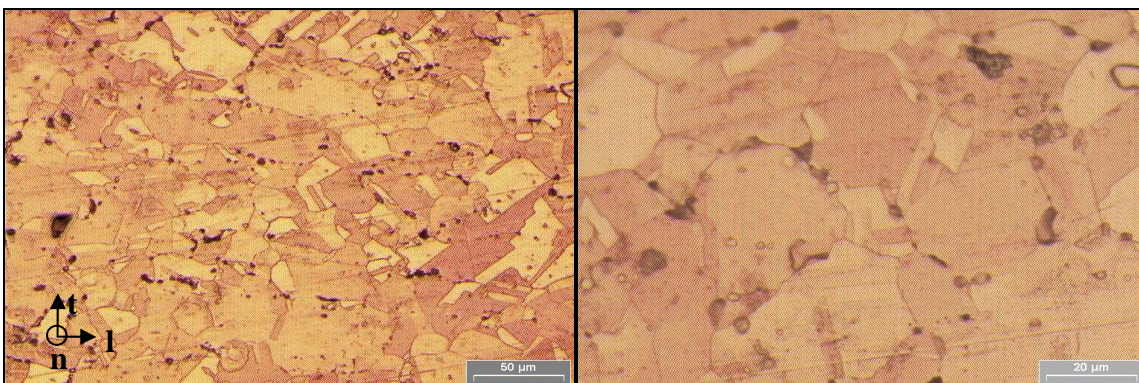


Figure 16 : Micrographie du cuivre recuit 3 heures.

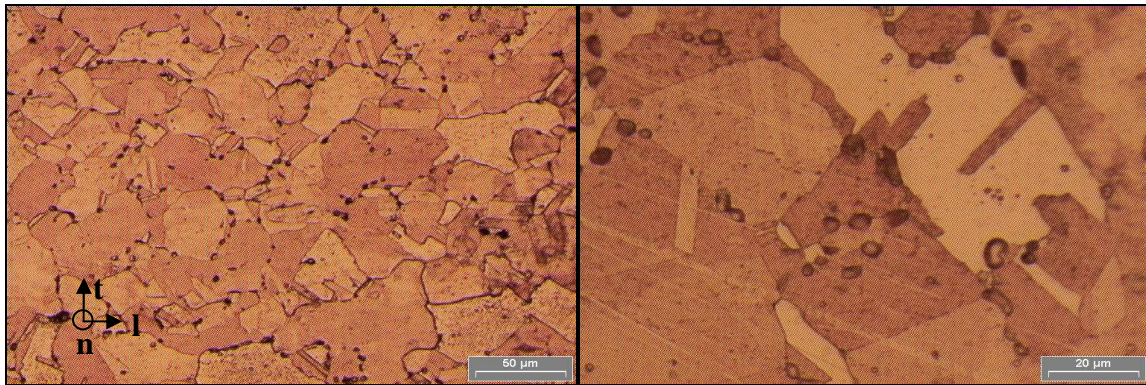


Figure 17 : Micrographie du cuivre recuit 7 heures.

Nous constatons que la microstructure à l'état initial est très désorganisée. Elle présente beaucoup de macles thermiques et peu de grains équiaxes. Il semble donc que le matériau n'ait été que partiellement recristallisé après laminage.

Avec l'augmentation du temps de recuit, la microstructure s'homogénéise. L'augmentation de la taille de grain est nettement visible, cependant les tailles de grain apparaissent toujours fortement dispersées. Il faut noter que de nombreux oxydes (points noirs) sont regroupés au niveau des joints de grain.

Les micrographies selon le plan transverse des différents échantillons étudiés sont présentées sur la Figure 18.

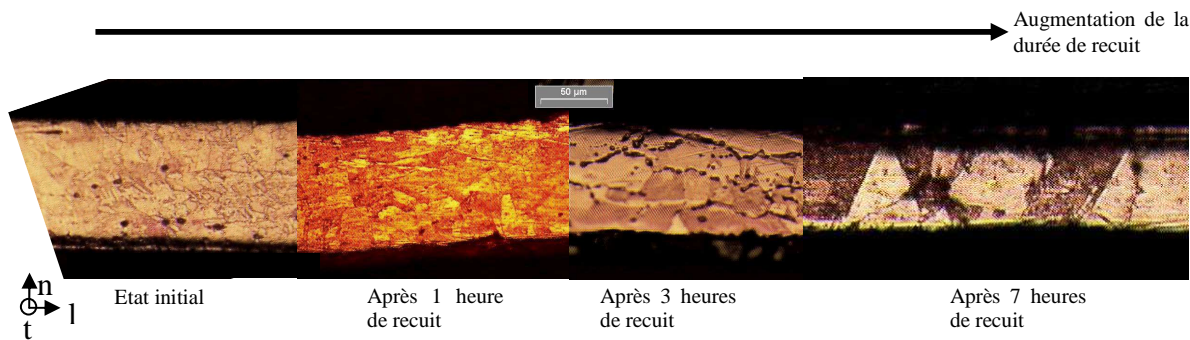


Figure 18 : Micrographies du cuivre suivant le plan transverse pour différents recuits.

De même que lors des observations suivant la direction normale, la taille de grain augmente clairement avec le temps de recuit. L'évolution du nombre de grains dans l'épaisseur est donc sensible. Un recuit de 7 heures permet d'atteindre le nombre limite d'un grain dans l'épaisseur. Ces observations sont confirmées dans le paragraphe suivant de manière quantitative par le biais d'analyses EBSD (Electron Back Scatter Diffraction) réalisées sur microscope à balayage électronique.

2.1.3. Analyses en EBSD

2.1.3.1. Note sur les mesures en EBSD

Avant de présenter les résultats quantitatifs de détermination de la taille de grain par EBSD, il est important de signaler que la préparation de la surface des échantillons en cuivre est délicate et nécessite un important savoir-faire. Les lacunes dans la préparation de la surface se manifestent sur nos mesures effectuées en EBSD de deux manières :

- le nombre de pseudo bandes de Kikuchi indexées n'est pas maximal (4 au lieu de 7 pour un matériau à structure CFC, qui est à haute symétrie),
- les clichés « band contrast » ne sont pas de qualité optimale.

Les clichés « band contrast » sont reliés à la microstructure mesurée (avec prise en compte des macles et des grains de faible désorientation), et servent de référence pour filtrer les données.

La cartographie de la microstructure associe de manière aléatoire une couleur à un grain.

Les clichés « band contrast » présentent une partie floue (correction dynamique de la focalisation non activée) et par conséquent, la microstructure révélée n'est pas complètement nette. Les informations tirées restent néanmoins suffisantes et valables pour calculer la taille de grain moyenne ainsi que la distribution de taille de grain. Les clichés « band contrast » ne sont pas présentés dans la suite car ils n'apportent pas d'information complémentaire aux cartographies. Pour des raisons de disponibilité des instruments, nous nous sommes concentrés sur l'étude d'échantillons à l'état initial et recuit 1 et 3 heures.

2.1.3.2. Mesures réalisées

Les mesures réalisées en EBSD confirment les observations microscopiques : la structure à l'état initial est très désordonnée et présente beaucoup de macles thermiques. Les recuits tendent bien à homogénéiser la microstructure et à augmenter la taille des grains.

Remarque : Les cartographies EBSD présentées sur les Figure 19 à Figure 21 sont représentatives de chacun des états du matériau.

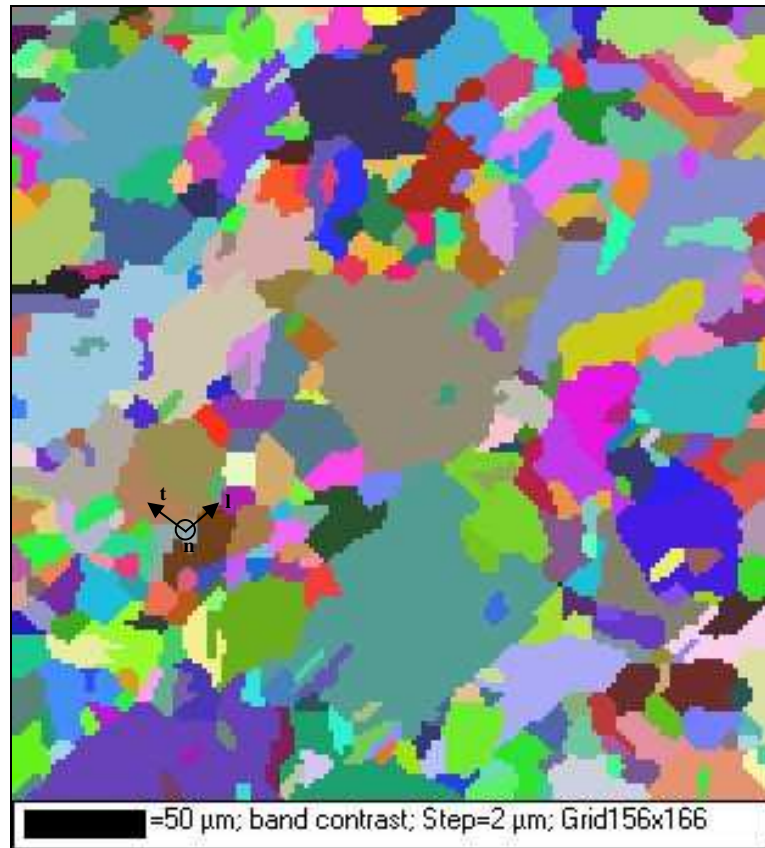


Figure 19 : Cartographie EBSD de la microstructure du cuivre à l'état initial.



Figure 20 : Cartographie EBSD de la microstructure du cuivre recuit 1 heure.

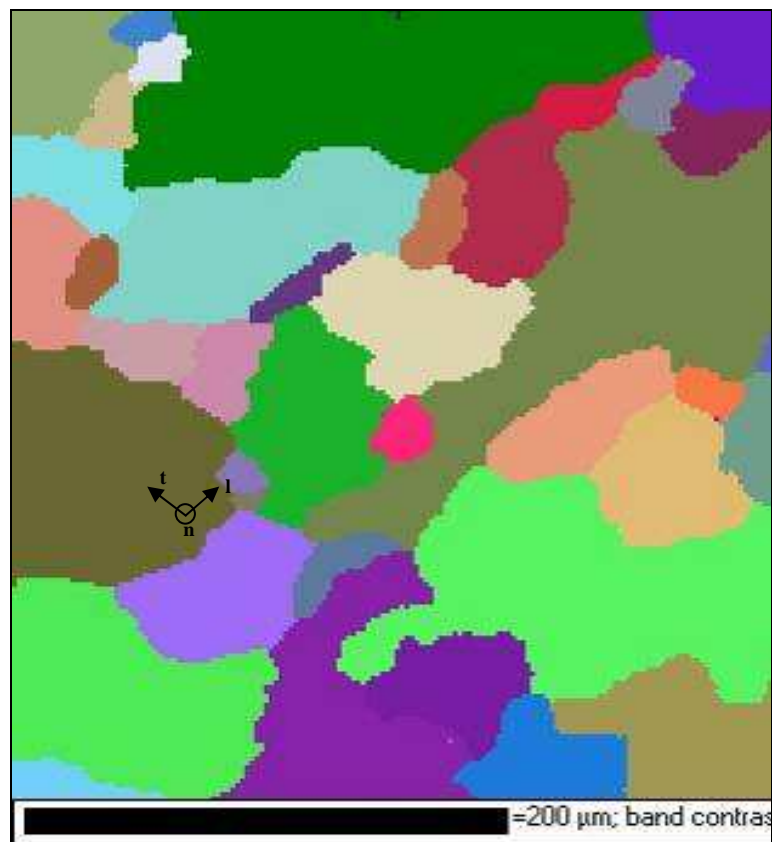


Figure 21 : Cartographie EBSD de la microstructure du cuivre recuit 3 heures.

Un logiciel de traitement d'images est relié au microscope afin de tirer des informations quantitatives des cartographies obtenues. Ce logiciel calcule une surface de grain, qui est ensuite assimilée à un disque. Le diamètre moyen du grain est alors extrapolé. Les distributions de tailles de grains mesurées suivant la direction normale sont présentées sur la Figure 22.

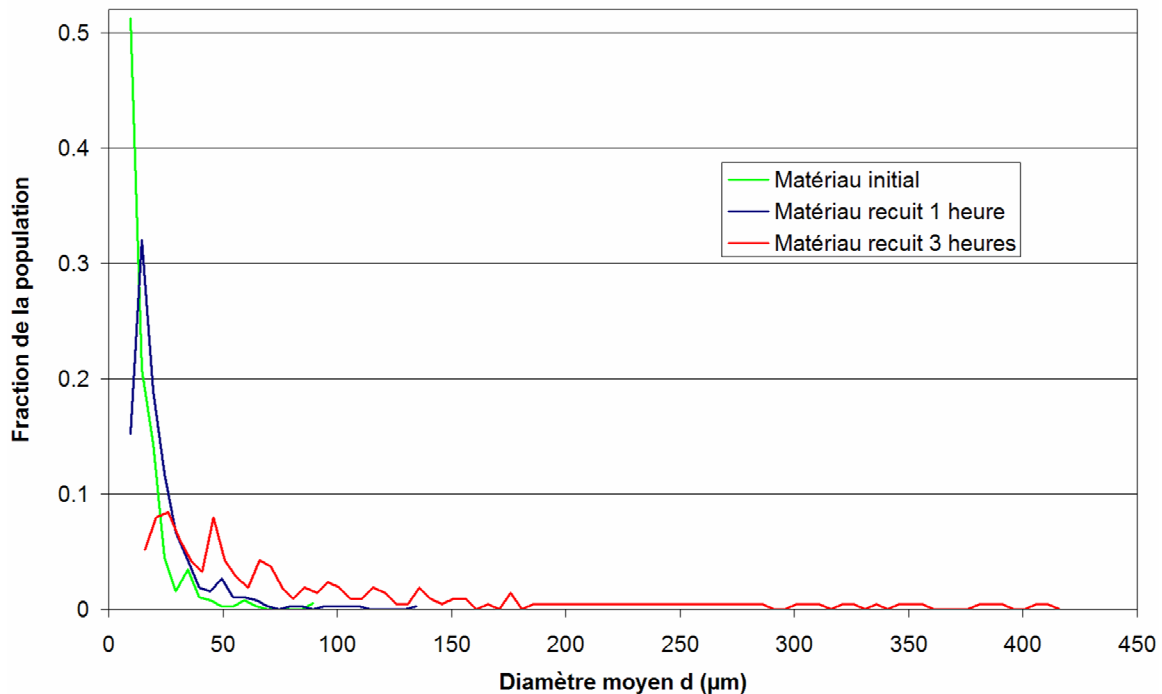


Figure 22 : Distribution de la taille de grain en fonction du traitement thermique.

Les distributions que nous obtenons sont très classiques, de type logarithmique normal, et retranscrivent bien l'augmentation de la taille de grains avec le temps de recuit. En effet, suite au recuit d'une heure, pratiquement 90% des grains ont un diamètre compris entre 10 et 40 μm avec un pic à 20 μm représentant 33% de la population. Après le traitement thermique de trois heures, la distribution de taille de grain s'est élargie et uniformisée ($20 \leq d \leq 300 \mu\text{m}$). Le pic à $d=20 \mu\text{m}$ existe toujours mais ne représente plus que 7% de la population.

Le Tableau 1 synthétise les données concernant la taille de grain moyenne suivant l'état du matériau.

Etat du matériau	Taille de grain moyenne dans le plan normal (μm)	Taille de grain moyenne dans le plan transversal (μm)	Nombre de grains dans l'épaisseur
Initial	22	10	10
Recuit 1 heure	67	12	8
Recuit 3 heures	78	20	5
Recuit 7 heures	95	100	1

Tableau 1: Evolution de la taille et du nombre de grains dans l'épaisseur en fonction de la durée du recuit (feuilles de 100 μm).

Afin d'étudier par la suite le rôle de l'épaisseur sur le comportement mécanique, une démarche similaire à celle qui vient d'être décrite pour des feuilles de cuivre de 100 μm a été appliquée sur des feuilles de cuivre de 250 μm d'épaisseur. Le Tableau 2 présente la synthèse des résultats pour cette épaisseur.

Etat du matériau	Taille de grain moyenne suivant le plan normal (μm)	Taille de grain moyenne suivant le plan transversal (μm)	Nombre de grains dans l'épaisseur
Initial	30	16	15
Recuit 1 heure	80	31	8
Recuit 3 heures	90	50	5
Recuit 7 heures	110	250	1

Tableau 2 : Evolution de la taille et du nombre de grains dans l'épaisseur en fonction du recuit (feuilles de 250 μm).

Ainsi, le traitement thermique exerce trois effets sur la taille des grains :

- il augmente la taille moyenne des grains,
- il augmente l'étendue des tailles des grains en repoussant la taille des « gros grains » vers des diamètres supérieurs,
- il tend à uniformiser la distribution de taille de grain.

Remarque : Dans la suite du chapitre, nous appellerons « gros grains », les grains dont le diamètre moyen est voisin de l'épaisseur de la feuille qu'ils composent.

2.1.4. Mesure de texture

Toutes les mesures de texture présentées dans ce chapitre ont été réalisées au LETAM à Metz (Laboratoire d'Etude des Textures et Application aux Matériaux). Dans tous les cas, la profondeur de pénétration des rayons est de 40 μm et la surface analysée de 7 mm^2 en moyenne.

Des mesures de texture ont été réalisées sur des feuilles de cuivre de 100 μm d'épaisseur. Les résultats sont présentés sur la Figure 23 sous forme de figures de pôles (FDP).

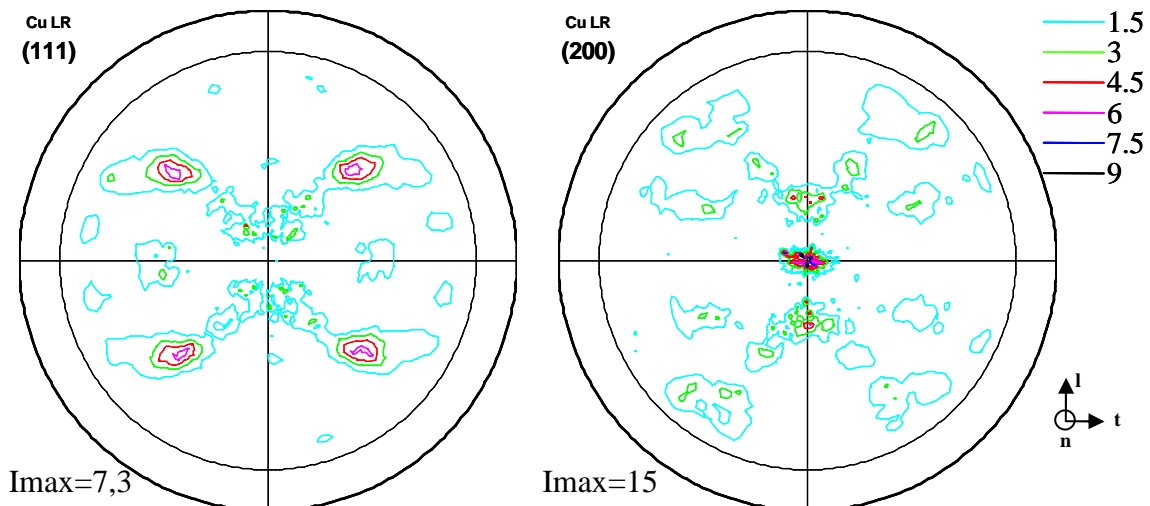


Figure 23 : Figures de pôles expérimentales du cuivre à l'état initial.

La FDP (111) mesurée est à mi-chemin entre une texture typique de cuivre laminé (Figure 24 a.) et une texture classiquement obtenue pour un cuivre laminé complètement recristallisé (Figure 24 b.). Le matériau initial dont nous disposons n'est donc que partiellement recristallisé.

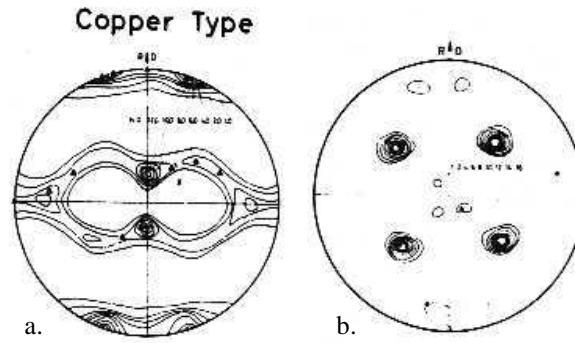


Figure 24 : Figures de pôles expérimentales (111) « type cuivre » pour un matériau laminé (a.) et un matériau laminé recristallisé (b.) [GOT78].

Compte tenu des faibles épaisseurs des feuilles, il est probable qu'elles aient subi un très fort taux de réduction. Nous vérifions alors si le matériau présente un gradient de texture suivant l'épaisseur, lié au mode d'obtention. Nous réalisons une mesure de texture à cœur de l'échantillon en l'amincissant par attaque électrolytique. Pour ce faire, l'une des faces de l'échantillon est masquée afin que l'attaque n'ait lieu que d'un côté. Une fois l'épaisseur divisée par deux, la face attaquée se situe au milieu de la feuille initiale et peut ainsi être analysée.

Les figures de pôles obtenues pour les différents recuits sont les suivantes :

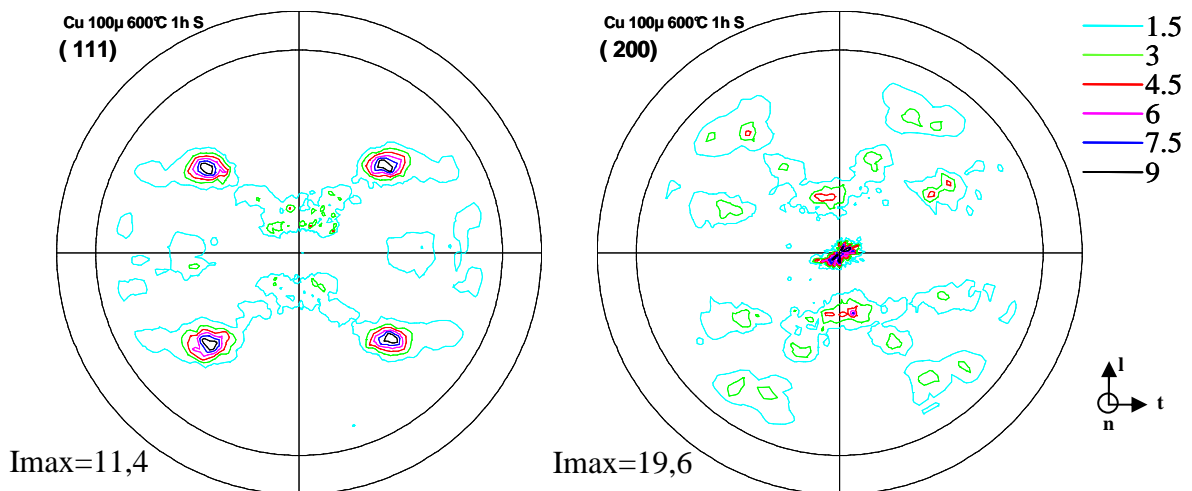


Figure 25 : Figures de pôles expérimentales du cuivre recuit 1 heure – mesure en surface.

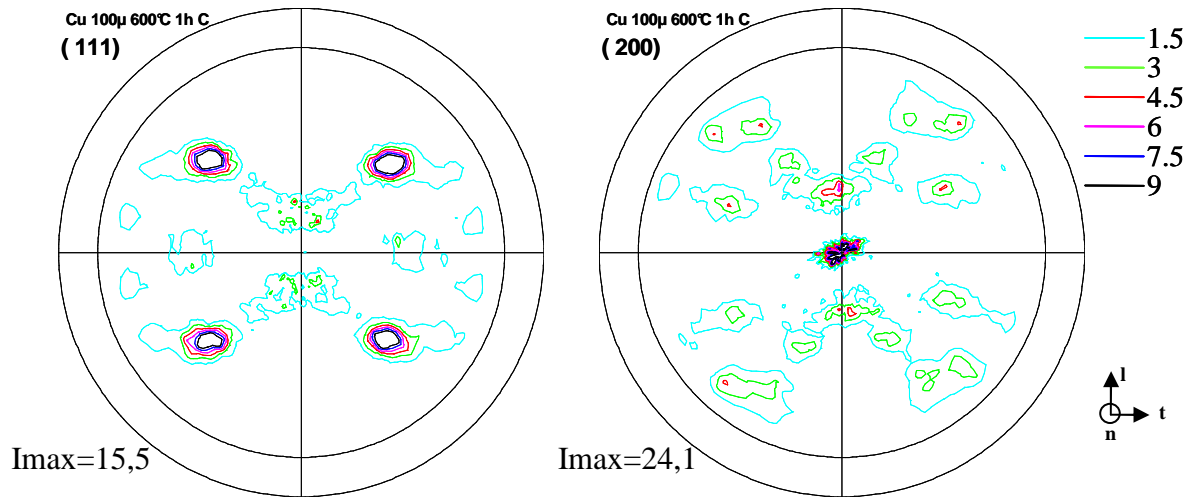


Figure 26 : Figures de pôles expérimentales du cuivre recuit 1 heure – mesure à coeur.

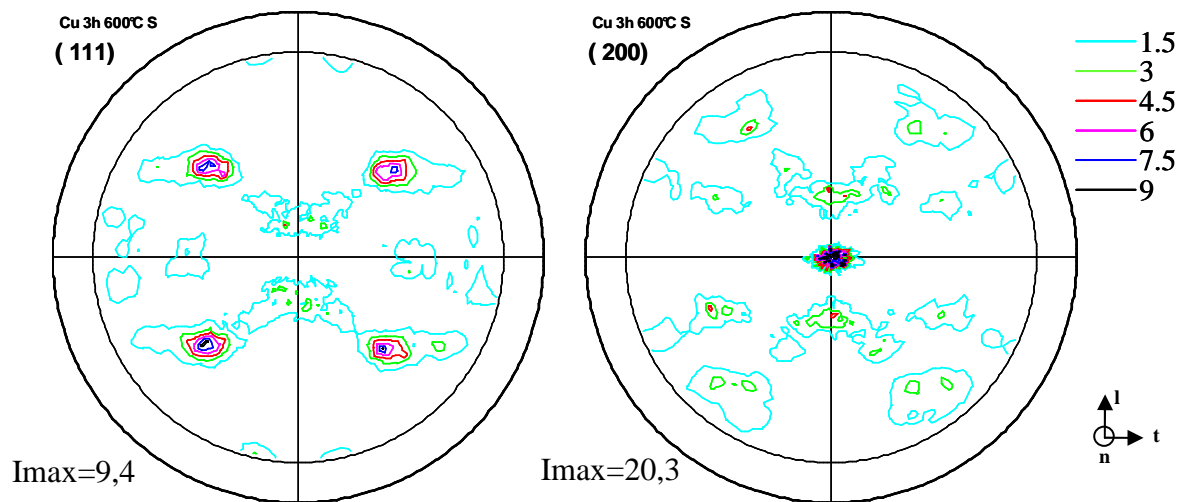


Figure 27 : Figures de pôles expérimentales du cuivre recuit 3 heures – mesure en surface.

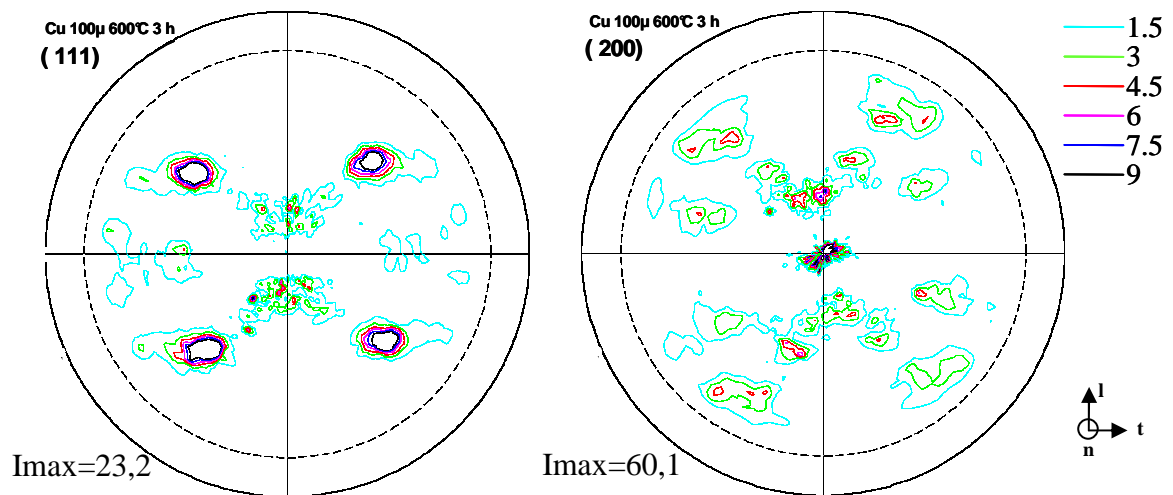


Figure 28 : Figures de pôles expérimentales du cuivre recuit 3 heures – mesure à cœur.

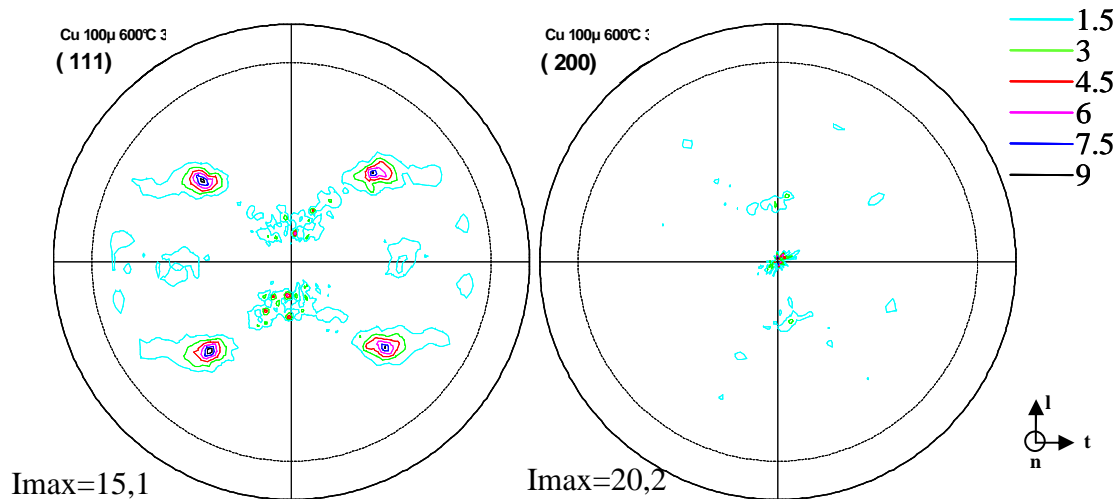


Figure 29 : Figures de pôles expérimentales du cuivre recuit 7 heures – mesure en surface.

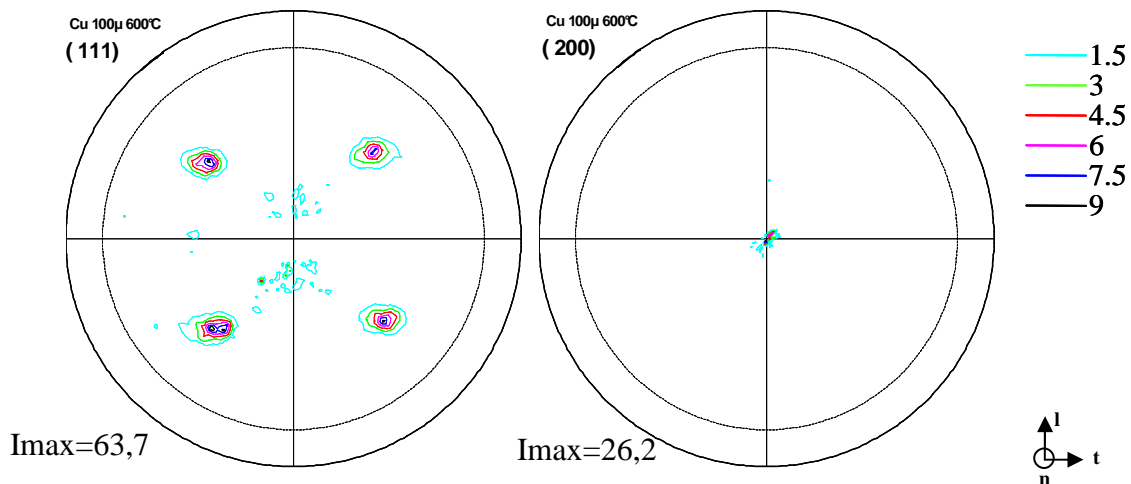


Figure 30 : Figures de pôles expérimentales du cuivre recuit 7 heures – mesure à cœur.

La texture de laminage, très marquée sur les FDP du matériau à l'état initial, ne disparaît pas complètement mais s'estompe sensiblement avec l'augmentation de la durée du recuit. La recristallisation est quasi-complète pour un traitement thermique de 7 heures.

De plus, le matériau présente dans tous les cas un léger gradient de texture dans l'épaisseur. Comme attendu, la texture de laminage est moins marquée à cœur qu'en surface.

2.1.5. Analyse et interprétation des résultats

L'analyse et l'interprétation des résultats montrent que bien qu'ayant évolué en fonction du temps de recuit, les textures obtenues restent toutes de type laminé partiellement recristallisé. Elles sont composées des 5 orientations majeures suivantes :

- Position type BS $\{011\} \langle 211 \rangle$,
- Position type cuivre $\{112\} \langle 111 \rangle$,
- Position type S $\{123\} \langle 634 \rangle$,
- Position type cube (ou encore cube sur face) $\{001\} \langle 100 \rangle$,
- Position type cube – macle $\{122\} \langle 221 \rangle$.

La Figure 31 nous permet de mettre en évidence facilement trois de ces orientations.

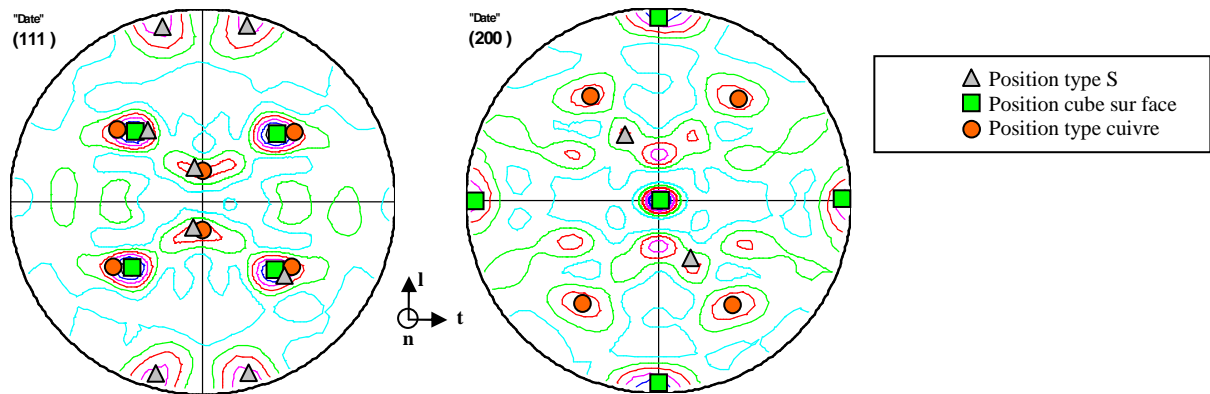


Figure 31 : Orientations majeures (FDP recalculées d'une feuille de cuivre à l'état initial).

L'identification des textures de type cube – macle $\{122\} \langle 221 \rangle$ ou type BS $\{011\} \langle 211 \rangle$ est plus difficile compte tenu de la proximité de certains pôles. En outre, cette proximité ne nous permet pas de réaliser un calcul de fraction volumique fiable. Néanmoins, il en ressort que l'orientation cube sur face $\{001\} \langle 100 \rangle$ est prépondérante.

2.2. Etude du comportement mécanique des feuilles de cuivre en traction uniaxiale

Le comportement mécanique des différentes feuilles de cuivre élaborées précédemment est déterminé par le biais d'essais de traction uniaxiale. L'objectif de ces essais est de mettre en évidence la différence de comportement de ces feuilles minces par rapport aux tôles d'épaisseurs plus conventionnelles et de remonter à la source de ces écarts de comportement. Cette étude ne fait cependant pas le comparatif entre des éprouvettes tirées de feuilles minces (épaisseur de l'ordre de $100\mu\text{m}$) et des éprouvettes obtenues à partir de plaques épaisses (de l'ordre du millimètre). En effet, nous étions dans l'impossibilité de réaliser ce parallèle à matériau constant.

Les essais de traction ont porté sur plusieurs types d'investigations :

- obtention de la courbe contrainte-déformation macroscopique,
- anisotropie du comportement due au laminage lors de l'élaboration,
- influence du nombre de grains dans l'épaisseur,
- influence de la taille moyenne de grains,
- influence de la distribution de tailles de grains,
- essais in situ pour visualiser le mode de rupture,
- observation des faciès de rupture.

Ces essais sont réalisés sur une mini-machine de traction conçue pour des essais in situ sous MEB ou sous goniomètre. Ses dimensions sont donc réduites et par conséquent, sa rigidité l'est également. Cependant, les dimensions des éprouvettes étant également faibles, comme l'illustre la Figure 32, la raideur de la machine de traction reste acceptable. Un capteur de déplacement inductif précis à $\pm 1\mu\text{m}$ ainsi qu'une cellule de force d'une capacité maximum de 5kN (précision $\pm 2\text{N}$) complètent le dispositif. Une chaîne d'acquisition pilotée sous Labview permet l'enregistrement des données.

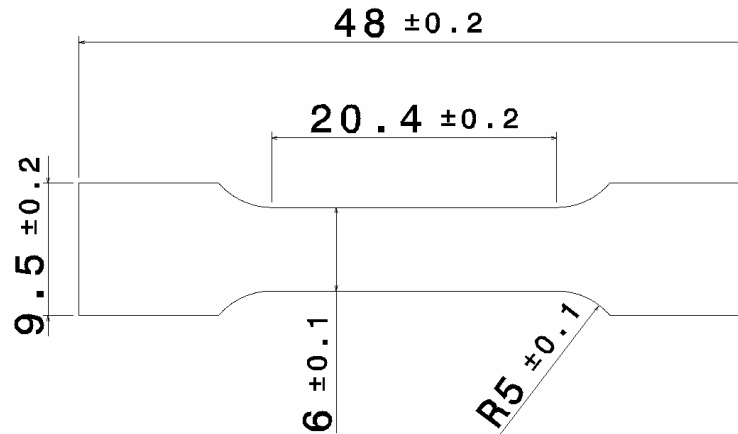


Figure 32 : Dimensions des éprouvettes de traction (en mm) dont l'épaisseur est de 100 μ m ou 250 μ m.

2.2.1. Courbes contrainte-déformation

Toutes les courbes contrainte-déformation présentées ci-après donnent les relations entre la déformation logarithmique :

$$\varepsilon = \ln \frac{L}{L_0} \quad (1.1)$$

et la contrainte de Cauchy :

$$\sigma = \frac{F \cdot L}{A_0 \cdot L_0} \quad (1.2)$$

où :

- L_0 est la longueur initiale de la base de mesure,
- A_0 est la section initiale de l'éprouvette,
- L est la longueur actuelle de la base de mesure,
- F est la force appliquée sur l'éprouvette.

Par souci de simplification dans la suite :

- la déformation logarithmique est appelée déformation,
- et la contrainte de Cauchy est notée contrainte.

Tous les essais sont réalisés à une vitesse de déformation de $4,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

La Figure 33 présente les courbes contrainte-déformation typiques obtenues pour des éprouvettes de cuivre à l'état initial et après recuit d'une heure. Les courbes correspondant aux recuits de 3 et 7 heures ne sont pas représentées car quasi identiques à la courbe du recuit d'une heure.

Dans les deux cas, un domaine élastique et un domaine élasto-plastique classiques sont visibles. Cependant, des différences de comportement entre ces deux états du matériau apparaissent clairement. Elles concernent essentiellement la limite élastique apparente, la contrainte et la déformation à rupture. Le recuit subi par le matériau initial n'étant que partiel, sa densité de dislocations importante ainsi que l'existence de contraintes internes expliquent sa plus forte limite élastique ainsi que sa plus faible ductilité comme l'illustre la Figure 33. Le gain lié au recuit est non négligeable :

- Matériau initial : $\sigma_{\text{rupture}} = 158,6 \text{ MPa}$ et $\varepsilon_{\text{rupture}} = 8,89 \%$,
- Recuit 1 heure : $\sigma_{\text{rupture}} = 255 \text{ MPa}$ et $\varepsilon_{\text{rupture}} = 21,89 \%$.

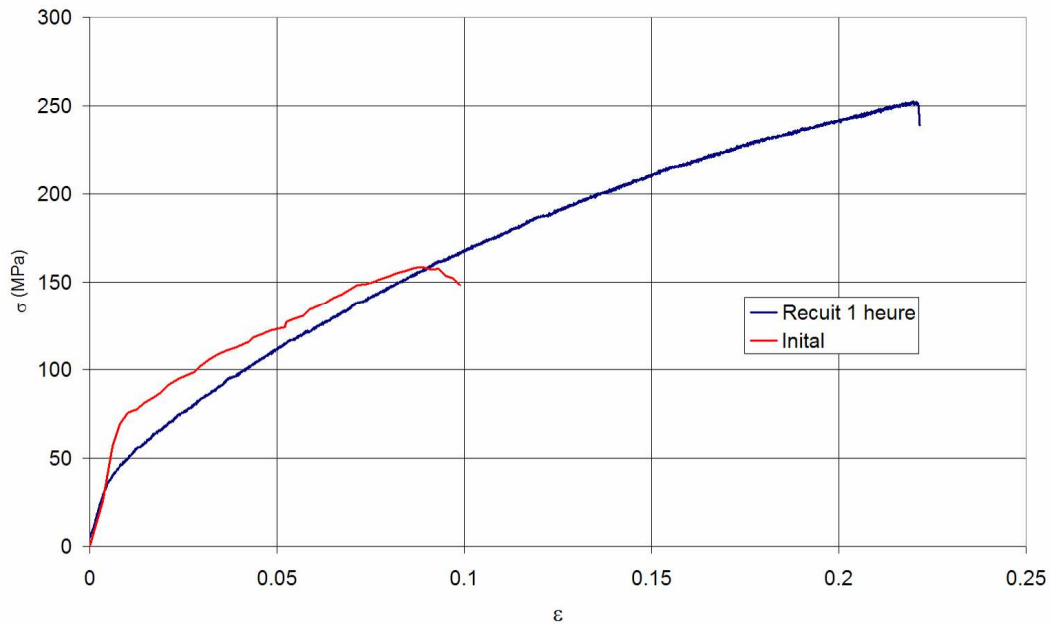


Figure 33 : Influence du recuit sur le comportement macroscopique.

2.2.2. Etude de l'anisotropie de comportement

Afin d'étudier l'anisotropie du comportement, les éprouvettes sont découpées dans les feuilles de cuivre après recuit de 1, 3 et 7 heures suivant trois orientations différentes:

- éprouvettes notées L orientées à 0° par rapport à la direction de laminage,
- éprouvettes notées H orientées à 45° par rapport à la direction de laminage,
- éprouvettes notées T orientées à 90° par rapport à la direction de laminage.

Les Figure 34 à Figure 36 regroupent les résultats de cette campagne. Il est important de noter que les essais réalisés pour une même direction et un même recuit fournissent des résultats parfois hétérogènes. Le faible nombre de grains présents dans chaque éprouvette permet d'expliquer cette large dispersion des résultats. Ce phénomène est typiquement représentatif des constations relevées dans le paragraphe 1.2.4. L'ensemble des courbes expérimentales obtenues est représenté afin de mieux rendre compte de ces hétérogénéités.

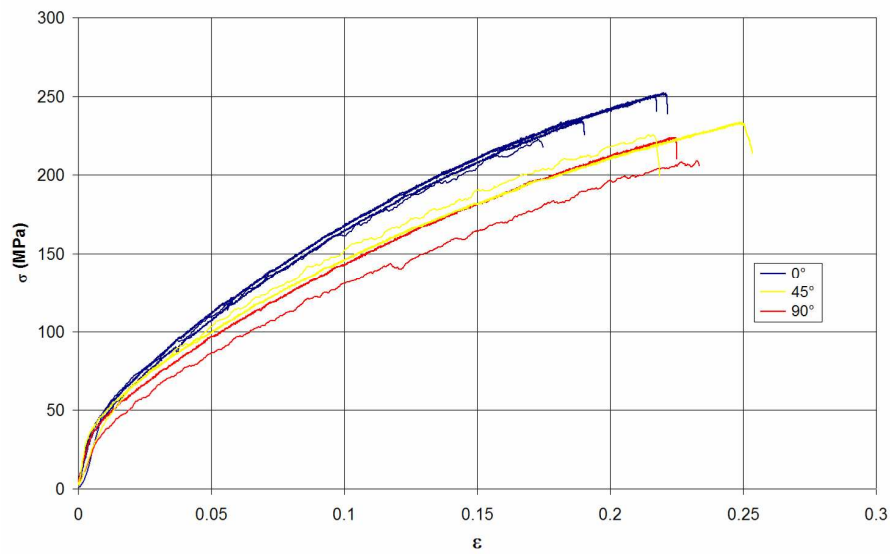


Figure 34 : Influence de l'orientation sur le comportement du matériau (recuit 1 heure).

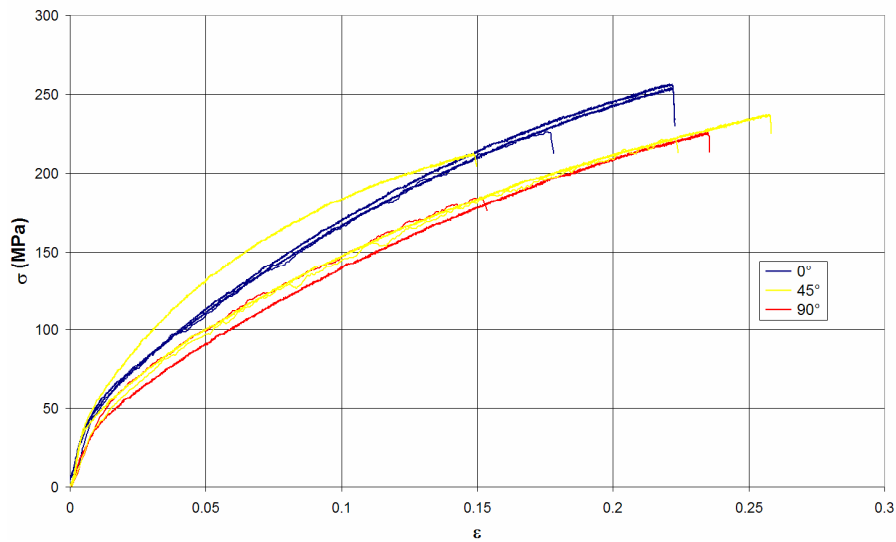


Figure 35 : Influence de l'orientation sur le comportement du matériau (recuit 3 heures).

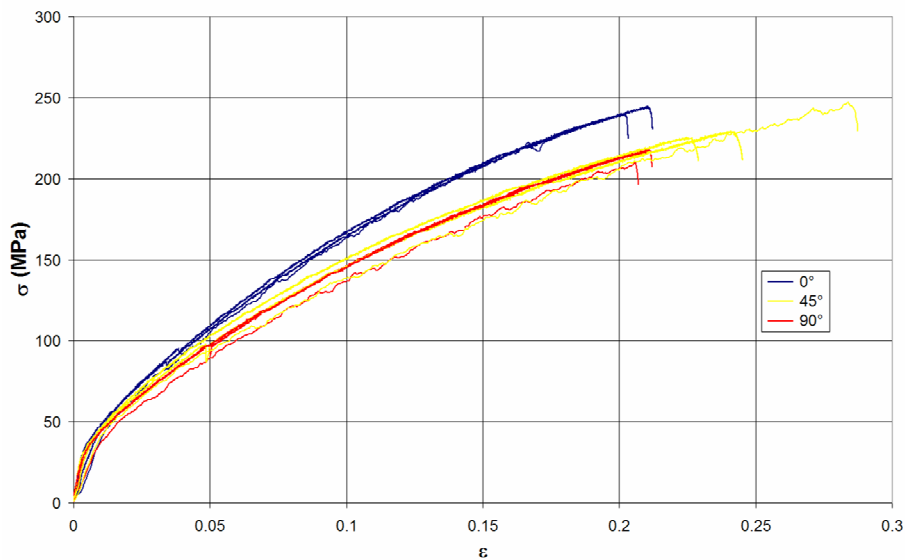


Figure 36 : Influence de l'orientation sur le comportement du matériau (recuit 7 heures).

Pour les trois recuits, les éprouvettes d'orientations L et T atteignent une déformation à rupture équivalente, mais la contrainte à rupture dans la direction L est plus élevée.

L'écrouissage est globalement identique pour les orientations T et H mais diffère pour la direction L. Le niveau de contrainte pour une déformation donnée est semblable pour les directions T et H. Nous détectons donc une anisotropie d'écrouissage indépendante du recuit subi. Afin de la quantifier, un coefficient d'anisotropie A est calculé de la manière suivante :

$$A = \frac{\sigma_{10\%}^L}{\sigma_{10\%}^T} \quad (1.3)$$

avec $\sigma_{10\%}^L$ et $\sigma_{10\%}^T$ correspondant respectivement à la contrainte moyenne mesurée à 10% de déformation sur les éprouvettes de direction L et sur les éprouvettes de la direction considérée. Le Tableau 3 regroupe les différents coefficients calculés.

Coefficients d'anisotropie	$A^L = \frac{\sigma_{10\%}^L}{\sigma_{10\%}^L}$	$A^H = \frac{\sigma_{10\%}^L}{\sigma_{10\%}^H}$	$A^T = \frac{\sigma_{10\%}^L}{\sigma_{10\%}^T}$
Recuit 1 heure	1	1,16	1,29
Recuit 3 heures	1	1,09	1,25
Recuit 7 heures	1	1,25	1,28

Tableau 3 : Coefficients d'anisotropie en fonction du temps de recuit.

Les coefficients du Tableau 3 traduisent une faible anisotropie mécanique entre les différentes directions.

2.2.3. Evolution de la texture en traction

Grâce aux études d'évolution des textures, les réorientations s'opérant lors des essais de traction peuvent être mises en évidence. Nos investigations ont été menées sur des échantillons recuits 3 heures. Dans les trois directions de traction déjà définies, les éprouvettes ont subi une déformation de 10%.

Afin de faciliter les analyses, les FDP ont été tournées de manière à ramener toutes les directions de laminage dans le même sens. La direction de traction est repérée par DT. Les résultats des figures de pôles recalculées sont rapportés sur les Figure 37 à Figure 40.

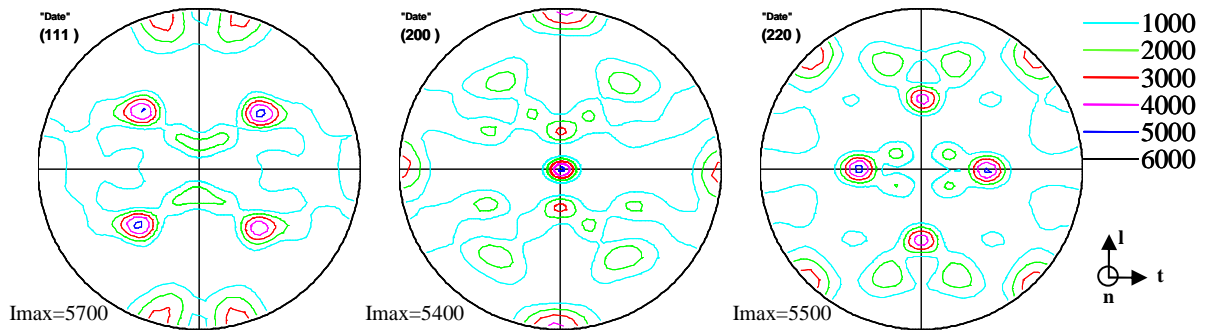


Figure 37 : FDP recalculées d'une éprouvette recuite 3 heures avant traction.

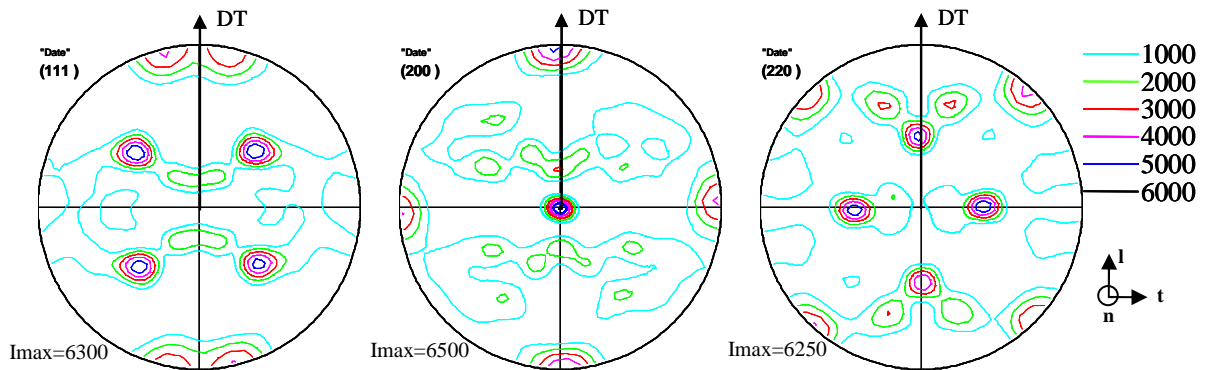


Figure 38 : FDP recalculées d'une éprouvette à 10 % de déformation – direction L (recuit 3 heures).

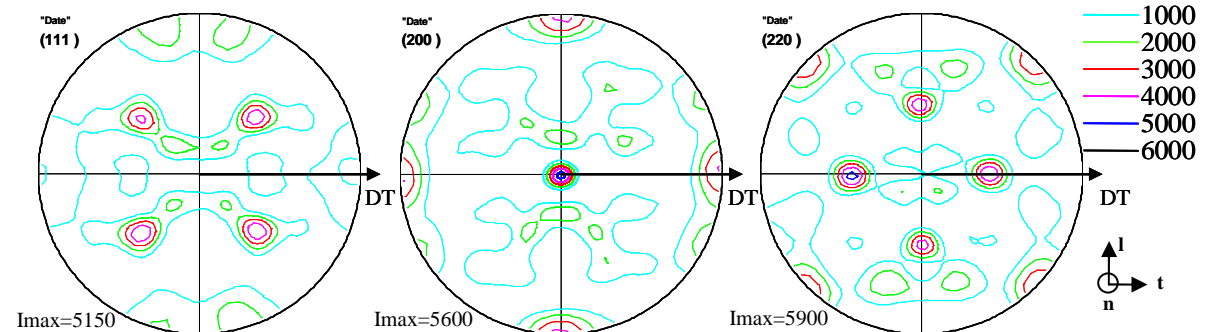


Figure 39 : FDP recalculées d'une éprouvette à 10 % de déformation – direction T (recuit 3 heures).

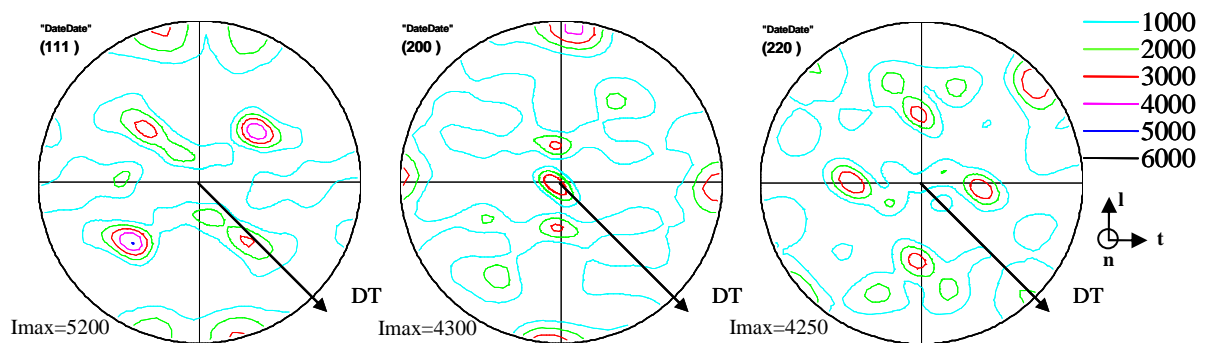


Figure 40 : FDP recalculées d'une éprouvette à 10 % de déformation – direction H (recuit 3 heures).

Il apparaît que la texture initiale et les textures dans les directions L et T après déformation sont quasi-identiques. Aux vues des intensités maximales, on remarque un renforcement de l'orientation prédominante cube sur face, surtout dans la direction L.

Des réorientations sont plus significatives sur les éprouvettes de direction H. Le principal affaiblissement concerne les pôles de l'orientation cube sur face.

L'analyse des FDP permet ainsi de mettre en évidence l'apparition d'une nouvelle orientation. Après mesure, il apparaît que l'affaiblissement de l'orientation cube sur face $\{001\} \langle 100 \rangle$ se fait au profit de l'orientation $\{235\} \langle 423 \rangle$. Cette dernière s'avère proche de l'orientation type S, dont les principaux pôles sont identifiés sur la Figure 41.

A ce phénomène s'ajoute une rotation de l'orientation cube sur face (représentée sur la FDP (200) de la Figure 41) liée à la traction, engendrant un étalement des pôles.

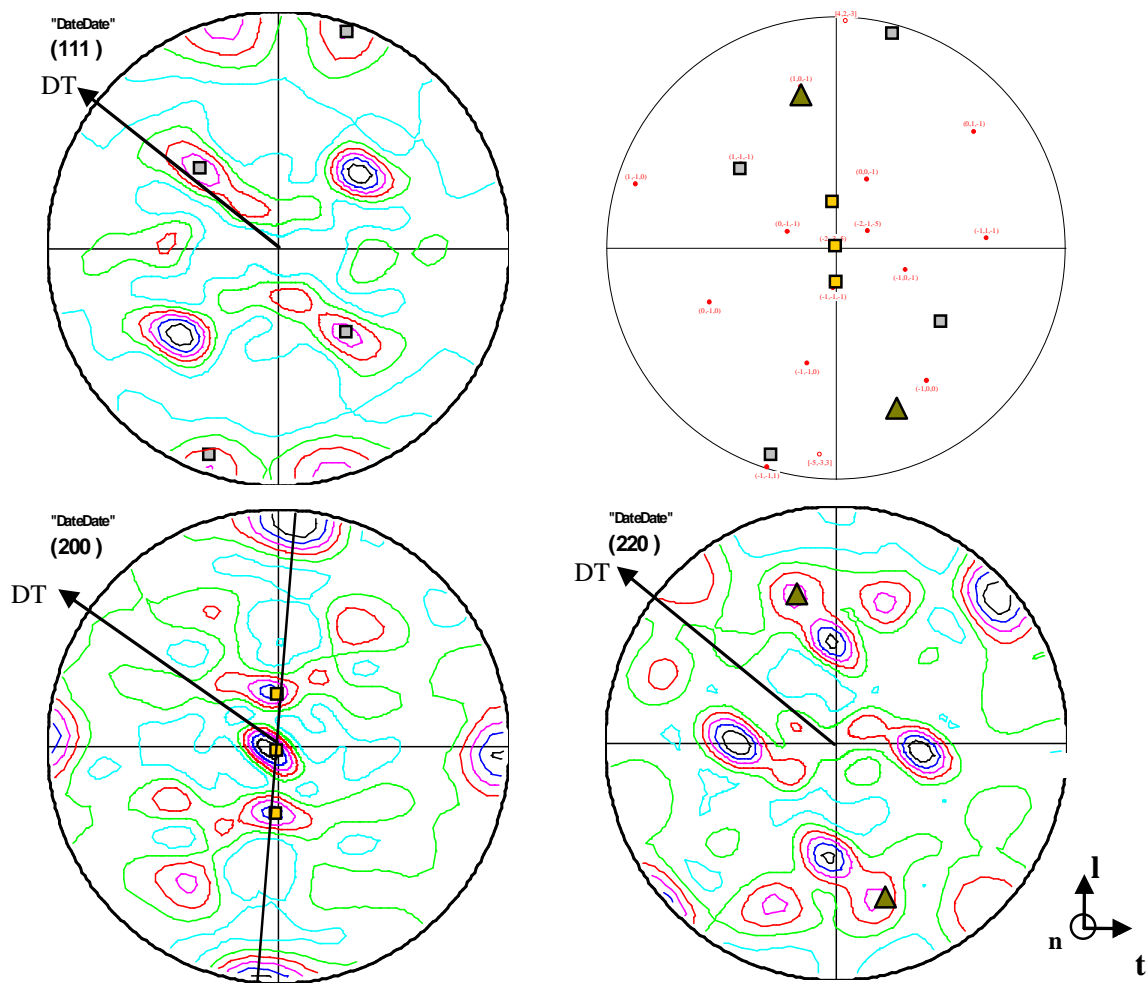


Figure 41 : Identification des principaux pôles renforcés de l'orientation $\{235\} [423]$.

2.2.4. Observation des faciès de rupture

Les faciès de rupture des éprouvettes de cuivre de $100\mu\text{m}$ d'épaisseur ont été analysés. De manière systématique la fracture est générée par l'ouverture d'une fissure qui se propage à 90° par rapport à la direction de traction (Figure 42). Sur des éprouvettes plus massives, cette rupture forme un angle proche de 45° par rapport à la direction de traction.



Figure 42 : Rupture à 90° d'une éprouvette de 100μm d'épaisseur.

L'ensemble des faciès examinés présente une singularité. En effet, une striction locale de 100 % dans l'épaisseur (déformation plane) réduit ce faciès à une arête (Figure 43). Cette géométrie particulière, caractéristique des feuilles minces, est due à une subite perte de stabilité mécanique pendant le chargement. La géométrie ainsi générée est couramment appelée faciès en lame de couteau. Cette arête n'est pas systématiquement centrale et n'est pas rectiligne.

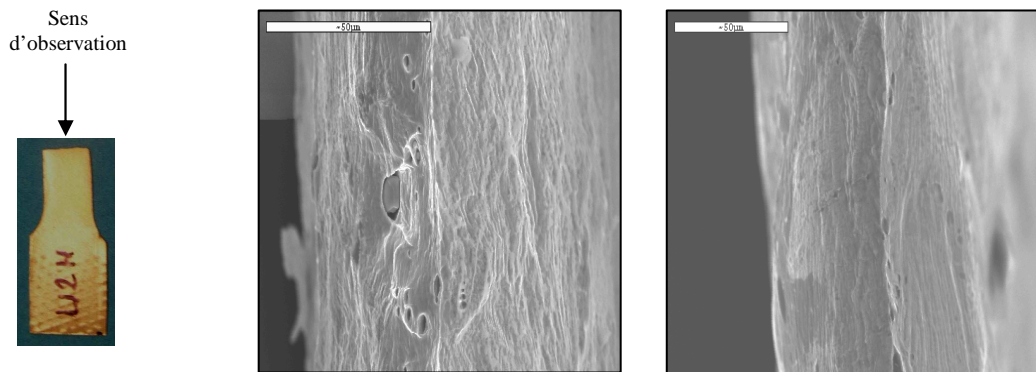


Figure 43 : Faciès de rupture en lame de couteau.

Les investigations réalisées par Weiss [WEI02] sur les faciès (Figure 44) montrent également cette striction très importante de type lame de couteau. Plus la feuille est fine, plus le faciès de rupture présente une forte localisation de la déformation dans l'épaisseur, caractéristique de celle rencontrée sur un monocristal.

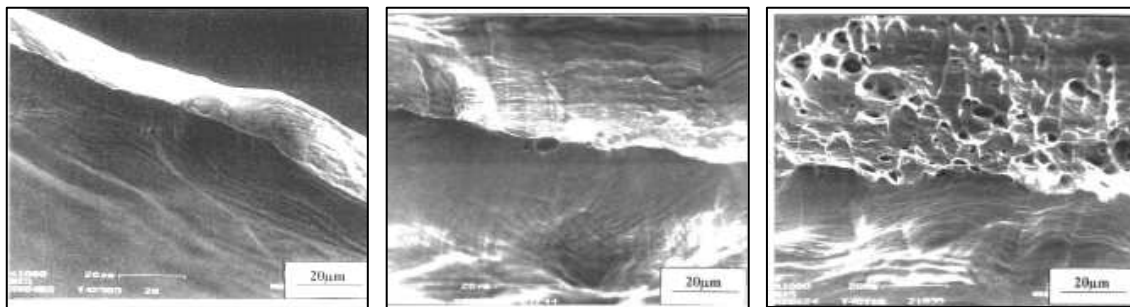


Figure 44 : Faciès de rupture après traction pour des feuilles de cuivre, respectivement 50, 125 et 250μm [WEI02]

Le comportement de ce monocristal est semblable à celui des gros grains trouvés dans nos échantillons. En effet, ils présentent chacun peu d'obstacles au mouvement des dislocations.

Ceci nous permet de confirmer l'hypothèse qu'à l'échelle à laquelle nous réalisons cette étude, les gros grains ont un rôle prépondérant sur la rupture.

2.2.5. Essais in situ – suivi de la propagation de fissure

Le suivi de la propagation montre que la localisation se forme systématiquement sur un bord de l'éprouvette (dans une zone comportant 3 surfaces libres) puis se propage pour finalement traverser de part en part toute la largeur de l'éprouvette. Une analyse plus précise de l'activité en pointe de fissure, donnée sur la Figure 45, nous démontre que c'est la fissure qui engendre une localisation de la déformation à sa pointe. Ce résultat met en évidence le rôle des surfaces libres sur la localisation de la déformation.

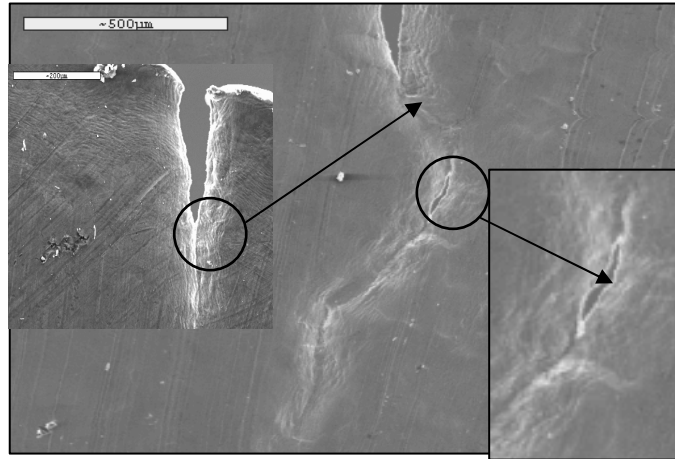


Figure 45 : Ouverture de la fissure à partir d'un bord libre de l'éprouvette.

Enfin la Figure 46 met en évidence la présence de lignes de glissement orientées suivant la même direction de part et d'autre de la fissure. Ces lignes de glissement étant initialement contenues dans le même grain, nous pouvons donc conclure que la propagation de la fissure se fait de manière intragranulaire. Ceci tend renforcer l'idée que les phénomènes de localisation et de rupture sont contrôlés par les gros grains.

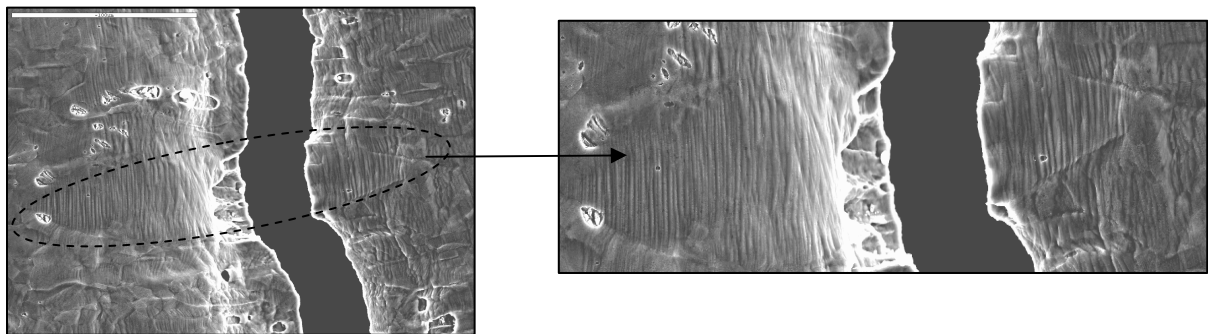


Figure 46 : Propagation de la fissure à travers un grain.

2.2.6. Influence du nombre de grains dans l'épaisseur

Afin d'analyser plus finement le rôle des grains sur la réponse mécanique, l'influence de la taille de grain moyenne et l'influence du nombre de grains dans l'épaisseur sont étudiées.

2.2.6.1. Essais à épaisseur constante – nombre de grains variable

Dans un premier temps, pour des feuilles de 100µm d'épaisseur, nous réalisons des essais de traction uniaxiale sur des éprouvettes contenant de 1 à 8 grains dans l'épaisseur.

Nous présentons ici uniquement les résultats des essais réalisés dans la direction de traction L, les deux autres orientations donnant des informations similaires.

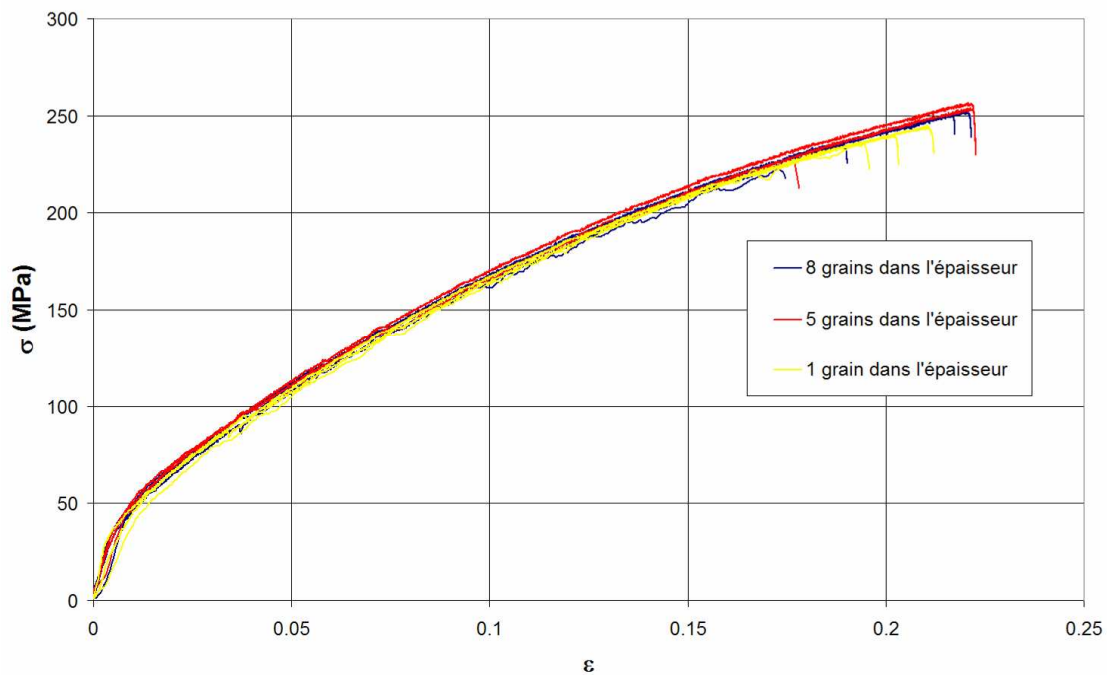


Figure 47 : Influence du nombre de grains à travers l'épaisseur pour les essais à 0° par rapport à la direction de laminage.

Toutes les courbes contrainte-déformation de la Figure 47 étant superposées, le comportement des éprouvettes n'est donc ni influencé par le nombre de grains qu'elles contiennent dans l'épaisseur, ni par la taille moyenne de ces grains. Les dispersions apparaissant sur la déformation et la contrainte à rupture sont liées à une faible population de grains dans les éprouvettes.

2.2.6.2. Essais à épaisseur variable – nombre de grains constant

Dans un deuxième temps, à partir d'essais réalisés sur les feuilles de 100 et 250 μ m contenant le même nombre de grains dans l'épaisseur, nous pouvons mettre en évidence un effet lié à l'épaisseur des éprouvettes. En effet, quelque soit la durée du traitement thermique, nous constatons sur les Figure 48 à Figure 50 que pour une même déformation les éprouvettes de 250 μ m d'épaisseur présentent une contrainte supérieure à celles de 100 μ m. De plus la déformation à la rupture est systématiquement plus faible pour les éprouvettes plus épaisses.

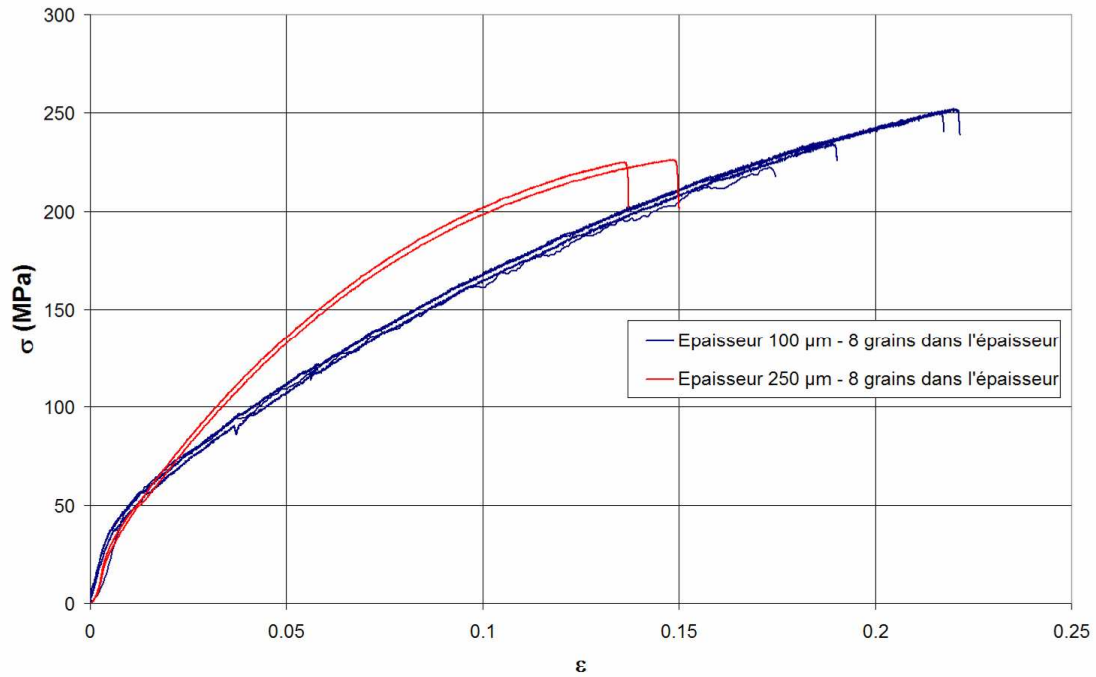


Figure 48 : Comportement à épaisseur variable avec 8 grains dans l'épaisseur. Essais de traction à 0° par rapport à la direction de laminage pour un recuit d'une heure.

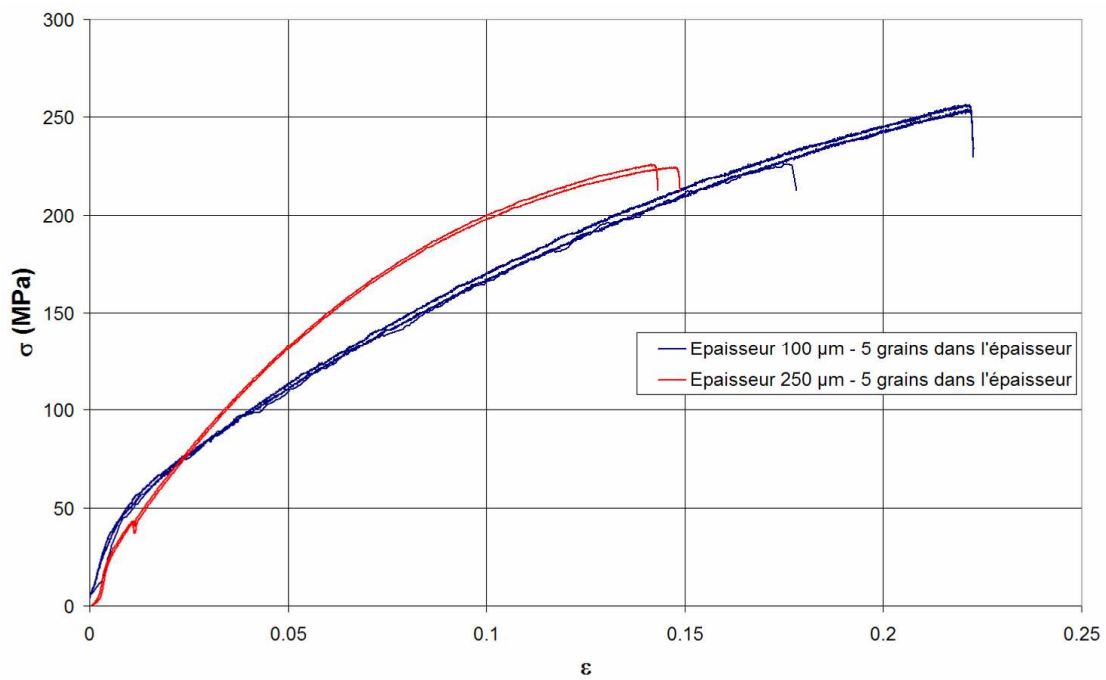


Figure 49 : Comportement à épaisseur variable avec 5 grains dans l'épaisseur. Essais de traction à 0° par rapport à la direction de laminage pour un recuit de trois heures.

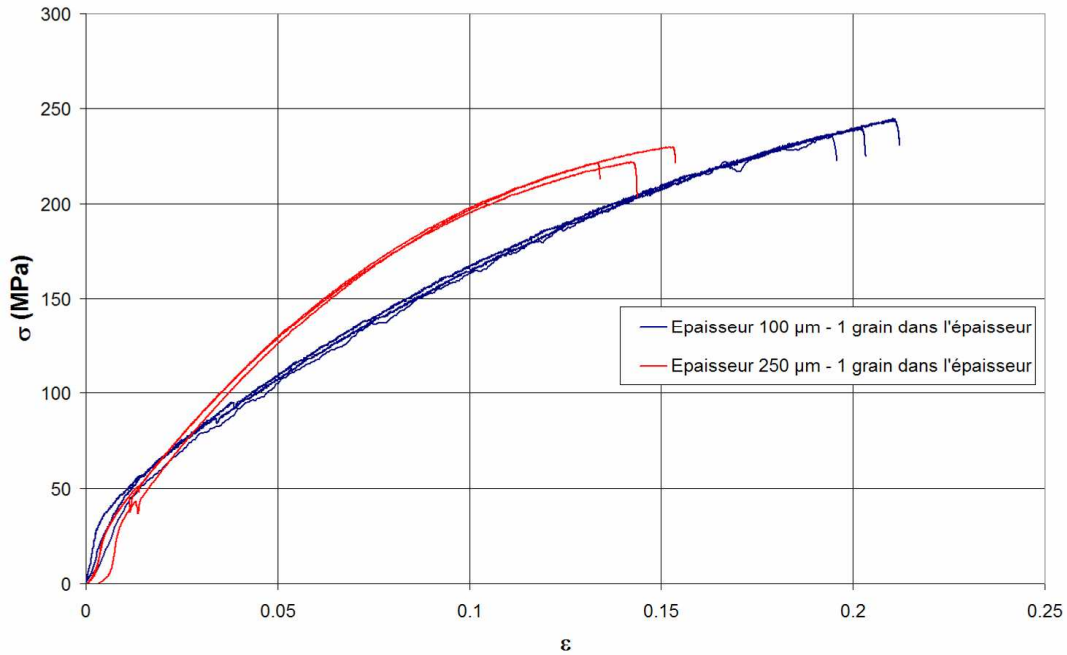


Figure 50 : Comportement à épaisseur variable avec 1 grain dans l'épaisseur. Essais de traction à 0° par rapport à la direction de laminage pour un recuit de sept heures.

L'influence de l'épaisseur des éprouvettes sur les courbes contrainte-déformation ne peut pas être attribuée à un effet de taille de grain puisque l'étude précédente, à taille de grain variable mais épaisseur constante, a montré que ce facteur n'intervient pas à cette échelle. De plus, la pente d'écrouissage est différente entre les deux épaisseurs, pourtant constituées du même matériau et ayant subi le même traitement de recuit. L'écrouissage des éprouvettes de 250μm sature prématurément par rapport aux éprouvettes de 100μm, provoquant ainsi une rupture précoce.

Ainsi, les Figure 51 et Figure 52 illustrent clairement un effet d'épaisseur sur la contrainte et sur la déformation à rupture, et ce quelque soit la taille moyenne de grains.

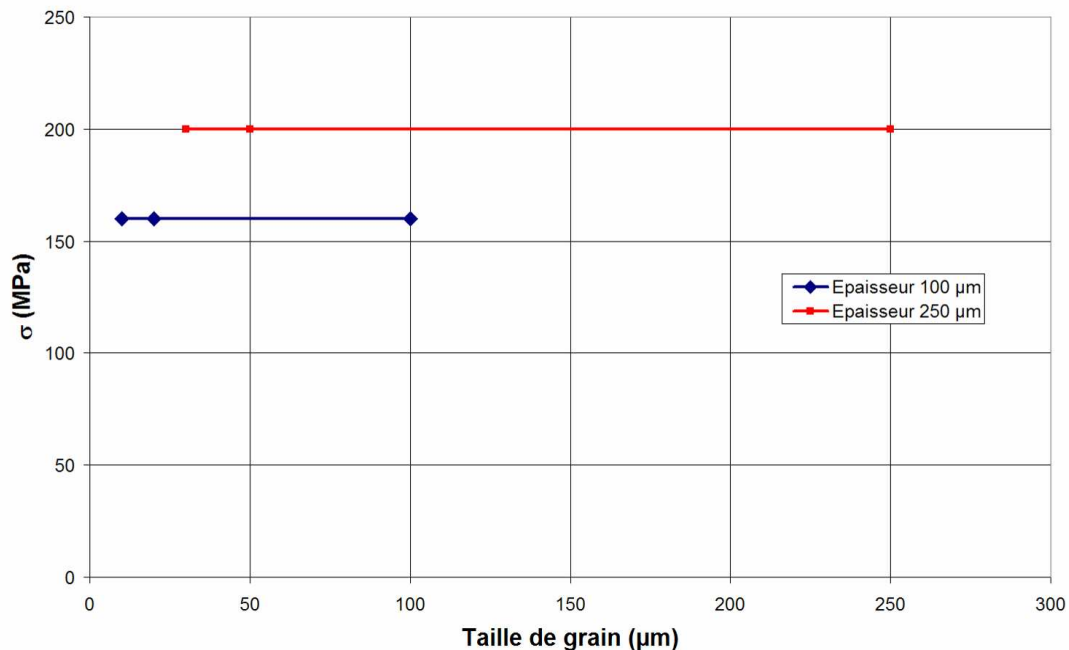


Figure 51 : Evolution de la contrainte à 10 % de déformation en fonction de la taille de grain pour deux épaisseurs d'éprouvettes.

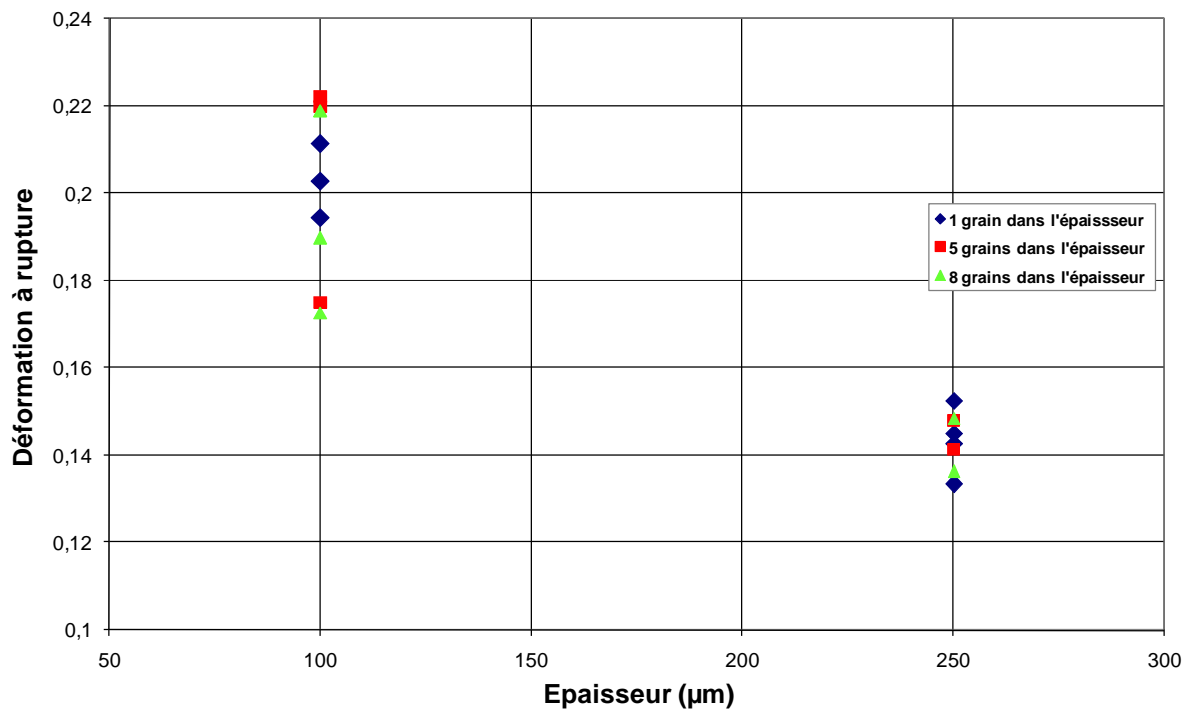


Figure 52 : Evolution de la déformation à rupture en fonction de l'épaisseur et du nombre de grains dans l'épaisseur.

2.2.7. Confrontation et discussion des résultats

A ce stade, il est important de confronter nos résultats avec ceux vus dans la littérature et de mener une discussion à ce sujet.

Les figures précédentes, et notamment les Figure 51 et Figure 52, montrent clairement que dans le cas des feuilles étudiées, le comportement plastique ne dépend ni du nombre de grains dans l'épaisseur ni de la taille moyenne de grain mais de l'épaisseur elle-même. Nous allons ainsi resituer ce travail par rapport à la littérature sur (1) l'effet d'épaisseur et (2) l'effet de taille de grains sur le comportement.

- L'effet d'épaisseur :

L'effet d'épaisseur a déjà été mis en évidence par Weiss et Kals. Ce dernier remarque, sur un alliage CuZn20Ni18 [KAL00], qu'une diminution de l'épaisseur conduit à une diminution de la contrainte d'écoulement conformément à nos résultats expérimentaux. Cette évolution est justifiée par la différence de comportement entre les grains de surface et de volume (Figure 53). En effet, la présence d'une surface libre engendre un écoulement plastique plus intense. Ce résultat a été confirmé à l'aide de calculs micromécaniques comparant l'activité plastique d'un grain favorablement orienté placé, soit en volume, soit en surface [SAU00]. Par ailleurs, la présence de la surface libre permet un adoucissement du comportement lié à la disparition de dislocations en surface.

Cet écrouissage plus faible dans les grains surfaciques peut conduire à une localisation de la déformation d'autant plus précoce que l'épaisseur est faible. Cet effet a été obtenu par Weiss dans le cas des feuilles de cuivre de 50, 125 et 250 μm [WEI02]. Il peut alors paraître surprenant d'obtenir, dans nos expériences, une déformation à rupture plus élevée dans le cas des feuilles de 100 μm que dans le cas des feuilles de 250 μm. Aucune explication de ce phénomène n'est pour l'instant avancée.

En outre, l'effet de surface qui existe en chargement monotone est accentué lors de chargements cycliques [NEU92], [KEL89]. Ainsi plus que l'épaisseur, c'est le ratio nombre de grains de surface/nombre de grains de volume qui apparaît comme un paramètre important.

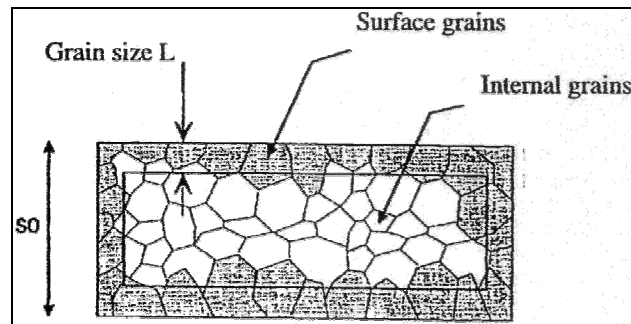


Figure 53 : Zones contenant les grains de surface et de volume [PIC99].

- Effet de taille :

Nos résultats obtenus pour des épaisseurs de tôle de 100µm et 250µm, avec un faible nombre de grains dans l'épaisseur, montrent que le comportement mécanique est indépendant de la taille moyenne des grains. Nous retrouvons donc le phénomène décrit par Armstrong (voir paragraphe 1.2.3.).

Par conséquent, nos résultats ne suivent pas la relation classique de Hall–Petch [HAL51], [PET53]. Cette dernière exprime la dépendance de la limite élastique d'un polycristal ou plus généralement de la contrainte d'écoulement vis-à-vis de la taille moyenne de ses grains :

$$\sigma_Y = \sigma_0 + K \cdot D_{GB}^n$$

où D_{GB} est la taille de grain, σ_0 et K sont des constantes matériau. Sa validité a été largement vérifiée expérimentalement pour des tailles moyennes de grain allant de 100 nm [MAS98], [KHA00], [KHA06] à 500-1000 µm [HIR72], [DOL82], [ZON95]. Notons que l'exposant n , qui vaut $-1/2$ pour les petits et moyens grains devient égal à -1 pour les gros grains.

Nous devons trouver pourquoi nos résultats expérimentaux ne suivent pas la loi de Hall–Petch. Une explication de cette différence de comportement est avancée dans les travaux de Berbenni et al [BER07]. En effet, ils montrent que la contrainte d'écoulement dépend non seulement de la taille moyenne des grains mais aussi de l'étendue de la distribution de taille de grain : plus la dispersion est grande, plus la contrainte d'écoulement est faible pour une taille moyenne de grains donnée. Ils remarquent que cet effet peut entraîner une forte déviation par rapport à la loi de Hall-Petch pouvant conduire à une contrainte d'écoulement indépendante de la taille moyenne de grains. Dans le cas d'une forte dispersion, les gros grains contribuent à l'essentiel de la déformation plastique macroscopique.

Pour les matériaux étudiés dans ce travail, les mesures réalisées en EBSD ont montré une large dispersion de taille de grain. Plus précisément, pour un recuit d'une heure, la taille des plus petits grains est de l'ordre d'une dizaine de microns, alors que certains grains atteignent une taille de l'ordre de 120 µm. Pour le recuit de trois heures, ces tailles limites sont de 10 et 180 µm. On peut donc raisonnablement penser que la déformation plastique macroscopique est essentiellement due aux gros grains. Notons que, par rapport à l'analyse de Berbenni et al [BER07], l'effet des gros grains est probablement encore accentué dans notre cas par le faible nombre de grains des matériaux étudiés (notamment dans l'épaisseur) et la présence des surfaces libres.

Par ailleurs, l'analyse des faciès de rupture (voir paragraphe précédent) montre une forte localisation de la déformation dans les gros grains provoquant ainsi une rupture prématurée de

l'éprouvette. Ces résultats confirment l'hypothèse que la déformation plastique et le comportement des éprouvettes sont contrôlés par la réponse des gros grains qui ont une taille équivalente quelque soit le recuit. Cet effet « gros grain » masque ainsi l'effet taille moyenne de grain.

2.3. Conclusion

Les essais de traction uniaxiale menés sur des feuilles minces de cuivre d'épaisseur 100 μ m et 250 μ m avec un nombre de grain moyen dans l'épaisseur variant de 1 à 8 ont montrés :

- le rôle important des grains surfaciques sur la contrainte d'écoulement et sur la déformation à rupture des éprouvettes qui ne peut être négligé en vu de reproduire la réponse de feuilles minces lors d'opérations de mise en forme,
- que l'effet de taille de grains doit être analysé en terme de distribution de taille et non en terme de taille moyenne pour prendre en compte l'influence des plus gros grains.

Afin de compléter notre étude et d'analyser l'influence du matériau sur la réponse des feuilles minces, des tôles en aluminium pur et en acier inoxydable de type 316L ont été sollicitées en traction uniaxiale (voir Annexe 1 et Annexe 2). Dans les 2 cas, des ruptures similaires à celles des feuilles de cuivre ont été observées.

3. Bilan

Une synthèse des principaux résultats de ce chapitre permet de mettre en évidence les points suivants :

- Dans le cas du cuivre, pour des épaisseurs de 100 μ m et 250 μ m, le comportement mécanique ne dépend pas du nombre de grains dans l'épaisseur et donc pas de la taille moyenne de ces grains.
- En revanche, il dépend clairement de la valeur de l'épaisseur.
- Ces deux résultats sont attribués à (1) la distribution de la taille de grain et (2) au rôle des surfaces libres. Ainsi, le comportement semble être contrôlé par les « gros » grains. En effet, d'une part à cause de leur taille, ceux-ci sont plus favorables à l'écoulement plastique que les petits grains. D'autre part, ils présentent généralement une ou plusieurs surfaces libres, ce qui augmente encore leurs déformations plastiques et engendrent un adoucissement du comportement.
- La miniaturisation des éprouvettes a pour conséquence le passage d'un état de déformation plane vers un état de contrainte plane qui se manifeste par une localisation de la déformation et une rupture originale en lame de couteau.

Ainsi, dans le cas des tôles minces, les surfaces externes (surfaces libres) jouent un rôle primordial sur la réponse macroscopique du matériau. L'influence sur le comportement, notamment la perte de ductilité, des surfaces internes telles que les joints de grains semble elle aussi importante bien qu'elle ne soit pas clairement identifiée. Pour prendre en compte cet effet dans une modélisation de la mise en forme et coupler les sources d'hétérogénéités associées à la fois au matériau et à la structure, l'utilisation de modèles numériques intégrant la microstructure granulaire du matériau est indispensable.

La simulation numérique utilisant la méthode des éléments finis nous paraît être le support idéal pour mener à bien cette modélisation. Cependant, elle doit être adaptée à nos besoins, par le biais d'une loi de comportement spécifique. Cette loi doit prendre en compte les mécanismes physiques de déformation plastique, à savoir le glissement sur des systèmes cristallographiquement définis.

La modélisation numérique pourra s'appuyer sur la grande quantité d'informations que nous détenons sur trois matériaux concernant :

- l'état microstructural des différentes tôles minces. En effet, par le biais des études micrographiques, nous possédons une bonne connaissance de la morphologie, de la taille moyenne de grain et, dans le cas du cuivre, de la distribution de la taille de ces grains.
- les textures expérimentales des feuilles à l'état de livraison et après recuit. Des listes d'orientations individuelles de grains représentatives des textures réelles de nos matériaux sont générées, leur utilité sera mise en évidence par la suite.
- le comportement mécanique en traction, en fonction de différents paramètres. Les courbes de traction nous permettent, dans le cas particulier des feuilles minces, de déterminer les paramètres matériaux tels que la cission critique, les coefficients d'écrouissage et d'adoucissement, la densité de dislocations initiale pour chacun des trois matériaux.

Le chapitre suivant présente le développement et la mise en œuvre d'une telle modélisation dans un code de calcul commercial aux éléments finis.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [ABB06] <http://www.abbottvascular.com>.
- [ANT01] J.M. Antunes, L.F. Menezes, M.F. Vieira, J.V. Femandes, B. Trindade, A.S. Ramos, M.T. Vieira, *On the evaluation of the ductility of thin films*, Materials Science and Engineering A 00, p. 1-7, 2002.
- [ARM61] R.W. Armstrong, *On size effects in polycrystal plasticity*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 9, p. 196-199, 1961.
- [BER07] S. Berbenni, V. Favier, M. Berveiller, *Impact of the grain size distribution on the yield stress of heterogeneous materials*, Int. J. Plasticity 23, p. 117-142, 2007
- [CON04] H. Conrad, *Grain-size dependence of the flow stress of Cu from millimetres to Nanometers*, Metallurgical and Materials Transactions A 35A, p. 2681-2695, 2004.
- [DOD87] B. Dodd, Y. Bai, *Ductile Fracture and Ductility*, Academic Press, London, p. 2-28, 1987.
- [DOL82] M. Dollar, S. Gorczyca, *The effect of grain size on polycrystal hardening*, Scripta Mater. 16, p. 901-906, 1982.
- [FUL06] T. Fülöp, W.A.M. Brekelmans, M.G.D. Geers, *Size effects from grain statistics in ultra-thin metal sheets*, Journal of Materials Processing Technology 174, p. 233-238, 2006.
- [GEI96] M. Geiger, F. Vollersten, R. Kals, *Fundamentals on the manufacturing of sheet metal micro-parts*, Ann. CIRP 1, p. 277-282, 1996.
- [GEI01] M. Geiger, M. Kleiner, R. Eckstein, N. Tielser, U. Engel, *Microforming*, 51st General assembly of CIRP, Nancy 50 (2), p. 445-462, 2001.
- [GOT78] G. Gottstein, *Recent aspects in the understanding of recrystallisation texture development*, Proceeding of the Fifth International Conference on Textures of Materials, p. 93-108, 1978.
- [HAL51] E.O. Hall, Proc. Phys. Soc. London, Vol B64, p. 747-53, 1951.
- [HIR72] J.P. Hirth, *The influence of grain boundaries on mechanical properties*. Metall. Trans. 3, p. 3047-3067, 1972.
- [HIT03] G. Hirt, H. Justinger, N. Witulski, *Analysis of size effects in micro sheet forming*, in "Process Scalling" Strahltechnik Vol. 24, F. Vollersten, F. Hollmann (Ed.), Proceedings of 1st Colloquium of DFG Priority Program Process Scaling, Bremen, BIAS Verlag, Bremen, p. 19-26, 2003.
- [KAL00] T.A. Kals, R. Eckstein, *Miniaturization in sheet metal working*, Journal of Materials Processing Technology 103, p. 95-101, 2000.

- [KEL89] R. Keller, W. Zielinski, W.W. Gerberich, *On the onset of low-energy dislocation substructures in fatigue: grain size effects*, Mater. Sci. Eng. A113, p. 267-280, 1989.
- [KHA00] A.S. Khan, H. Zhang, L. Takacs, *Mechanical response and modeling of fully compacted nanocrystalline iron and copper*, Int. J. Plast. 16, p. 1459–1476, 2000.
- [KHA06] A.S. Khan, Y.S. Suh, X. Chen, L. Takacs, H. Zhang, *Nanocrystalline aluminium and iron: mechanical behaviour at quasi-static and high strain rates, and constitutive modelling*, Int. J. Plast. 22, p. 195-209, 2006.
- [KRA01] O. Kraft, C.A. Volkert, *Mechanical Testing of Thin Films and Small Structures*, Advanced Engineering Materials 3, 2001.
- [LAV99] D.A. LaVan, W.N. Sharpe Jr., *Tensile Testing of Microsamples*, Experimental Mechanics Vol.39, 1999.
- [LAW62] A. Lawley, S. Schuster, *Preparation and Tensile Testing of Thin Metal Foils of Rolled Material*, The Review of Scientific Instruments, 1962.
- [MAS98] R.A. Masumura, P.M. Hazzledine, C.S. Pande, *Yield stress of fine grained materials*, Acta Mater. 46, p. 4527-4534, 1998.
- [MEN59] J.W. Menter, D.W. Pashley, *The microstructure and mechanical properties of thin films*, Proceedings, New York, September 9-11, 1959.
- [MIC03] J.F. Michel, P. Picart, *Size effects on the constitutive behavior for brass in sheet metal forming*, Journal of Materials Processing Technology 141, p. 439-446, 2003.
- [MIY79] S. Miyazaki, H. Fujita, H. Hiraoka, *Effect of specimen size on the flow stress of rod specimens of polycrystalline Cu-Al alloy*, Scripta Metall 13, p. 447-449, 1979.
- [NEU92] P. Neumann, *The effect of surface related grain boundary stresses on fatigue*, Scripta Metall. 26, p. 1535-1540, 1992.
- [PET53] N.J. Petch, J. Iron Steel Inst, Vol 17, p. 25-28, 1953.
- [PIC99] P. Picart, *Characterization and modelisation of metal forming for micro components*, Proceedings of the Sixth International Conference of Technology of Plasticity, p. 33-36, 1999.
- [SAU00] M. Sauzay, P. Gilormini, *Inclusion élastoplastique en surface*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 328, Série Iib, p. 117-122, 2000.
- [TIE00] N. Tiesler, U.Engel, *Microforming-effects of miniaturization*, Metal forming 2000, Proceedings of the eight international conference on metal Forming, Balkema, Rotterdam, p. 355-360, 2000.

- [TIE02] N. Tiesler, *Microforming-size effects in friction and their influence on extrusion processes*, Wire 1, p. 34-38, 2002.
- [VOL04] F. Vollertsen, Z. Hu, H. Schulze Niehoff, C. Theiler, *State of the art in micro forming and investigations into micro deep drawing*, Journal of Materials Processing Technology 151, p. 70-79, 2004.
- [WEI02] B. Weiss, V. Gröger, G. Khabti, A. Kotas, P. Zimprich, R. Stickler, B. Zagar, *Characterization of mechanical and thermal properties of thin Cu foils and wires*, Sensors and actuators A 99, p. 172-182, 2002.
- [YI99] T. Yi, L. Li, C.J. Kim, *Microscale material testing of single crystalline silicon: process effects on surface morphology and tensile strength*, Sensors and Actuators 83, p. 172-178, 2000.
- [ZON95] J. Zonghoa, L. Jianshe, B. Baudalet, *A dislocation density approximation for a flow stress grain size relation of polycrystals*, Acta Metall. 43, p. 3349-3360, 1995.

CHAPITRE 2 : FORMULATION INCREMENTALE ET IMPLANTATION DANS UN CODE ELEMENTS FINIS DES LOIS DE COMPORTEMENT MONOCRISTALLINES VISCOPLASTIQUE ET PLASTIQUE

Ce chapitre présente les notions théoriques relatives au développement de lois de comportement monocristallines viscoplastique et plastique et leur implantation dans un code de calcul par éléments finis.

La formulation de la loi de comportement est présentée en adoptant une approche en transformations finies. Les équations non linéaires décrivant le comportement sont résolues par la technique numérique de Newton-Raphson. L'implantation est effectuée dans le code éléments finis ABAQUS[®] standard via la routine utilisateur UMAT. Pour ce faire la configuration corotationnelle est choisie. Le développement du module algorithmique cohérent avec la technique d'intégration est également explicité.

1. Formulation de la loi de comportement monocristalline en transformations finies

1.1. Introduction de l'approche adoptée en transformations finies

La théorie des grandes déformations utilisée par ABAQUS[®] pour décrire le comportement des structures non élastiques appartient à la classe des approches corotationnelles [HIB02]. Une critique approfondie de ce type d'approches peut être trouvée par exemple dans Simo et Pister [SIM84]. La description utilisée est basée sur la décomposition additive du gradient de vitesse en parties élastique et permanente :

$$\mathbf{g} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{g}^e + \mathbf{g}^p \quad (2.1)$$

Une décomposition de ce même gradient en partie symétrique, appelée vitesse de déformation \mathbf{d} , et partie antisymétrique, nommée vitesse de rotation ou spin \mathbf{w} , est également effectuée conduisant au résultat suivant :

$$\mathbf{g} = \mathbf{d} + \mathbf{w} = (\mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p) + (\mathbf{w}^e + \mathbf{w}^p) \quad (2.2)$$

Pour toute loi inélastique, ABAQUS[®] procure comme donnée d'entrée à la routine utilisateur UMAT un incrément de déformation totale $\Delta \mathbf{E}$, ainsi qu'un ensemble de variables d'état. Cet incrément est déduit de l'incrément du gradient de transformation $\Delta \mathbf{F}$ qui permet le calcul du gradient de vitesse par la relation habituelle

$$\mathbf{g} = \frac{d\Delta \mathbf{F}}{dt} \Delta \mathbf{F}^{-1} \quad (2.3)$$

L'incrément du gradient de transformation est décomposé d'une manière multiplicative (décomposition polaire) en incrément de déformation $\Delta \mathbf{V}$ ou $\Delta \mathbf{U}$ (respectivement tenseur d'élongation gauche et tenseur d'élongation droite) et incrément de rotation $\Delta \mathbf{R}$:

$$\Delta \mathbf{F} = \Delta \mathbf{V} \cdot \Delta \mathbf{R} = \Delta \mathbf{R} \cdot \Delta \mathbf{U} \quad (2.4)$$

Tous les vecteurs et tenseurs associés à la loi de comportement du matériau, avant d'être transmis vers la routine UMAT, sont transportés de la configuration actuelle vers une configuration définie par la rotation $\Delta \mathbf{R}$. Cette configuration est appelée "matérielle" [HIB02] [SIM84]. Ainsi le gradient de vitesse devient dans cette configuration :

$$\mathbf{G} = \Delta \mathbf{R} \cdot \mathbf{g} \cdot {}^t \Delta \mathbf{R} \quad (2.5)$$

Cette dernière grandeur permet le calcul de l'incrément de déformation en passant par

l'expression :

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{2} \int_t^{t+\Delta t} (\mathbf{G}(t+\tau) + {}^t\mathbf{G}(t+\tau)) d\tau \quad (2.6)$$

En utilisant l'approximation admettant que les directions principales de $\Delta \mathbf{U} = {}^t\Delta \mathbf{R} \cdot \Delta \mathbf{F}$ restent inchangées durant l'incrément considéré, il est démontré que

$$\Delta \mathbf{E} = \ln(\Delta \mathbf{V}) \quad (2.7)$$

c'est-à-dire qu'il s'agit d'une mesure logarithmique de la déformation.

L'utilisation de la relation (2.1) permet la décomposition additive de $\Delta \mathbf{E}$ en parties élastique et permanente :

$$\Delta \mathbf{E} = \Delta \mathbf{E}^e + \Delta \mathbf{E}^p \quad (2.8)$$

Il est également affirmé qu'une intégration du dernier résultat conduit à la formule :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^e + \mathbf{E}^p \quad (2.9)$$

Cette intégration passe par un transport de chacune des parties de la déformation dans les configurations matérielles successives. A ce propos, il est important de souligner que, puisque le cumul de la déformation plastique doit être effectué dans la routine UMAT, le transport de la déformation plastique dans les configurations corotationnelles consécutives doit être assuré par l'utilisateur.

Pour les matériaux dont l'état dépend de l'histoire de chargement, les lois constitutives sont écrites en vitesse ou sous forme incrémentale. Soit $\boldsymbol{\sigma}$ la contrainte de Cauchy. La contrainte de Kirchhoff $\boldsymbol{\tau} = J\boldsymbol{\sigma}$, conjuguée avec la vitesse de déformation \mathbf{d} , est utilisée dans ABAQUS®. Sa vitesse est définie par l'expression :

$$\frac{d}{dt}(J\boldsymbol{\sigma}) = \frac{d^\nabla}{dt}(J\boldsymbol{\sigma}) + J(\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\omega}) \quad (2.10)$$

La partie due au comportement du matériau est le terme $\frac{d^\nabla}{dt}(J\boldsymbol{\sigma}) \equiv (\frac{d^\nabla}{dt}J\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\tau}^\nabla$ appelé vitesse corotationnelle de la contrainte de Kirchhoff. Dans cette dernière expression \equiv signifie que nous considérons l'équivalence des termes situés de part et d'autre de ce symbole. La vitesse corotationnelle de la contrainte de Kirchhoff est déterminée grâce à une loi hypoélastique donnant, après son transport par $\Delta \mathbf{R}$:

$$\boldsymbol{\tau}^\nabla = \Delta \mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot {}^t\Delta \mathbf{R} \quad (2.11)$$

Cette loi s'écrit :

$$\boldsymbol{\tau}^\nabla = \mathbf{C} : \mathbf{D}^e = \mathbf{C} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^p) \quad (2.12)$$

où \mathbf{C} est le tenseur des propriétés élastiques supposé constant et possédant toutes les symétries habituelles et \mathbf{D} et \mathbf{D}^p les mesures transportées de la vitesse de déformation et de sa partie irréversible. Il en résulte une forme incrémentale utilisée dans ABAQUS®

$$\Delta \mathbf{T} = \mathbf{C} : \Delta \mathbf{E}^e = \mathbf{C} : (\Delta \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E}^p) \quad (2.13)$$

Cet incrément de la contrainte de Kirchhoff doit être déterminé dans UMAT, grâce à la loi de comportement choisie définissant l'incrément de la déformation permanente $\Delta \mathbf{E}^p$, et cumulé avec la valeur de \mathbf{T} du début du pas, transportée elle aussi dans la configuration

matérielle. Ce transport est assuré par ABAQUS®.

La dernière tâche à effectuer dans la routine UMAT est le calcul du module tangent cohérent avec l'approche incrémentale mise en place. Selon les procédures d'ABAQUS®, ce module tangent (appelé DDSDE dans ABAQUS®) est défini par l'expression suivante :

$$DDSDE = \frac{1}{J} \frac{\partial \Delta T}{\partial \Delta E} \quad (2.14)$$

Dans le cas des petites déformations élastiques (déformations des métaux) et de la déformation permanente à volume constant, le Jacobien reste proche de 1. Nous obtenons alors une approximation de cette expression qui s'écrit:

$$DDSDE \cong \frac{\partial \Delta T}{\partial \Delta E} \quad (2.15)$$

où l'incrément de la contrainte de Cauchy dans la configuration matérielle remplace ΔT .

Cependant, dans le cas des matériaux à déformation plastique sans préservation de volume, la prise en compte de l'expression générale (2.14) est indispensable.

C'est dans le cadre qui vient d'être exposé que nous développons, dans la suite de ce chapitre, l'implantation des lois de comportement viscoplastique et plastique monocristallines.

1.2. Formulation de la loi de comportement

Nous rappelons que l'exécution d'une loi de comportement avec ABAQUS® doit s'effectuer dans la configuration dite « matérielle » où « tournée ». Toutes les variables vectorielles et tensorielles doivent être transportées dans cette configuration. Nous avons introduit les notations suivantes :

- pour la contrainte de Kirchhoff

$$\mathbf{T} = \mathbf{R} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot {}^t\mathbf{R} \quad (2.16)$$

- pour la vitesse de déformation

$$\mathbf{D} = \Delta \mathbf{R} \cdot \mathbf{d} \cdot {}^t\Delta \mathbf{R} \quad (2.17)$$

ΔT et ΔE représentent respectivement les incréments de ces grandeurs, le comportement élastique du monocristal étant défini par l'expression (2.12), que nous rappelons ici :

$$\mathbf{T}^e = \mathbf{C} : \mathbf{D}^e = \mathbf{C} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^p)$$

En écrivant l'expression (2.12), nous avons admis que les déformations élastiques restent petites et que la décomposition additive de la vitesse de déformation reste valable. Cette dernière sera identifiée comme vitesse de déformation viscoplastique dans le cadre de la théorie sensible à la vitesse de déformation

$$\mathbf{D}^p \equiv \mathbf{D}^{vp} \quad (2.18)$$

ou le taux de la déformation plastique dans le cadre de la théorie de plasticité classique :

$$\mathbf{D}^p \equiv \mathbf{D}^{pl} \quad (2.19)$$

Cette partie permanente est déterminée respectivement soit en admettant le comportement

viscoplastique du type Perzyna [PER71], soit le comportement plastique instantané. Dans les deux cas nous supposons l'existence d'un domaine élastique dans l'espace des contraintes que nous notons E_T . Il est admis que ce domaine est convexe. Il est défini par la condition :

$$E_T := \left\{ (\mathbf{T}, \{\rho\}) \in \mathbf{S} \times \mathbf{R}^N \mid f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \leq 0 \quad \forall g \in [1, 2, \dots, N] \right\} \quad (2.20)$$

où

- \mathbf{S} est l'espace des tenseurs symétriques d'ordre 2,
- $\{\rho\}$ est un ensemble de variables internes identifiées avec les densités de dislocations associées aux N mécanismes de déformation irréversibles.

La frontière du domaine élastique ∂E_T est donnée par :

$$\partial E_T := \left\{ (\mathbf{T}, \{\rho\}) \in \mathbf{S} \times \mathbf{R}^N \mid f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) = 0 \quad \forall g \in [1, 2, \dots, N] \right\} \quad (2.21)$$

Elle correspond au critère de l'activation potentielle des mécanismes de déformation permanente. Dans ce travail, nous considérons que cette déformation est due aux mouvements et à la multiplication des dislocations sur des systèmes de glissement géométriquement bien identifiés. Les N fonctions f^g s'écrivent :

$$f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) = \mathbf{S}^g : \mathbf{T} - \tau_c^g(\{\rho\}) \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (2.22)$$

\mathcal{G} désignant l'ensemble des N systèmes de glissement plastique.

$$\mathcal{G} := [1, 2, \dots, N] \quad (2.23)$$

$\tau_c^g(\{\rho\})$ décrit ici les contraintes critiques des systèmes de glissement plastique, fonctions de la densité de dislocations. Le tenseur \mathbf{S}^g est la partie symétrique du tenseur de Schmid \mathbf{P}^g . Ce dernier est défini par la relation :

$$\mathbf{P}^g = \mathbf{m}^g \otimes \mathbf{n}^g \quad (2.24)$$

conduisant à :

$$\mathbf{S}^g = \frac{1}{2} (\mathbf{P}^g + {}^t\mathbf{P}^g) = \frac{1}{2} (\mathbf{m}^g \otimes \mathbf{n}^g + \mathbf{n}^g \otimes \mathbf{m}^g) \quad (2.25)$$

Dans ces formules

- \mathbf{m}^g est le vecteur unitaire définissant la direction de glissement,
- \mathbf{n}^g représente le vecteur unitaire normal au plan de glissement.

Un commentaire s'impose par rapport à l'expression (2.22). Dans cette définition, seul l'écroutissage dit isotrope du système g est retenu. En effet, nous admettons que la densité de dislocations sur tous les systèmes influence le niveau de la contrainte critique de cisaillement τ_c^g . L'évolution de cette contrainte sera spécifiée dans la suite de ce chapitre. Une approche plus complète, faisant intervenir les variables internes de type écroutissage cinématique et dues par exemple à la présence des précipitations intragranulaires, peut être envisagée, voir [BON03] et [BON04]. Une première approche de ce type pour le calcul de structures a été entreprise par Méric et al. [MER91]. Cette possibilité n'est pas considérée dans ce travail.

En introduisant la notion de la contrainte résolue, pour un système de glissement donné, telle que :

$$\boldsymbol{\tau}^g = \mathbf{P}^g : \mathbf{T} = \mathbf{S}^g : \mathbf{T} \quad (2.26)$$

la fonction $f^g(\mathbf{T}, \{\rho\})$ s'écrit alors :

$$f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) = \boldsymbol{\tau}^g(\mathbf{T}) - \boldsymbol{\tau}_c^g(\{\rho\}) \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (2.27)$$

Un système pour lequel $f^g > 0$ (cas de viscoplasticité) ou $f^g = 0$ (cas de plasticité classique) sera appelé "système potentiellement actif". Dans le dernier cas, d'autres conditions doivent être vérifiées pour déclarer l'activité réelle du système. Elles sont discutées dans la suite de ce paragraphe.

L'activité d'un système de glissement plastique provoque le changement de la densité de dislocations sur tous les systèmes. Le modèle doit alors être complété par une équation définissant l'évolution de ces densités de dislocations. Nous supposons que cette équation peut être mise sous la forme :

$$\dot{\rho}^g = h^g(\{\rho\}) \dot{\gamma}^g \quad (2.28)$$

Une structure particulière de cette équation est donnée plus loin.

Soit \mathcal{A} un ensemble d'indices de tous les systèmes actifs, pour un niveau de contraintes et une histoire de chargement donnés :

$$\mathcal{A} := \left\{ g \in \mathcal{G} \left| \begin{array}{l} f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) = 0 \text{ cas élastoplastique} \\ f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) > 0 \text{ cas viscoplastique} \end{array} \right. \right\}. \quad (2.29)$$

Nous noterons M le nombre de systèmes actifs.

Alors, la partie permanente du gradient de transformation ainsi que ses parties symétrique (vitesse de déformation permanente) et antisymétrique (spin) sont définies par les relations :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{G}^p &= \sum_{g \in \mathcal{A}} \dot{\gamma}^g \mathbf{P}^g \\ \mathbf{D}^p &= \sum_{g \in \mathcal{A}} \dot{\gamma}^g \mathbf{S}^g \\ \mathbf{W}^p &= \sum_{g \in \mathcal{A}} \dot{\gamma}^g \mathbf{R}^g \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

où $\dot{\gamma}^g$ est la vitesse de glissement sur le système actif g et :

$$\mathbf{R}^g = \frac{1}{2}(\mathbf{P}^g - {}^t\mathbf{P}^g) = \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{m}}^g \otimes \dot{\mathbf{n}}^g - \dot{\mathbf{n}}^g \otimes \dot{\mathbf{m}}^g) \quad (2.31)$$

La détermination de la vitesse de glissement $\dot{\gamma}^g$ dépend du type de théorie employée. Dans ce travail nous analysons les cas de deux modèles constitutifs :

- le comportement viscoplastique ou sensible à la vitesse de déformation,
- le comportement plastique.

Ci-après sont résumées les hypothèses et les équations de base de ces deux approches.

1.2.1. Théorie viscoplastique de type Perzyna

Les aspects thermodynamiques de ce modèle comportemental ont été largement discutés par Perzyna [PER71], voir également Lubliner [LUB72]. Nous rappelons ici les idées principales de ce modèle. Tout d'abord, l'existence d'une fonction de charge (2.27) est admise. Le matériau se comporte élastiquement quand le vecteur contrainte (dans l'espace

penta ou hexadimensionnel) se trouve dans le domaine élastique E_T , ou quand le critère de plastification n'est pas vérifié :

$$f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \leq 0 \quad \forall g \in \mathcal{G} \quad (2.32)$$

Quand cet état de contraintes est extérieur au domaine E_T , c'est à dire quand :

$$f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) > 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.33)$$

nous admettons qu'il y a glissement plastique sur le système concerné. La vitesse de ce glissement est d'autant plus grande que le point représentant cet état de contraintes est éloigné du domaine élastique. Il est donc postulé l'existence d'une fonction phénoménologique monotone croissante, dépendant de la valeur de la fonction de charge f^g . Pour des métaux, cette fonction phénoménologique est fréquemment de type exponentiel ou puissance. Dans notre travail nous optons pour une fonction puissance. Ce choix est motivé par les développements réalisés dans le cadre de la théorie continue des dislocations, voir par exemple [TEO72], [TAB92], [FIV97] et [TAB97].

En introduisant une fonction rampe

$$\langle x \rangle := (x + |x|)/2 = \begin{cases} 0 & \text{quand } x \leq 0 \\ x & \text{quand } x > 0 \end{cases}$$

Perzyna [PER71] propose alors une fonction $\phi = \phi(f^g)$ dépendante de la fonction de charge conduisant à:

$$\dot{\gamma}^g = \frac{1}{\eta} \langle \phi(f^g) \rangle$$

où η est une constante de matériau appelée paramètre de fluidité (viscosité).

Ici, nous utilisons une écriture

$$\dot{\gamma}^g = \frac{1}{\eta} \langle \phi^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \rangle = \dot{\gamma}_0^g \langle \phi^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \rangle \quad (2.34)$$

avec $\dot{\gamma}_0^g$ la vitesse de glissement de référence également considérée comme une constante du matériau. Cette écriture est préférée car dans beaucoup de cas et en particulier dans le cas de la théorie continue des dislocations, il est admis que la contrainte critique est nulle. Ceci réduit le domaine élastique à un point et correspond à l'activité permanente de tous les mécanismes de déformation plastique. L'écriture (2.34) permet de considérer un tel cas.

L'utilisation de l'expression (2.34) et de la définition de la vitesse de déformation permanente (2.30) conduit à la relation :

$$D^{vp} = \dot{\gamma}_0^g \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \langle \phi^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \rangle \mathbf{S}^g. \quad (2.35)$$

Nous remarquons que ce résultat peut être réécrit d'une manière plus générale, à savoir :

$$D^{vp} = \dot{\gamma}_0^g \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \langle \phi^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \rangle \frac{\partial f^g}{\partial \mathbf{T}} \equiv \dot{\gamma}_0^g \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \langle \phi^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \rangle \partial_{\mathbf{T}} f^g \quad (2.36)$$

traduisant la règle de normalité de l'écoulement viscoplastique. En effet, en reprenant la définition (2.22) de la fonction de charge nous obtenons :

$$\partial_T f^g(T, \{\rho\}) = \frac{\partial}{\partial T} (S^g : T - \tau_c^g(\{\rho\})) = S^g \quad (2.37)$$

Par opposition à la théorie de plasticité à fonction de charge convexe unique, telle que par exemple la théorie de von Mises, dans le cas des modèles à plusieurs fonctions de charge possédant des vertex, le passage $\eta \rightarrow 0$ ne conduit pas forcément à la théorie de plasticité classique à fonction de charge multiples [SKG88]. Nous reviendrons sur cette question plus tard.

1.2.2. Théorie de la plasticité classique

Comme précédemment, le domaine élastique E_T est défini par (2.20) et sa frontière ∂E_T détermine la fonction de charge ou la surface de plasticité du matériau. Cependant, contrairement au cas viscoplastique présenté dans le paragraphe précédent, en plasticité insensible à la vitesse, l'état de contraintes ne peut jamais sortir de la surface de plasticité ∂E_T . Il est admis que pendant l'écoulement plastique le vecteur représentant l'état de contraintes reste sur cette surface de plasticité en suivant son évolution. C'est cette condition, appelée condition de cohérence, qui nous permet l'obtention du glissement λ^g . On remarque qu'ici également l'expression (2.30) correspond à la règle d'écoulement plastique associée à la fonction de charge ou critère de plasticité. En effet, nous pouvons réécrire cette expression comme :

$$D^{pl} = \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \lambda^g \partial_T f^g(T, \{\rho\}) \quad (2.38)$$

Les M vitesses de glissement sont appelées dans ce cas les paramètres de cohérence. Pour que le vecteur de contrainte reste sur la surface de charge, les paramètres de cohérence doivent satisfaire les conditions

$$\lambda^g \geq 0 \quad \text{et} \quad f^g(T, \{\rho\}) \leq 0 \quad (2.39)$$

qui s'écrivent sous la forme de conditions de Kuhn-Tucker

$$\lambda^g f^g(T, \{\rho\}) = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A}, \quad (2.40)$$

ainsi que la condition de cohérence

$$\lambda^g \dot{f}^g(T, \{\rho\}) = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.41)$$

Ces conditions permettent alors de statuer sur le type de réponse du mécanisme de déformation analysé. Nous résumons ici ces cas :

$$\begin{aligned} f^g < 0 &\Leftrightarrow (T, \{\rho\}) \in \text{int } E_T \quad \Rightarrow \quad \lambda^g = 0 \quad \text{comportement élastique} \\ f^g = 0 &\Leftrightarrow (T, \{\rho\}) \in \partial E_T \quad \left\{ \begin{array}{ll} \dot{f}^g < 0 \Rightarrow \lambda^g = 0 & \text{décharge élastique} \\ \dot{f}^g = 0 \text{ et } \lambda^g = 0 & \text{chargement neutre} \\ \dot{f}^g = 0 \text{ et } \lambda^g > 0 & \text{chargement plastique} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Les M équations (2.41) permettent la détermination de M paramètres de cohérence ou vitesses de glissement pour les mécanismes de déformation irréversible actifs.

En effet, pour un système actif, nous avons $f^g = 0$ et $\dot{f}^g = 0$. La dernière de ces égalités

peut être développée comme suit :

$$\dot{f}^g = \frac{\partial f^g}{\partial T} : \dot{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \frac{\partial f^g}{\partial \rho^h} \dot{\rho}^h = \partial_T f^g : \dot{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \partial_{\rho^h} f^g h^h \dot{\rho}^h$$

où l'équation d'évolution (2.28) a été utilisée et une nouvelle notation a été introduite:

$$\frac{\partial f^g}{\partial \rho^h} \equiv \partial_{\rho^h} f^g \quad (2.42)$$

En utilisant les lois (2.12) et (2.38) nous obtenons finalement :

$$\begin{aligned} \dot{f}^g &= \partial_T f^g : \dot{C} : (\dot{D} - \dot{D}^{pl}) + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \partial_{\rho^h} f^g h^h \dot{\rho}^h \\ &= \partial_T f^g : \dot{C} : \dot{D} - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left(\partial_T f^g : \dot{C} : \partial_T f^h - \partial_{\rho^h} f^g h^h \right) \dot{\rho}^h = 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Ce système d'équations doit être résolu par rapport aux paramètres de cohérence. Posons une matrice :

$$K^{gh} = \partial_T f^g : \dot{C} : \partial_T f^h - \partial_{\rho^h} f^g h^h \quad (2.44)$$

et admettons que son inverse existe ($\det[K] \neq 0$) alors la solution du système (2.43) devient

$$\dot{\rho}^g = \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} K^{-gh} \partial_T f^h : \dot{C} : \dot{D} \quad \forall g \in \mathcal{A}. \quad (2.45)$$

Il est important de souligner que, contrairement au cas des théories viscoplastique et plastique avec une surface de charge convexe unique, dans le cas présent d'une surface de charge multicritère avec le formalisme de Perzyna, le passage à la limite avec $\eta \rightarrow \infty$ ($\eta \rightarrow 0$) peut ne pas conduire à la même solution pour l'approche viscoplastique et plastique. Le nombre de systèmes actifs peut être plus grand dans le cas limite viscoplastique que dans le cas de la plasticité indépendante de la vitesse. Pour obtenir ce même résultat le modèle viscoplastique de Perzyna doit être remplacé par le modèle de Duvaut-Lions [DUV72]. Dans ce modèle, la vitesse de glissement n'est pas proportionnelle à la différence entre τ^g et τ_c^g (mesures scalaires) mais elle est fonction de la distance (dans l'espace des contraintes) entre l'état de contraintes actuel et sa projection la plus proche sur la surface de plasticité ∂E_T . Fréquemment cette projection correspond à l'état de contraintes solution du problème en plasticité classique, Simo et Govindjee [SIM88], Simo et Hughes [SIM00].

1.3. Ecritures particulières de l'écrouissage et de la loi d'écoulement

1.3.1. Ecrouissage

Pour un système donné, la dépendance de la contrainte de cisaillement athermique vis à vis de la densité des dislocations a été établie par Mecking et Kocks [MEC81]

$$\tau_c = \alpha \mu b \sqrt{\rho}$$

avec

- μ – le module de cisaillement du cristal
- b – la norme du vecteur de Burgers
- ρ – la densité de dislocations
- α – une constante

Comme discuté dans le chapitre précédent, cette relation est généralisée ici au cas des interactions entre les systèmes de glissement :

$$\tau_c^g = \tau_0^g + \alpha \mu b \sqrt{\sum_{\forall h \in \mathcal{G}} a^{gh} \rho^h} \quad (2.46)$$

en introduisant a^{gh} , la matrice des coefficients d'écrouissage dépendant des interactions entre les systèmes de glissement. τ_0^g définit la cission critique initiale sur chaque système de glissement [FRA85], [FIV06].

La relation (2.46) doit être complétée par une règle décrivant l'évolution de la densité de dislocations sur chaque système. Une écriture proposée par Essmann et Mughrabi [ESS79], à partir du bilan de la production et annihilation des dislocations est utilisée ici :

$$\dot{\rho}^g = \frac{1}{b} \left(\frac{\sqrt{\sum_{\forall h \in \mathcal{G}} d^{gh} \rho^h}}{K} - 2Y_c \rho^g \right) \mathcal{X}^g \quad (2.47)$$

Trois nouvelles constantes ont été introduites ici :

- K le paramètre matériau lié au libre parcours moyen des dislocations,
- Y_c la distance d'annihilation critique des dislocations,
- d^{gh} la matrice des interactions géométriques entre les systèmes de glissement influençant le libre parcours moyen des dislocations.

Selon Teodosiu et Sidoroff [TEO76], les termes de cette matrice dépendent de la somme de densités des dislocations des systèmes formant les jonctions avec le système considéré. Il en résulte que les éléments de la matrice d^{gh} sont proches de 1 (à l'exception des termes diagonaux). En l'absence de données plus fiables, nous supposons alors que cette matrice est définie par la relation :

$$d^{gh} = 1^{gh} - \delta^{gh} = \hat{\delta}^{gh} = \begin{cases} 0 & \text{si } g = h \\ 1 & \text{si } g \neq h \end{cases} \quad (2.48)$$

avec la matrice 1^{gh} composée uniquement de 1 (matrice unité) et δ^{gh} une matrice "anti-identité". Cette hypothèse conduit au résultat suivant

$$\dot{\rho}^g = \frac{1}{b} \left(\frac{\sqrt{\sum_{\forall h \in \mathcal{G}} \hat{\delta}^{gh} \rho^h}}{K} - 2Y_c \rho^g \right) \mathcal{X}^g = h^g \mathcal{X}^g \quad (2.49)$$

où :

$$h^g(\rho^h) = \frac{1}{b} \left(\frac{\sqrt{\sum_{\forall h \in \mathcal{G}} \hat{\delta}^{gh} \rho^h}}{K} - 2Y_c \rho^g \right) \quad (2.50)$$

La relation (2.49) spécifie donc l'équation d'évolution des variables internes (densités de dislocations) introduite par la formule (2.28). La dérivation de l'expression (2.50) permet alors la détermination de la matrice \mathcal{H}^{gh}

$$\mathcal{H}^{gh} = \frac{\partial h^g}{\partial \rho^h} = \frac{1}{b} \left(\frac{\delta^{gh}}{2K \sqrt{\sum_{\forall m \in G} \delta^{gm} \rho^m}} - 2Y_c \delta^{gh} \right) \quad (2.51)$$

1.3.2. Lois d'écoulement viscoplastique $\varphi^g(\mathbf{T}, \{\rho\})$

Trois écritures particulières de la fonction $\varphi^g(\mathbf{T}, \{\rho\})$ sont utilisées dans ce travail. Nous admettons que la contrainte \mathbf{T} intervient au travers des contraintes résolues et que la densité de dislocations intervient par le biais de la contrainte critique, voir (2.22). L'écriture générale de la loi phénoménologique prend la forme :

$$\varphi^g = \varphi^g(\tau^g(\mathbf{T}), \tau_c^g(\{\rho\}))$$

La première forme trouve sa justification dans les théories mésoscopiques à base de densités de dislocations. En partant de l'hypothèse que le mouvement des dislocations est gouverné par les obstacles à courte distance [FIV97], une loi d'écoulement de type puissance est obtenue :

$$\varphi^g(\tau^g(\mathbf{T}), \tau_c^g(\{\rho\})) = \left(\frac{\tau^g}{\tau_c^g} \right)^m \quad (2.52)$$

Cette loi est particulièrement adaptée à la description de l'écoulement des monocristaux cubiques à faces centrées sous chargements monotones. Dans cette loi uniquement le rapport entre les contraintes résolue et critique intervient, la fonction φ^g est donc, quelque soit le niveau de la contrainte résolue, positive. Le mouvement des dislocations provient de l'application d'une contrainte. La contrainte τ_c^g est alors considérée plutôt comme une contrainte de référence que comme une contrainte limite d'écoulement. Dans cette loi, ainsi que dans celles décrites par la suite, le paramètre m est tel que $1/m$ est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation microscopique [PAQ01].

Pour faire apparaître le domaine élastique, nous avons introduit deux écritures basées sur les lois phénoménologiques utilisées par les mécaniciens à l'échelle macroscopique. L'écriture proposée par Perzyna se transforme ici en :

$$\varphi^g(\tau^g(\mathbf{T}), \tau_c^g(\{\rho\})) = \left(\frac{\tau^g - \tau_c^g}{\tau_c^g} \right)^m \quad (2.53)$$

Une variante la loi (2.52), dans laquelle apparaît la contrainte critique initiale τ_0^g , peut également être étudiée :

$$\varphi^g(\tau^g(\mathbf{T}), \tau_c^g(\{\rho\})) = \left(\frac{\tau^g - \tau_0^g}{\tau_c^g} \right)^m \quad (2.54)$$

Les dérivées de la fonction φ^g peuvent maintenant être calculées. Pour les trois lois puissance proposées plus haut ces dérivées prennent des formes particulièrement simples. En effet, les calculs élémentaires mènent aux résultats suivants.

$$\partial_{\mathbf{T}} \varphi^g = \frac{\partial \varphi^g}{\partial \tau^g} \frac{\partial \tau^g}{\partial \mathbf{T}} = \frac{\partial \varphi^g}{\partial \tau^g} \mathbf{S}^g \quad (2.55)$$

et

$$\phi^{gh} = \partial_{\rho^h} \phi^g = \frac{\partial \phi^g}{\partial \tau_c^g} \frac{\partial \tau_c^g}{\partial \rho^h} \quad (2.56)$$

L'équation (2.46) permet le calcul de la dérivée de la contrainte critique par rapport à la densité de dislocations :

$$\frac{\partial \tau_c^g}{\partial \rho^h} \equiv T^{gh} = \frac{\alpha \mu b}{2} \frac{a^{gh}}{\sqrt{\sum_{m \in G} a^{gm} \rho^m}} \quad (2.57)$$

Les autres dérivées partielles dépendent de l'expression de la fonction ϕ^g . Nous obtenons :

Pour la loi (1) :

$$\partial_{\tau} \phi^g = \frac{\partial \phi^g}{\partial \tau^g} = \frac{m}{\tau^g} \phi^g \quad (2.58)$$

$$\partial_{\tau_c} \phi^g = \frac{\partial \phi^g}{\partial \tau_c^g} = -\frac{m}{\tau_c^g} \phi^g \quad (2.59)$$

Pour la loi (2) :

$$\partial_{\tau} \phi^g = \frac{\partial \phi^g}{\partial \tau^g} = \frac{m}{\tau^g - \tau_c^g} \phi^g \quad (2.60)$$

$$\partial_{\tau_c} \phi^g = \frac{\partial \phi^g}{\partial \tau_c^g} = -\frac{m}{\tau_c^g} \frac{\tau^g}{\tau^g - \tau_c^g} \phi^g \quad (2.61)$$

Pour la loi (3) :

$$\partial_{\tau} \phi^g = \frac{\partial \phi^g}{\partial \tau^g} = \frac{m}{\tau^g - \tau_0^g} \phi^g \quad (2.62)$$

$$\partial_{\tau_c} \phi^g = \frac{\partial \phi^g}{\partial \tau_c^g} = -\frac{m}{\tau_c^g} \phi^g \quad (2.63)$$

Toutes ces dérivées peuvent s'écrire d'une même manière en introduisant la convention suivante:

$$\partial_{\tau} \phi^g = A^g \phi^g \quad (2.64)$$

et

$$\partial_{\tau_c} \phi^g = B^g \phi^g \quad (2.65)$$

Les facteurs A et B changent en fonction de la loi d'écoulement utilisée. Le Tableau 4 résume leurs expressions.

N° loi d'écoulement	A^g	B^g
1	$\frac{m}{\tau^g}$	$-\frac{m}{\tau_c^g}$
2	$\frac{m}{\tau^g - \tau_c^g}$	$-\frac{m}{\tau_c^g} \frac{\tau^g}{\tau^g - \tau_c^g}$
3	$\frac{m}{\tau^g - \tau_0^g}$	$-\frac{m}{\tau_c^g}$

Tableau 4 : Définition des variables A^g et B^g permettant le calcul des dérivées des lois d'écoulement.

Ce résultat permet la réécriture de expressions (2.55) et (2.56). Nous avons :

$$\partial_T \varphi^g = A^g \varphi^g S^g \quad (2.66)$$

et

$$\phi^{gh} = B^g \varphi^g T^{gh} \quad (2.67)$$

D'autres résultats intermédiaires seront rappelés dans le paragraphe 3.2. traitant des aspects numériques de l'implantation de ces lois de comportement.

2. Résolution des équations comportementales : Approche incrémentale

Notre objectif est, pour un intervalle de temps donné $[0, T]$, de déterminer l'évolution de tous les champs mécaniques discutés au paragraphe précédent. La procédure utilisée par ABAQUS[®], comme pour la majorité de codes éléments finis, consiste en un traitement numérique par itérations d'une version discrétisée du principe des puissances virtuelles (PPV). Ce traitement se résume essentiellement en cinq étapes :

1. La version discrétisée du PPV permet, pour un incrément de sollicitations externes, l'obtention d'un mouvement incrémental nodal (traitement global).
2. Les relations cinématiques entre les déplacements et une mesure de déformation donnée permettent le calcul des incréments de déformation totale (traitement local – au niveau de points d'intégrations).
3. Pour cet incrément, les nouvelles valeurs de variables telles que T , E^p , $\{\rho\}$ sont déterminées par l'intégration d'une loi de comportement (traitement local).
4. Le PPV est réutilisé pour vérifier l'équilibre de la structure avec les nouvelles valeurs des contraintes (traitement global).
5. Les valeurs résiduelles des forces sont déterminées. Si leur niveau est inférieur à la tolérance prédéfinie, la solution courante est acceptée. Sinon le retour au point 1 est effectué.

Ce schéma correspond à une stratégie appelée "déformation supposée" (assumed strain). Elle est également utilisée par ABAQUS[®].

De cette procédure résulte que l'implantation d'une nouvelle loi de comportement

touche uniquement le point 3 et se déroule localement au niveau des points d'intégrations des éléments.

Admettons alors que suite à n incréments de temps, c'est à dire au temps $t_n \in [0, T]$ nous disposons des données suivantes :

- E_n, E_n^p et $\{\rho\}_n$, respectivement, les valeurs convergées de la déformation totale, de la déformation permanente et des variables internes (densité de dislocations) obtenues à la fin du $n^{ième}$ pas de temps. Elles seront considérées dans la suite comme variables indépendantes du processus itératif.
- ΔE - un incrément de la déformation totale résultant du calcul lié aux points 1 et 2.

Notre problème est de réactualiser les valeurs de E_n, E_n^p et $\{\rho\}_n$ à la fin du pas de temps $n+1$, c'est à dire de trouver les valeurs E_{n+1}, E_{n+1}^p et $\{\rho\}_{n+1}$. Plusieurs approches sont possibles pour intégrer les équations du comportement. Les plus répandues sont les méthodes explicite, semi-implicite et implicite d'Euler. Elles découlent toutes d'un algorithme commun qui peut être introduit de la manière suivante. Soit une équation d'évolution :

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}(t) &= \varphi(q(t)) \\ q(0) &= q_o \end{aligned} \right\} \quad t \in [0, T] \quad (2.68)$$

La méthode d'Euler consiste à remplacer l'équation (2.68) par un système incrémental (discret) de la forme :

$$\left. \begin{aligned} \frac{q_{n+1} - q_n}{\Delta t} &= \varphi(q(t_n + \theta \Delta t)) \\ q_n &= q(t_n) \end{aligned} \right\} \quad \theta \in [0, 1] \quad (2.69)$$

avec

$$q(t_n + \theta \Delta t) = (1 - \theta) q_n + \theta q_{n+1} \quad (2.70)$$

La condition initiale $q(0) = q_o$ est remplacée par (2.69)₂ en admettant que la solution est connue au temps $t_n = \sum_{i=1}^n \Delta t_i$. Les trois méthodes attribuées à Euler correspondent aux trois

choix particuliers du paramètre θ , à savoir :

$$\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{méthode explicite} \quad q_{n+1} = q_n + \Delta t \varphi(q_n) \quad (2.71)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \text{méthode semi-implicite} \quad q_{n+1} = q_n + \Delta t \varphi\left(\frac{q_n + q_{n+1}}{2}\right) \quad (2.72)$$

$$\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{méthode implicite} \quad q_{n+1} = q_n + \Delta t \varphi(q_{n+1}) \quad (2.73)$$

Leur interprétation géométrique est donnée sur la Figure 54.

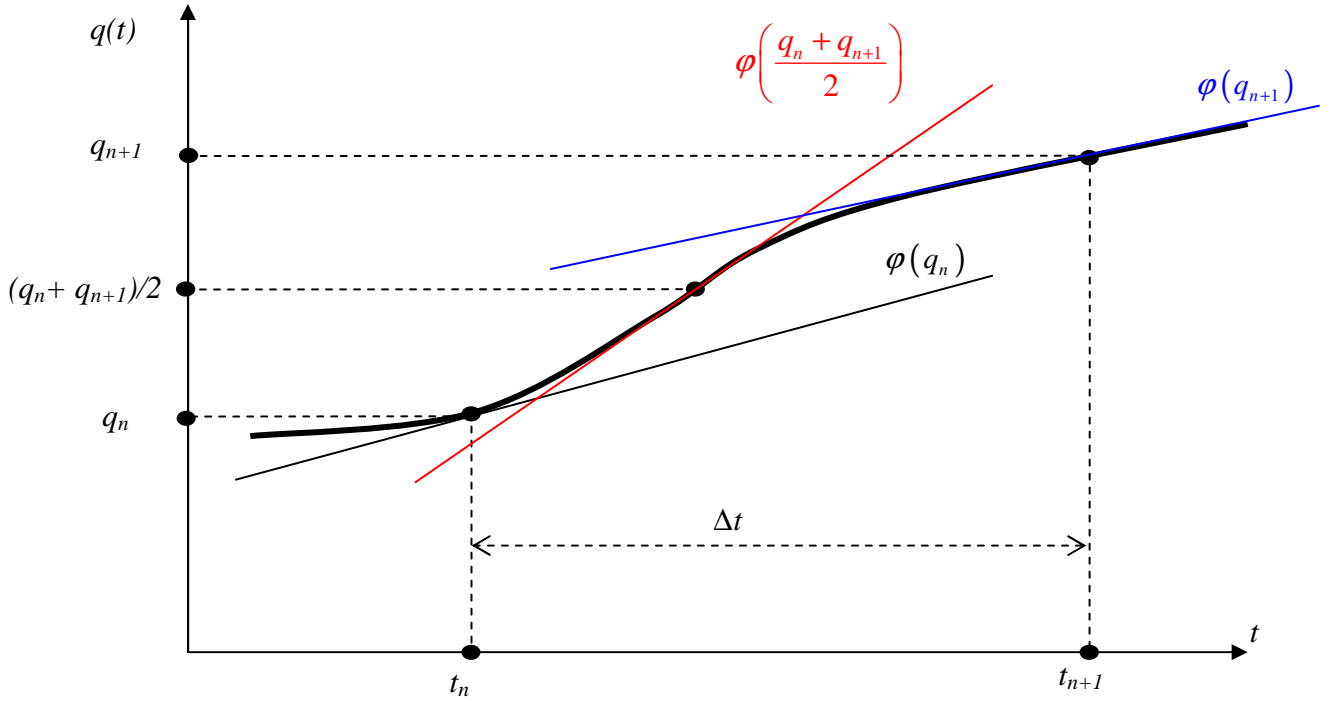


Figure 54 : Représentation géométrique des trois méthodes d'Euler.

La méthode explicite a été généralement utilisée dans les premiers travaux concernant l'intégration de la loi de comportement dans le calcul de structures, [MAR67], [NAY72]. Le non-respect du critère de plasticité à la fin du pas, introduisant les indésirables décharges du matériau et les problèmes d'instabilités numériques, a conduit au développement des algorithmes basés sur la méthode implicite et semi-implicite [WIL64], [KRI76], [HUG78], [SIM86], [SIM88], [SIM91] ou [ORT85]. La méthode de résolution implicite est préconisée pour le logiciel ABAQUS[®], c'est donc dans ce cadre que nous nous plaçons ici.

La réactualisation des variables \mathbf{E}_{n+1} , \mathbf{E}_{n+1}^p et $\{\rho\}_{n+1}$ se fait selon la démarche suivante. Nous constatons que le calcul de \mathbf{E}_{n+1} est trivial car, sous l'hypothèse de "assumed strain" et en admettant que toutes les grandeurs sont exprimées dans la même configuration, nous avons :

$$\mathbf{E}_{n+1} = \mathbf{E}_n + \Delta \mathbf{E} \quad (2.74)$$

Par contre, le calcul des deux autres grandeurs correspond au traitement des équations non-linéaires soumises aux conditions unilatérales de Kuhn-Tucker (2.40). Ce traitement se fera en utilisant la méthode de Newton. Grâce aux formules (2.13), (2.38) et (2.28), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{n+1}^p &= \mathbf{E}_n^p + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \Delta \gamma^g \partial_T f^g(\mathbf{T}_{n+1}, \{\rho\}_{n+1}) \\ \rho_{n+1}^g &= \rho_n^g + h^g(\{\rho\}_{n+1}) \Delta \gamma^g \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{aligned} \quad (2.75)$$

où :

$$\mathbf{T}_{n+1} = \mathbf{T}_n + \mathbf{C} : (\Delta \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E}_{n+1}^p) \quad (2.76)$$

Dans ces expressions

$$\Delta \gamma^g = \Delta t \dot{\gamma}^g \quad (2.77)$$

définit l'incrément des glissements sur les systèmes actifs et

$$\Delta \mathbf{E}_{n+1}^p = \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \Delta \gamma^g \partial_T f^g(\mathbf{T}_{n+1}, \{\rho\}_{n+1}) \quad (2.78)$$

correspond à l'incrément de déformation plastique à l'instant $n+1$.

Nous constatons bien le caractère implicite du problème par la présence des variables à l'instant $n+1$ dans le membre de droite de ces équations. Ces équations sont complétées par les conditions de Kuhn-Tucker (2.40). L'utilisation de la méthode de Newton consiste en :

- la définition de la solution initiale du problème,
- la linéarisation des équations à traiter,
- l'établissement de la nouvelle approximation de la solution.

Cette approche se décompose en deux phases appelées "prédiction élastique" et "correction plastique".

2.1. Prédiction élastique

La phase de prédiction élastique correspond à l'établissement de la solution initiale du problème. Nous admettons dans cette phase que l'incrément en cours est purement élastique. Ceci revient à proposer la solution test suivante:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{n+1}^{test} &= \mathbf{T}_n + \mathbf{C} : \Delta \mathbf{E} \\ \mathbf{E}_{n+1}^{p-test} &= \mathbf{E}_n^p \\ \{\rho\}_{n+1}^{test} &= \{\rho\}_n \end{aligned} \quad (2.79)$$

Cette estimation de l'état de contraintes et des variables internes permet la vérification du critère de plasticité (2.22) sur chaque système.

$$f^{g-test} = f^g(\mathbf{T}_{n+1}^{test}, \{\rho\}_{n+1}^{test}) \quad (2.80)$$

Il est possible de démontrer (voir par exemple [SIM00]) que, quand la fonction de charge est convexe, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$f_{n+1}^{g-test} \geq f_{n+1}^g \quad (2.81)$$

De plus les conditions de Kuhn-Tucker (2.40) peuvent être avantageusement remplacées par leur version discrète :

$$\begin{aligned} \forall g \in \mathcal{G} \quad f_{n+1}^{g-test} < 0 &\Rightarrow \text{pas élastique} \quad \Delta \gamma^g = 0 \\ \exists g \in \mathcal{G} \text{ tel que } f_{n+1}^{g-test} > 0 &\Rightarrow \text{pas inélastique} \quad \Delta \gamma^g > 0 \end{aligned} \quad (2.82)$$

Les relations (2.79) constituent l'approximation initiale de la solution pour l'incrément $n+1$. En fonction des conditions (2.82), il y a ou non enclenchement de la phase de correction plastique.

2.2. Correction plastique

Pendant la phase de "prédiction élastique" nous avons admis que les mécanismes de la déformation plastique sont inactifs. Le but de la "correction plastique" est de satisfaire toutes

les équations du problème. Pendant cette phase, il est supposé que le gradient de transformation reste constant. Ceci correspond à l'approche annoncée "assumed strain" et permet de dégager un résultat de première importance. En effet, en admettant que $\Delta \mathbf{E}$ reste constant et que \mathbf{T}_n soit la solution convergée, la correction de l'état de contrainte en fonction de la correction de la déformation plastique peut être obtenue à partir de l'expression (2.76) :

$$\delta \mathbf{T}_{n+1} = -\mathbf{C} : \delta (\Delta \mathbf{E}_{n+1}^p) \equiv -\mathbf{C} : \delta \mathbf{E}_{n+1}^p \quad (2.83)$$

où le symbole δ est utilisé pour désigner la correction d'une variable. Cette équation sera utilisée dans la suite des démonstrations.

La phase de correction plastique passe par la résolution itérative des équations non linéaires comportementales en utilisant la méthode de Newton. Pour la bonne compréhension du développement qui suit, nous rappelons brièvement le principe de la méthode. Soit une équation non linéaire $f(x) = 0$. La méthode de Newton consiste à construire une succession des solutions approchées à partir d'une solution initiale x_0 . Le développement en série de Taylor de la fonction $f(x)$ au voisinage d'une solution approchée x_k , obtenue à l'itération k , conduit à :

$$f(x_k + \delta x) \cong f(x_k) + \frac{df}{dx}(x_k) \delta x + \dots = 0 \quad (2.84)$$

La linéarisation correspond alors à la troncation de ce développement limité en ne retenant que le terme linéaire. La valeur $f(x_k + \delta x)$, généralement différente de zéro, est appelée résidu. Nous obtenons une correction de la solution approchée δx en résolvant l'équation (2.84) linéarisée :

$$\delta x = -\frac{f(x_k)}{\frac{df}{dx}(x_k)} = -f(x_k) \left(\frac{df}{dx}(x_k) \right)^{-1} \quad (2.85)$$

Ceci conduit à une nouvelle approximation de la solution de l'équation non linéaire :

$$x_{k+1} = x_k + \delta x = x_k - f(x_k) \left(\frac{df}{dx}(x_k) \right)^{-1} \bigg|_{x_k} \quad (2.86)$$

Appliquée aux équations (2.75), que nous réécrivons sous la forme,

$$\begin{cases} \mathbf{R}^E = -\mathbf{E}_{n+1}^p + \mathbf{E}_n^p + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \Delta \gamma^g \partial_T f^g(\mathbf{T}_{n+1}, \{\rho\}_{n+1}) \\ \Upsilon^g = -\rho_{n+1}^g + \rho_n^g + h^g(\{\rho\}_{n+1}) \Delta \gamma^g \end{cases} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.87)$$

et en admettant que les valeurs des toutes les variables à l'incrément n soient convergées, cette méthode conduit aux expressions :

$$\begin{cases} \mathbf{R}^E = \mathbf{R}^E + \delta \mathbf{R}^E = \mathbf{R}^E - \delta \left(\mathbf{E}_{n+1}^p - \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \Delta \gamma^g \partial_T f^g_{n+1} \right) = \mathbf{0} \\ \Upsilon^g = \Upsilon^g + \delta \Upsilon^g = \Upsilon^g - \delta \left(\rho_{n+1}^g - \Delta \gamma^g h_{n+1}^g \right) = 0 \end{cases} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.88)$$

où les résidus \mathbf{R}^E et Υ^g ont été introduits. Dans la suite nous omettons l'indice $(n+1)$ car le

processus itératif concerne l'incrément en cours. Le développement de ce résultat permet d'écrire :

$$\begin{cases} \mathbf{R}^{(k)} - \delta \mathbf{E}^{(k)} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \left(\delta \Delta \gamma^g \partial_T f^g + \Delta \gamma^g \delta \partial_T f^g \right) = \mathbf{0} \\ \Upsilon^g - \delta \rho^g + \delta \Delta \gamma^g h^g + \Delta \gamma^g \delta h^g = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases} \quad (2.89)$$

En accord avec les notations adoptées pour le résultat (2.83) nous posons :

$$\delta \gamma^g \equiv \delta \Delta \gamma^g \quad (2.90)$$

et nommons ce terme correction de vitesses de glissement. En observant que, selon (2.37)

$$\partial_T f^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) = S^g$$

les relations (2.89) deviennent :

$$\begin{cases} \mathbf{R}^{(k)} - \delta \mathbf{E}^{(k)} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \left(\delta \gamma^g S^g + \Delta \gamma^g \delta S^g \right) = \mathbf{0} \\ \Upsilon^g - \delta \rho^g + \delta \gamma^g h^g + \Delta \gamma^g \delta h^g = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases} \quad (2.91)$$

Puisque pendant la phase de correction plastique l'expression (2.83) reste valide et que $h^g = h^g\{\rho\}$, les équations linéarisées s'écrivent alors:

$$\begin{cases} \mathbf{R}^{(k)} + \mathbf{C}^{-1} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \left(\delta \gamma^g S^g + \Delta \gamma^g \delta S^g \right) = \mathbf{0} \\ \Upsilon^g - \delta \rho^g + \delta \gamma^g h^g + \Delta \gamma^g \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \frac{\partial h^g}{\partial \rho^h} \delta \rho^h = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases}$$

ou encore :

$$\begin{cases} \mathbf{R}^{(k)} + \mathbf{C}^{-1} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \left(\delta \gamma^g S^g + \Delta \gamma^g \delta S^g \right) = \mathbf{0} \\ \Upsilon^g + \delta \gamma^g h^g + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left(\Delta \gamma^g \mathcal{H}^{gh} - I^{gh} \right) \delta \rho^h = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases} \quad (2.92)$$

Deux nouvelles notations ont été introduites :

- la matrice identité I^{gh} de rang M ,
- la matrice des dérivées partielles des fonctions d'évolution de densités de dislocations

$$\mathcal{H}^{gh} = \frac{\partial h^g}{\partial \rho^h} \quad (2.93)$$

Le facteur de Schmid S^g évolue avec l'orientation du monocristal décrite par la vitesse de rotation du réseau. Nous notons cette vitesse $\boldsymbol{\omega}^*$ et estimons que pour les matériaux métalliques $\boldsymbol{\omega}^e$ est une très bonne approximation de cette mesure. Par conséquent, nous avons :

$$\begin{aligned}\delta S^g &= \frac{1}{2} \delta (\mathbf{m}^g \otimes \mathbf{n}^g + \mathbf{n}^g \otimes \mathbf{m}^g) = \frac{1}{2} (\delta \mathbf{m}^g \otimes \mathbf{n}^g + \mathbf{m}^g \otimes \delta \mathbf{n}^g + \delta \mathbf{n}^g \otimes \mathbf{m}^g + \mathbf{n}^g \otimes \delta \mathbf{m}^g) = \\ &= \frac{1}{2} (\delta \boldsymbol{\omega}^* \cdot \mathbf{m}^g \otimes \mathbf{n}^g + \delta \boldsymbol{\omega}^* \cdot \mathbf{n}^g \otimes \mathbf{m}^g - \mathbf{m}^g \otimes \mathbf{n}^g \cdot \delta \boldsymbol{\omega}^* - \mathbf{n}^g \otimes \mathbf{m}^g \cdot \delta \boldsymbol{\omega}^*) = \delta \boldsymbol{\omega}^* \cdot S^g - S^g \cdot \delta \boldsymbol{\omega}^*\end{aligned}$$

Dans cette dernière expression, par abus et pour ne pas ajouter de nouvelles notations, nous avons distingué :

$$\delta \boldsymbol{\omega}^* \equiv \boldsymbol{\omega}^* \delta t$$

Puisque pendant la phase de correction plastique le gradient de transformation est constant, il en résulte que :

$$\delta \boldsymbol{\omega}^* \equiv \delta \boldsymbol{\omega}^e = \delta \boldsymbol{\omega} - \delta \boldsymbol{\omega}^p = -\delta \boldsymbol{\omega}^p = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \delta \gamma^h \mathbf{R}^h \quad (2.94)$$

et

$$\delta S^g = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \delta \gamma^h \mathbf{R}^h \cdot S^g + S^g \cdot \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \delta \gamma^h \mathbf{R}^h \quad (2.95)$$

Introduisons le résultat (2.95) dans (2.92)₁. Il en résulte :

$$\mathbf{R}^E + \mathbf{C}^{-1} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \delta \gamma^g S^g - \left(\sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \delta \gamma^h \mathbf{R}^h \right) \cdot \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \Delta \gamma^g S^g + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \Delta \gamma^g S^g \cdot \left(\sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \delta \gamma^h \mathbf{R}^h \right) = \mathbf{0}$$

Grâce à la définition de la déformation plastique cette dernière devient :

$$\mathbf{R}^E + \mathbf{C}^{-1} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \delta \gamma^g S^g - \left(\sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \delta \gamma^h \mathbf{R}^h \right) \cdot \Delta \mathbf{E}^p + \Delta \mathbf{E}^p \cdot \left(\sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \delta \gamma^h \mathbf{R}^h \right) = \mathbf{0}$$

Les propriétés de symétrie de $\Delta \mathbf{E}^p$ et d'antisymétrie de \mathbf{R}^g permettent d'écrire :

$$\mathbf{R}^E + \mathbf{C}^{-1} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \delta \gamma^g S^g + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \delta \gamma^g \left[\Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g + \left(\Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g \right)^t \right] = \mathbf{0}$$

soit encore pour le système (2.92) :

$$\begin{cases} \mathbf{R}^E + \mathbf{C}^{-1} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \delta \gamma^g \left[S^g + \Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g + \left(\Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g \right)^t \right] = \mathbf{0} \\ \Upsilon^g + \delta \gamma^g h^g + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left(\Delta \gamma^g \mathcal{H}^{gh} - I^{gh} \right) \delta \rho^h = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases} \quad (2.96)$$

Nous constatons que les deux équations sont couplées uniquement par la correction des vitesses de glissement. Nous pouvons alors exprimer simplement les corrections de contraintes $\delta \mathbf{T}$ et de variables internes $\delta \rho^g$ en fonction de $\delta \gamma^g$:

$$\begin{cases} \delta \mathbf{T} = -\mathbf{C} : \mathbf{R}^E - \mathbf{C} : \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \mathbf{Q}^g \delta \gamma^g \\ \delta \rho^g = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{gh} \Upsilon^h - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{gh} h^h \delta \gamma^h \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases} \quad (2.97)$$

où

$$\mathbf{Q}^g \equiv S^g + \Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g + \left(\Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g \right)^t \quad (2.98)$$

$$\mathcal{P}^{gh(k)} = \left[\Delta \gamma^g \mathcal{H}^{gh(k)} - I^{gh} \right]^{-1} \quad (2.99)$$

La troisième relation manquante dépend du modèle d'écoulement envisagé. Nous considérons dans la suite les deux modèles comportementaux proposés dans les paragraphes précédents.

2.2.1. Cas de la viscoplasticité

Dans le cas viscoplastique, la loi phénoménologique (2.34) définit les vitesses de glissement plastique. Sa forme incrémentale s'écrit :

$$\Delta \gamma^g = \Delta \gamma_o \varphi^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.100)$$

De cette équation nous obtenons l'expression de la correction des glissements, fonction de la correction des contraintes et des densités de dislocations :

$$\delta \gamma^g = \Delta \gamma_o \left(\frac{\partial \varphi^g}{\partial \mathbf{T}} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \frac{\partial \varphi^g}{\partial \rho^h} \delta \rho^h \right) \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.101)$$

En introduisant une matrice des dérivées partielles des fonctions φ^g par rapport aux densités de dislocations et une notation plus condensée pour sa dérivée par rapport à la contrainte :

$$\phi^{gh(k)} \equiv \frac{\partial \varphi^g}{\partial \rho^h} \quad (2.102)$$

$$\partial_T \varphi^g \equiv \frac{\partial \varphi^g}{\partial \mathbf{T}} \quad (2.103)$$

l'expression (2.101) se transforme en :

$$\delta \gamma^g = \Delta \gamma_o \left(\partial_T \varphi^g : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \phi^{gh(k)} \delta \rho^h \right) \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.104)$$

L'utilisation de (2.97) permet la détermination de cette correction. En effet, nous avons :

$$\sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left(\frac{1}{\Delta \gamma_o} I^{gh} + \partial_T \varphi^g : \mathbf{C} : \mathbf{Q}^h + \mathcal{M}_{vp}^{gh} h^h \right) \delta \gamma^h = - \left(\partial_T \varphi^g : \mathbf{C} : \mathbf{R}^E + \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{M}_{vp}^{gq} \Upsilon^q \right) \quad (2.105)$$

$\forall g \in \mathcal{A}$

qui peut être résolu par rapport à $\delta \gamma^g$ donnant :

$$\delta \gamma^g = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left(\frac{1}{\Delta \gamma_o} I^{gh} + \partial_T \varphi^g : \mathbf{C} : \mathbf{Q}^h + \mathcal{M}_{vp}^{gh} h^h \right)^{-1} \left(\partial_T \varphi^h : \mathbf{C} : \mathbf{R}^E + \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{M}_{vp}^{hq} \Upsilon^q \right) \quad (2.106)$$

$\forall g \in \mathcal{A}$

où

$$\mathcal{M}_{vp}^{gh} = \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \phi^{gq} \mathcal{P}^{qh} \quad (2.107)$$

Pour alléger l'expression (2.106) nous introduisons deux nouvelles notations :

$$\mathcal{E}_{vp}^{gh} = \left(\frac{1}{\Delta \gamma_o} I^{gh} + \partial_T \varphi^g : \mathbf{C} : \mathbf{Q}^h + \mathcal{M}_{vp}^{gh} h^h \right)^{-1} \quad (2.108)$$

et

$$r_{\gamma-vp}^{(k)} = \partial_T \varphi^{(k)} : C : \mathfrak{R}^{(k)} + \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{M}_{vp}^{(k)gq} \Upsilon^{(k)q} \quad (2.109)$$

menant à

$$\delta \gamma^{(k)} = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{vp}^{(k)gh} r_{\gamma-vp}^{(k)h} \quad (2.110)$$

L'expression (2.110) constitue la solution du problème de la correction plastique en viscoplasticité. En effet, l'insertion de ce résultat dans (2.97) permet la détermination de la correction de la contrainte et des densités de dislocations.

$$\begin{cases} \delta \mathbf{T} = -\mathbf{C} : \mathfrak{R}^{(k)} + \mathbf{C} : \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{Q}^{(k)g} \mathcal{E}_{vp}^{(k)gh} r_{\gamma-vp}^{(k)h} \\ \delta \rho^{(k)} = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{(k)gh} \Upsilon^{(k)h} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{(k)gh} h^h \mathcal{E}_{vp}^{(k)hq} r_{\gamma-vp}^{(k)q} \end{cases} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.111)$$

De même, la correction de la déformation viscoplastique peut être obtenue en utilisant la formule (2.91)₁ et la définition (2.98) du tenseur \mathbf{Q}^g .

$$\delta \mathbf{E}_{n+1}^{vp} = \mathfrak{R}^{(k)} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \mathcal{Q}^{(k)g} \delta \gamma^{(k)g} \quad (2.112)$$

Par conséquent, les nouvelles approximations de variables \mathbf{E} , \mathbf{E}^{vp} et $\{\rho\}$ peuvent être établies :

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{n+1} = \mathbf{E}_n + \Delta \mathbf{E} \\ \mathbf{E}_{n+1}^{vp} = \mathbf{E}_{n+1}^{vp} + \delta \mathbf{E}_{n+1}^{vp} \\ \{\rho\}_{n+1} = \{\rho\}_{n+1} + \delta \{\rho\}_{n+1} \end{cases} \quad (2.113)$$

2.2.2. Cas de la plasticité

La démarche est semblable à celle utilisée dans le sous-paragraphe précédent. La loi phénoménologique viscoplastique définissant l'écoulement de la matière est remplacée ici par la condition de cohérence obligeant le vecteur de contraintes à rester sur la surface de charge. D'un point de vue algorithmique ceci s'exprime, dans un processus itératif, par l'équation :

$$f^{(k+1)g}(\mathbf{T}, \{\rho\}) = f^{(k)g}(\mathbf{T}, \{\rho\}) + \delta f^{(k)g}(\mathbf{T}, \{\rho\}) = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.114)$$

Le développement de la correction conduit à :

$$f^{(k)g} + \frac{\partial f^{(k)g}}{\partial \mathbf{T}} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \frac{\partial f^{(k)g}}{\partial \rho^h} \delta \rho^h = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.115)$$

où nous avons introduit $f^{(k)g} = f^{(k)g}(\mathbf{T}, \{\rho\})$ conformément aux notations du paragraphe

précédent. Puisque $\frac{\partial f^{(k)g}}{\partial \mathbf{T}} = \mathbf{S}^{(k)g}$, nous obtenons :

$$f^{(k)g} + \mathbf{S}^{(k)g} : \delta \mathbf{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{F}^{(k)gh} \delta \rho^h = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.116)$$

avec

$$\mathcal{F}^{gh} = \frac{\partial f^g}{\partial \rho^h} \quad (2.117)$$

L'équation (2.116) complète le système (2.96). L'insertion de (2.97) dans (2.116) nous donne :

$$\sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left(\mathcal{S}^g : \mathcal{C} : \mathcal{Q}^h + \mathcal{M}_{pl}^{gh} h^h \right) \delta \gamma^h = f^g - \mathcal{S}^g : \mathcal{C} : \mathcal{R}^E - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{M}_{pl}^{gh} \Upsilon^h \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.118)$$

où une matrice de rang M a été introduite :

$$\mathcal{M}_{pl}^{gh} = \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{F}^{gq} \mathcal{P}^{qh} \quad (2.119)$$

L'équation (2.118) doit être inversée pour obtenir la correction des paramètres de cohérence :

$$\delta \gamma^g = \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left(\mathcal{S}^g : \mathcal{C} : \mathcal{Q}^h + \mathcal{M}_{pl}^{gh} h^h \right)^{-1} \left(f^h - \mathcal{S}^h : \mathcal{C} : \mathcal{R}^E - \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{M}_{pl}^{hq} \Upsilon^q \right) \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.120)$$

Pour alléger l'expression (2.120) nous introduisons deux nouvelles notations :

$$\mathcal{E}_{pl}^{gh} = \left(\mathcal{S}^g : \mathcal{C} : \mathcal{Q}^h + \mathcal{M}_{pl}^{gh} h^h \right)^{-1} \quad (2.121)$$

et

$$r_{\gamma-pl}^g = -f^g + \partial_T \varphi^g : \mathcal{C} : \mathcal{R}^E + \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{M}_{pl}^{gq} \Upsilon^q \quad (2.122)$$

menant à

$$\delta \gamma^g = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{pl}^{gh} r_{\gamma-pl}^h \quad (2.123)$$

L'expression (2.123) constitue la solution du problème de la correction plastique en plasticité. En effet, l'insertion de ce résultat dans (2.97) permet la détermination de la correction de la contrainte et des densités de dislocations.

$$\begin{cases} \delta \mathcal{T} = -\mathcal{C} : \mathcal{R}^E + \mathcal{C} : \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{Q}^g \mathcal{E}_{pl}^{gh} r_{\gamma-pl}^h \\ \delta \rho^g = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{gh} \Upsilon^h + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{gh} h^h \mathcal{E}_{pl}^{hq} r_{\gamma-pl}^q \end{cases} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.124)$$

De même, la correction de la déformation plastique peut être obtenue en utilisant la formule (2.83) :

$$\delta \mathcal{E}_{n+1}^{pl} = \text{sym} \left(\mathcal{R}^E + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \mathcal{Q}^g \delta \gamma^g \right) \quad (2.125)$$

Par conséquent, les nouvelles approximations de variables \mathcal{E} , \mathcal{E}^{pl} et $\{\rho\}$ peuvent être établies :

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{n+1} = \mathcal{E}_n + \Delta \mathcal{E} \\ \mathcal{E}_{n+1}^{pl} = \mathcal{E}_{n+1}^{pl} + \delta \mathcal{E}_{n+1}^{pl} \\ \{\rho\}_{n+1} = \{\rho\}_{n+1} + \delta \{\rho\}_{n+1} \end{cases} \quad (2.126)$$

3. Implantation dans un code éléments finis

Ce paragraphe est consacré aux questions pratiques liées à l'implantation de la loi de comportement développée dans le code éléments finis ABAQUS® via la routine UMAT. Il est organisé de la manière suivante. En premier lieu nous construisons les modules algorithmiques cohérents avec la méthode d'intégration adoptée, puis nous effectuons un recensement des variables intervenant dans la loi de comportement développée précédemment. Nous profitons de cette étape pour préparer les formules mises en jeu à la programmation. ABAQUS® utilise les notations matricielles de type Voigt. Nous reprenons alors la même approche dans notre programme. Une classification des variables en "propriétés des matériaux" et en "variables internes" est ensuite effectuée en lien avec la structuration de la base de données d'ABAQUS®. Puis, nous présentons les algorithmes et organigrammes de la routine UMAT.

3.1. Construction des modules cohérents

Le module tangent algorithmique est défini par (2.14) [HIB02] :

$$DDSDDE = \frac{1}{J} \frac{\partial \Delta \mathbf{T}}{\partial \Delta \mathbf{E}} = \frac{1}{J} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{E}} \equiv \mathbf{L} \quad (2.127)$$

Pour déterminer ce module tangent, cohérent avec les incréments des contraintes et déformations totales, il faut reprendre les équations gouvernant le problème. Les notations du paragraphe précédent sont reprises ici. Le calcul de ce module s'effectue après avoir déterminé, par une approche itérative exposée plus haut, les valeurs de toutes les variables du problème à la fin du pas de temps en cours. Nous avons :

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{(n+1)} = \mathbf{C} : (\mathbf{E}_{(n+1)} - \mathbf{E}_{(n+1)}^p) \\ \mathbf{E}_{(n+1)}^p = \mathbf{E}_{(n)}^p + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \mathbf{S}_{(n+1)}^g \Delta \gamma^g \\ \rho_{(n+1)}^g = \rho_{(n)}^g + h_{(n+1)}^g \Delta \gamma^g \end{cases} \quad \forall g \in \mathcal{A}$$

Le calcul de la dérivée de chacune de ces équations conduit à :

$$\begin{cases} d\mathbf{T}_{(n+1)} = \mathbf{C} : (d\mathbf{E}_{(n+1)} - d\mathbf{E}_{(n+1)}^p) \\ d\mathbf{E}_{(n+1)}^p = \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} (d\mathbf{S}_{(n+1)}^g \Delta \gamma^g + \mathbf{S}_{(n+1)}^g \delta \gamma^g) \\ d\rho_{(n+1)}^g = dh_{(n+1)}^g \Delta \gamma^g + h_{(n+1)}^g \delta \gamma^g \end{cases} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.128)$$

où, comme dans le paragraphe 2.2., nous notons $d(\Delta \gamma^g) \equiv \delta \gamma^g$. En suivant le raisonnement exposé au même paragraphe, nous avons :

$$d\mathbf{S}^g = d\boldsymbol{\omega}^* \cdot \mathbf{S}^g - \mathbf{S}^g \cdot d\boldsymbol{\omega}^* = \mathbf{S}^g \cdot d\boldsymbol{\omega}^p - d\boldsymbol{\omega}^p \cdot \mathbf{S}^g$$

Puisque l'incrément de la rotation plastique est dû à l'incrément des glissements plastiques $\delta \gamma^g$, conformément à la définition (2.30), nous obtenons :

$$d\mathbf{S}^g = \mathbf{S}^g \cdot \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} (\mathbf{R}^h \delta \gamma^h) - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} (\mathbf{R}^h \delta \gamma^h) \cdot \mathbf{S}^g = \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} (\mathbf{S}^g \cdot \mathbf{R}^h - \mathbf{R}^h \cdot \mathbf{S}^g) \delta \gamma^h$$

En utilisant les propriétés de symétrie de \mathbf{S}^g et d'antisymétrie de \mathbf{R}^g , ce dernier résultat devient :

$$d\mathbf{S}^g = \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} [\mathbf{S}^g \cdot \mathbf{R}^h + {}^t(\mathbf{S}^g \cdot \mathbf{R}^h)] \delta \gamma^h$$

On remarque que l'accroissement de S^g reste un tenseur symétrique.

Par souci d'allégement des notations, nous omettons l'indice $(n+1)$ désignant l'incrément de temps traité car toutes les grandeurs se reportent à cet instant. Il n'y a donc pas d'ambiguïté possible dans l'interprétation des résultats.

Grâce à (2.93) et au résultat ci-dessus, le système (2.128), devient :

$$\begin{cases} d\mathbf{T} = \mathbf{C} : (d\mathbf{E} - d\mathbf{E}^p) \\ d\mathbf{E}^p = \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left[S^g \cdot \mathbf{R}^h + {}^t(S^g \cdot \mathbf{R}^h) \right] \delta\gamma^h \Delta\gamma^g + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} S^g \delta\gamma^g \\ d\rho^g = \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} (\mathcal{H}^{gh} d\rho^h) \Delta\gamma^g + h^g \delta\gamma^g \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases}$$

En combinant les deux premières équations le système s'écrit alors :

$$\begin{cases} d\mathbf{T} = \mathbf{C} : d\mathbf{E} - \mathbf{C} : \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \left[S^g + \Delta\mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g + {}^t(\Delta\mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g) \right] \delta\gamma^g \\ d\rho^g = \Delta\gamma^g \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{H}^{gh} d\rho^h + h^g \delta\gamma^g \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases} \quad (2.129)$$

et peut être restructuré en utilisant (2.98) et (2.99) :

$$\begin{cases} d\mathbf{T} = \mathbf{C} : d\mathbf{E} - \mathbf{C} : \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \mathbf{Q}^g \delta\gamma^g \\ d\rho^g = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{gh} h^h \delta\gamma^h \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{cases} \quad (2.130)$$

Comme dans le cas de la détermination de la correction plastique, pour déterminer les expressions des modules algorithmiques, deux cas doivent être analysés dépendant du type de loi d'écoulement étudiée.

3.1.1. Cas de la viscoplasticité

La loi d'écoulement viscoplastique de Perzyna donnée par l'expression (2.104) est adaptée ici par rapport à la notation des accroissements de contraintes et de densité de dislocations :

$$\delta\gamma^g = \Delta\gamma_o \left(\partial_T \varphi^g : d\mathbf{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \phi^{gh} d\rho^h \right) \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.131)$$

En utilisant (2.130) cette expression devient :

$$\delta\gamma^g = \Delta\gamma_o \left[\partial_T \varphi^g : \left(\mathbf{C} : d\mathbf{E} - \mathbf{C} : \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathbf{Q}^q \delta\gamma^q \right) - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \phi^{gh} \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{hq} h^q \delta\gamma^q \right] \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.132)$$

Ceci nous permet d'exprimer l'incrément infinitésimal de glissement en fonction de l'incrément de la déformation totale :

$$\sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \left(\frac{1}{\Delta\gamma_o} I^{gq} + \partial_T \varphi^g : \mathbf{C} : \mathbf{Q}^q + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \phi^{gh} \mathcal{P}^{hq} h^q \right) \delta\gamma^q = \partial_T \varphi^g : \mathbf{C} : d\mathbf{E} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.133)$$

L'expression figurant à l'intérieur des parenthèses dans cette expression correspond à l'inverse de la matrice \mathcal{E}_{vp}^{gh} définie par la relation (2.108), il en résulte une forme compacte pour les accroissements des vitesses de glissement en fonction de l'incrément de la déformation totale :

$$\delta\gamma^g = \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{vp}^{gh} \partial_T \varphi^h : \mathbf{C} : d\mathbf{E} \quad \forall g \in \mathcal{A}. \quad (2.134)$$

En combinant ce résultat avec (2.130)₁ nous obtenons le lien entre l'incrément de la contrainte de Kirchhoff et de déformation totale dans la configuration matérielle :

$$d\mathbf{T} = \mathbf{C} : d\mathbf{E} - \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{vp}^{gh} \mathbf{C} : \mathbf{Q}^g \otimes \partial_T \boldsymbol{\varphi}^h : \mathbf{C} : d\mathbf{E} \quad (2.135)$$

Nous en déduisons le module tangent algorithmique en viscoplasticité qui s'écrit :

$$\mathbf{JL}^{vp} = \mathbf{C} - \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{vp}^{gh} \mathbf{C} : \mathbf{Q}^g \otimes \partial_T \boldsymbol{\varphi}^h : \mathbf{C} \quad (2.136)$$

Grâce à la relation (2.66), le module algorithmique devient :

$$\mathbf{JL}^{vp} = \mathbf{C} - \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{vp}^{gh} A^h \boldsymbol{\varphi}^h \mathbf{C} : \mathbf{Q}^g \otimes \mathbf{S}^h : \mathbf{C} \quad (2.137)$$

3.1.2. Cas de la plasticité

Dans ce cas de comportement, nous utilisons la condition de cohérence pour déterminer l'accroissement des glissements plastiques. La démarche utilisée au paragraphe 2.2.2. conduit à l'expression (2.115)

$$\frac{\partial f^g}{\partial \mathbf{T}} : d\mathbf{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \frac{\partial f^g}{\partial \boldsymbol{\rho}^h} d\boldsymbol{\rho}^h = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.138)$$

En utilisant les notations introduites dans ce même paragraphe, nous avons :

$$\mathbf{S}^g : d\mathbf{T} + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{F}^{gh} d\boldsymbol{\rho}^h = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.139)$$

L'élimination de $d\mathbf{T}$ et $d\boldsymbol{\rho}^h$ à l'aide de (2.130) permet de trouver une relation pour $\delta\gamma^g$

$$\mathbf{S}^g : \left(\mathbf{C} : d\mathbf{E} - \mathbf{C} : \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \mathbf{Q}^g \delta\gamma^g \right) - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{F}^{gh} \mathcal{P}^{hq} h^q \delta\gamma^q = 0 \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.140)$$

qui à son tour peut être résolue par rapport à cette variable. Nous obtenons :

$$\delta\gamma^g = \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left(\mathbf{S}^g : \mathbf{C} : \mathbf{Q}^h + \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{F}^{gq} \mathcal{P}^{qh} h^q \right)^{-1} \mathbf{S}^h : \mathbf{C} : d\mathbf{E} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.141)$$

ou encore

$$\delta\gamma^g = \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{pl}^{gh} \mathbf{S}^h : \mathbf{C} : d\mathbf{E} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.142)$$

Dans ce résultat apparaît la matrice \mathcal{E}_{pl}^{gh} définie par (2.119) et (2.121).

Cette formule exprime les incréments de glissements plastiques en fonction de l'incrément de la déformation totale. En combinant ce résultat avec (2.130)₁ nous obtenons le lien entre l'incrément de la contrainte de Kirchhoff et de déformation totale dans la configuration matérielle :

$$d\mathbf{T} = \mathbf{C} : d\mathbf{E} - \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{pl}^{gh} \mathbf{C} : \mathbf{Q}^g \otimes \mathbf{S}^h : \mathbf{C} : d\mathbf{E} \quad (2.143)$$

Nous en déduisons le module tangent algorithmique en plasticité insensible à la vitesse de déformation. Ce dernier s'écrit :

$$\mathbf{JL}^{pl} = \mathbf{C} - \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{E}_{pl}^{gh} \mathbf{C} : \mathbf{Q}^g \otimes \mathbf{S}^h : \mathbf{C} \quad (2.144)$$

Deux remarques principales s'imposent en analysant les expressions (2.136) et (2.144) définissant les modules algorithmiques viscoplastique et plastique.

La structure de ces deux expressions est identique. C'est une observation importante du point de vue de l'implantation des deux lois de comportement dans un code de calcul. Les différences sont contenues dans la définition des matrices \mathcal{E}_{pl}^{gh} et \mathcal{E}_{vp}^{gh} données respectivement

par les relations (2.108) et (2.121). Pour mieux apprécier ces différences nous rappelons ces résultats ici :

$$\mathcal{E}_{vp}^{gh} = \left(\partial_T \varphi^g : \mathbf{C} : \mathbf{Q}^h + \mathcal{M}_{vp}^{gh} h^h + \frac{1}{\Delta \gamma_o} I^{gh} \right)^{-1}$$

$$\mathcal{E}_{pl}^{gh} = \left(\mathbf{S}^g : \mathbf{C} : \mathbf{Q}^h + \mathcal{M}_{pl}^{gh} h^h \right)^{-1}$$

D'une part, la présence d'un terme supplémentaire, dû à la viscosité du matériau, est remarquable dans la première formule. Puis, la fonction de charge et ces dérivées intervenant en plasticité sont remplacées par la fonction phénoménologique $\varphi^g(\mathbf{T}, \{\rho\})$ et ces dérivées dans le cas visqueux.

Nous constatons également que les modules algorithmiques viscoplastique et plastique ne possèdent pas la symétrie principale par rapport aux couples d'indices, c'est à dire:

$$L_{ijkl}^{vp} \neq L_{klij}^{vp} \quad \text{et} \quad L_{ijkl}^{pl} \neq L_{klij}^{pl} \quad (2.145)$$

Ce manque de symétrie qui se manifeste par la présence simultanée des termes $\mathbf{C} : \mathbf{Q}^g$ et $\mathbf{S}^h : \mathbf{C}$, dans l'expression (2.144), est dû à la prise en compte des rotations du réseau cristallin qui sont contenues dans la définition du tenseur $\mathbf{Q}^g = \mathbf{S}^g + \Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g + {}^t(\Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g)$. En effet, en négligeant la réorientation du facteur de Schmid, c'est à dire en admettant que $\Delta \mathbf{E}^p \cdot \mathbf{R}^g = \mathbf{0}$, les modules algorithmiques retrouvent leurs symétries. Cette asymétrie, qui s'accroît avec la taille de l'incrément de déformation $\Delta \mathbf{E}$, et par conséquent de $\Delta \mathbf{E}^p$, peut nuire à la vitesse de convergence des simulations.

3.2. Préparation des formules à programmer et recensement des variables

La méthode d'intégration de la loi de comportement exposée dans ce chapitre appartient à la classe de méthodes "elastic predictor – plastic corrector". Comme son nom l'indique, elle est constituée de deux phases permettant la détermination des accroissements des grandeurs physiques mises en jeu et se termine par une troisième phase correspondant à l'estimation des modules algorithmiques cohérents avec ces accroissements. La description de la méthode d'intégration suivra naturellement cet ordre.

3.2.1. Phase de prédiction élastique

Le rôle de cette phase est de vérifier si l'incrément de la déformation totale imposé au point d'intégration numérique est susceptible de provoquer un écoulement viscoplastique ou plastique du matériau. Nous calculons alors un état de contraintes, appelé état de contraintes test, en admettant que l'incrément de déformation en cours est élastique. Nous avons alors:

$$\{\mathbf{T}\}_{n+1}^{test} = \{\mathbf{T}\}_n + [\mathbf{C}]\{\Delta \mathbf{E}\} \quad (2.146)$$

En sachant que l'état de contraintes à la fin de l'incrément n et l'accroissement de la déformation totale sont fournis par ABAQUS®, nous constatons que pour effectuer ce calcul il faut connaître la matrice d'élasticité $[\mathbf{C}]$. L'incrément est purement élastique si la contrainte test ne viole pas le critère de Schmid pour tous les systèmes de glissement. Pour vérifier ce critère nous devons déterminer, pour chaque système, la cission résolue et la contrainte de cisaillement critique. La cission résolue correspondant à la contrainte test vaut:

$$\tau^g = {}^t\{\mathbf{S}^g\}\{\mathbf{T}\}_{n+1}^{test}$$

Pour alléger les écritures, la transposée d'une matrice colonne ${}^t\{\bullet\}$ sera notée $\langle \bullet \rangle$, ainsi:

$$\tau^g = \langle \mathbf{S}^g \rangle \{\mathbf{T}\}_{n+1}^{test} \quad (2.147)$$

L'exécution de ce calcul demande la définition du facteur de Schmid $\{S^g\}$.

La contrainte critique d'un système de glissement est obtenue à partir de l'expression:

$$\tau_c^g = \tau_0^g + \alpha \mu b V_n^g \quad (2.148)$$

où

$$V_n^g = \sqrt{\sum_{\forall h \in \mathcal{G}} a^{gh} \rho_n^h} \quad (2.149)$$

Ce calcul demande la connaissance de l'ensemble des systèmes de glissement \mathcal{G} , de la cisssion critique initiale $\{\tau_0\}$ et de la densité de dislocations $\{\rho\}$ sur tous les systèmes, de la matrice des coefficients d'écrouissage $[a]$ et des constantes α et b . Le module de cisaillement μ doit être extrait de la matrice d'élasticité $[C]$. La comparaison des cisssions résolue et critique pour tous les systèmes permet de constituer un ensemble de systèmes potentiellement actifs:

$$\mathcal{A} := \left\{ \forall g \in \mathcal{G} \mid \tau^g > \tau_c^g \right\} \quad (2.150)$$

En résumant, nous avons besoin de connaître, par matériau:

- la matrice des constantes élastiques $[C]$,
- l'ensemble \mathcal{G} des systèmes de glissement définis par $\{S^g\}$ et $\{R^g\}$ établis par rapport au repère lié au réseau cristallin,
- les orientations cristallographiques du réseau définies par trois angles $\varphi_1, \phi, \varphi_2$
- la densité de dislocations actuelle $\{\rho\}$,
- les cisssions critiques initiales $\{\tau_0\}$,
- la matrice des coefficients $[a]$,
- la norme du vecteur de Burgers b ,
- la constante α .

3.2.2. Phase de correction plastique

L'hypothèse du comportement linéaire de la phase de prédiction élastique conduit à une violation des équations comportementales en cas d'une réponse irréversible de la matière. Pour rétablir le respect de ces équations, une correction plastique est effectuée en utilisant la méthode de Newton. Cette approche itérative passe par la détermination des corrections des vitesses de glissement sur les systèmes potentiellement actifs. Elles sont données, pour tous les systèmes admissibles ou potentiellement actifs, par l'expression (2.110)

$$\{\delta\gamma\}^g = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \left[\mathcal{E}_{vp} \right]^{gh} \{r_{\gamma-vp}\}^h \quad (2.151)$$

où

$$\{r_{\gamma-vp}\}^h = \langle \partial_T \phi^h \rangle [C] \{R^E\} + \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \left[\mathcal{M}_{vp} \right]^{hq} \{Y\}^q$$

et

$$\left[\mathcal{E}_{vp} \right]^{gh} = \left(\frac{1}{\Delta\gamma_o} [I]^{gh} + \langle \partial_T \phi^h \rangle [C] \{Q\}^h + \left[\mathcal{M}_{vp} \right]^{gh} \{h\}^h \right)^{-1}$$

La taille de ces matrices, comme celle de la matrice identité $[I]$, est variable - fonction du

nombre de systèmes admissibles.

La matrice $\{r_{\gamma-vp}^{(k)}\}$ est fonction des résidus de la déformation plastique $\{\mathcal{R}^E\}$ et des résidus des densités de dislocations $\{\Upsilon\}$ donnés par l'expression (2.87) que nous reprenons ici sous une forme matricielle:

$$\begin{cases} \{\mathcal{R}^E\} = -\{E_{n+1}^p\} + \{E_n^p\} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \{\Delta\gamma\}^g \{S^g\} \\ \{\Upsilon\}^g = -\{\rho_{n+1}\}^g + \{\rho_n\}^g + \{h\}^g \{\Delta\gamma\}^g \end{cases} \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.152)$$

La détermination de ces résidus demande, en plus des variables citées précédemment, la connaissance de la déformation plastique. D'autre part, les vitesses ou incréments de glissements plastiques ainsi que les glissements plastiques cumulés peuvent également figurer sur la liste des variables à sauvegarder.

La matrice $\{Q\}^{(k)}$ est définie par la relation (2.98) et prend la forme:

$$\{Q\}^g \equiv \{S\}^g + \langle \Delta E^p \rangle \{R\}^g + \langle R \rangle^g \{ \Delta E^p \} \quad (2.153)$$

Aucune nouvelle donnée n'est nécessaire pour calculer cette matrice.

La colonne $\{h\}^{(k)}$ décrivant l'évolution de la densité de dislocations est calculée grâce à la relation (2.50) :

$$\{h\}^g = \frac{1}{b} \left(\frac{\{D\}^g}{K} - 2Y_c \{\rho\}^g \right) \quad (2.154)$$

où

$$\{D\}^g = \sqrt{\sum_{\forall h \in \mathcal{G}} [\hat{I}]^{gh} \{\rho\}^h} \quad (2.155)$$

$[\hat{I}]$ est une matrice "anti-identité" qui a été introduite au paragraphe 1.3.1. Deux nouvelles constantes du matériau définissant la vitesse d'évolution des densités de dislocations sont apparues. Il s'agit de K et Y_c .

L'expression de ces corrections de glissements plastiques dépend de l'écriture de la loi d'écoulement et de ses dérivées. Trois lois d'écoulement ont été proposées au paragraphe 1.3.2. Il convient donc, en premier lieu, de choisir une de ces lois par son numéro, puis, grâce au Tableau 4, de déterminer les variables A^g et B^g servant au calcul de ses dérivées. Nous avons alors :

$$\{\partial_T \varphi^g\} = A^g \varphi^g \{S^g\} \quad (2.156)$$

et

$$[\phi]^{gh} = B^g \varphi^g [\mathcal{T}]^{gh} \quad (2.157)$$

où conformément à (2.57) et (2.149) :

$$[\mathcal{T}]^{gh} = \frac{\alpha \mu b [a]^{gh}}{2 \{V\}^g} \quad (2.158)$$

Pour déterminer la matrice $[\mathcal{M}_{vp}]^{(k)}$, il faut d'abord calculer les matrices $[\mathcal{H}]^{(k)}$ et $[\mathcal{P}]^{(k)}$ définies par les relations (2.51) et (2.99)

$$[\mathcal{H}]^{(k)gh} = \frac{1}{b} \left(\frac{[\hat{I}]^{gh}}{2K\{D\}^g} - 2Y_c [I]^{gh} \right) \quad (2.159)$$

$$[\mathcal{P}]^{(k)gh} = \left[\{\Delta\gamma\}^g [\mathcal{H}]^{gh} - [I]^{gh} \right]^{-1} \quad (2.160)$$

Nous avons alors:

$$[\mathcal{M}_{vp}]^{(k)gh} = \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} [\phi]^{(k)gq} [\mathcal{P}]^{(k)qh}$$

ou encore

$$[\mathcal{M}_{vp}]^{(k)gh} = B^g \phi^g \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} [\mathcal{T}]^{(k)gq} [\mathcal{P}]^{(k)qh} \quad (2.161)$$

Aucune nouvelle variable n'est nécessaire pour effectuer ces calculs. Nous avons alors toutes les données pour calculer les matrices $\{r_{\gamma-vp}\}^{(k)}$ et $[\mathcal{E}_{vp}]^{(k)}$

$$\{r_{\gamma-vp}\}^{(k)h} = A^h \phi^h \langle S^h \rangle [C] \{\mathcal{R}^E\} + \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} [\mathcal{M}_{vp}]^{(k)hq} \{\Upsilon\}^q \quad (2.162)$$

$$[\mathcal{E}_{vp}]^{(k)gh} = \left(\frac{1}{\Delta\gamma_o} [I]^{gh} + A^g \phi^g \langle S^h \rangle \langle S^h \rangle [C] \{Q\}^h + [\mathcal{M}_{vp}]^{(k)gh} \{h\}^h \right)^{-1} \quad (2.163)$$

et les corrections des glissements plastiques en suivant la relation (2.151).

Grâce à ce résultat, toutes les corrections de la solution élasto-plastique peuvent être effectuées. La correction de la déformation viscoplastique peut être obtenue en utilisant la formule (2.112)

$$\{\delta E_{n+1}^{vp}\}^{(k)} = \{\mathcal{R}^E\}^{(k)} + \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \{Q^g\}^{(k)} \{\delta\gamma\}^g \quad (2.164)$$

ainsi que la correction de la densité de dislocations grâce à (2.111)

$$\{\delta\rho\}^g = - \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} [\mathcal{P}]^{gh} \{\Upsilon\}^h + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} [\mathcal{P}]^{gh} \{h\}^h [\mathcal{E}_{vp}]^{(k)hq} \{r_{\gamma-vp}\}^q \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (2.165)$$

Ceci conduit à une nouvelle approximation de la déformation totale, de la déformation plastique et des densités de dislocations:

$$\begin{cases} \{E\}_{n+1}^{(k+1)} = \{E\}_n^{(k)} + \{\Delta E\} \\ \{E^{vp}\}_{n+1}^{(k+1)} = \{E^{vp}\}_n^{(k)} + \{\delta E^{vp}\}_{n+1}^{(k)} \\ \{\rho\}_{n+1}^{(k+1)} = \{\rho\}_n^{(k)} + \{\delta\rho\}_{n+1}^{(k)} \end{cases} \quad (2.166)$$

En résumant, la phase de la correction plastique fait appel aux variables supplémentaires suivantes :

- le numéro de la loi d'écoulement plastique,
- les deux constantes figurant dans la loi choisie: α et m ,
- les deux constantes de la loi d'évolution de densités de dislocations: K et Y_c
- la matrice des déformations plastiques $\{E^{vp}\}$.

3.2.3. Détermination des modules algorithmiques

La détermination des modules algorithmiques doit être effectuée après le calcul des incréments de déformation élastique et plastique. Ces modules sont donnés par l'expression (2.137), que nous réécrivons ici sous forme matricielle adaptée à la programmation :

$$J[L^{vp}] = [C] - \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} A^h \phi^h [E_{vp}]^{hg} [C] \{Q\}^g \times [C] \{S\}^h \quad (2.167)$$

Nous constatons qu'aucune nouvelle variable n'est nécessaire pour effectuer ce calcul. Par contre, pour une analyse approfondie des résultats obtenus, il nous semble important d'avoir au moins accès aux variables supplémentaires suivantes:

- le nombre de systèmes actifs pendant l'incrément de charge analysé,
- les déformations élastiques $\{E^e\}$,
- la déformation plastique équivalente E_{eq}^p ,
- les incréments de glissements plastiques sur l'ensemble des systèmes $\{\Delta\gamma\}$,
- les glissements plastiques cumulés $\{\gamma\}$.

La déformation totale et la contrainte de Cauchy sont gérées directement par ABAQUS®.

Toutes ces variables doivent prendre place dans la base de données d' ABAQUS®. Dans le paragraphe suivant nous présentons l'organisation de la partie UMAT de cette base de données, mise en place par nos soins.

3.3. Organisation de la base des données d'ABAQUS®

Dans la routine utilisateur UMAT, les données ou variables liées à la loi de comportement sont classées en propriétés du matériau et en variables internes. Les propriétés matériau sont stockées dans la matrice PROPS tandis que les variables internes sont sauvegardées dans la matrice STATEV. La principale caractéristique qui permet la distinction entre les propriétés et les variables d'état est que ces premières n'évoluent pas pendant la simulation d'un processus irréversible. Nous pouvons les appeler "constantes du matériau". Par opposition, les variables d'état sont susceptibles d'évoluer durant la transformation du matériau. Du point de vue de la méthode des éléments finis, les constantes du matériau sont associées à des sets d'éléments. Les variables internes doivent être gérées au niveau des points d'intégration numériques.

3.3.1. Propriétés des matériaux

Dans la liste des données et variables identifiées dans le paragraphe précédent, les constantes suivantes sont considérées comme propriétés du matériau:

- nombre de systèmes de glissement N ,
- la matrice d'élasticité $[C]$,
- les cissions critiques initiales τ_0^g ,

- la matrice des coefficients d'interactions $[a]$,
- les parties symétrique et antisymétrique du tenseur de Schmid $\{S^g\}$ et $\{R^g\}$,
- le vecteur de Burgers b ,
- la constante α ,
- la constante K ,
- la constante Y_c ,
- le type de loi de comportement: élasto-plastique ou élasto-viscoplastique,
- le numéro de la loi d'écoulement,
- la constante $\dot{\gamma}_0$,
- la constante m .

Le nombre de ces propriétés dépend principalement du type de réseau cristallographique du matériau. Notre approche est applicable à tous les types de réseau, cependant dans un premier temps seuls les réseaux suivants sont programmés:

- cubique faces centrées (CFC)
- cubique centré (CC)
- hexagonal compact (HC).

Un programme auxiliaire *material.for* a été développé en Fortran 99 préparant un fichier rattachable au fichier *nom.inp* d'ABAQUS®. A titre d'exemple, nous présentons sur la Figure 55 la structure d'un tel fichier pour les matériaux de type CC à deux familles de systèmes de glissement. Dans ce cas, nous admettons l'existence de 24 systèmes de glissement différents. Pour diminuer la taille de ce fichier, uniquement les triangles supérieurs de la matrice des constantes élastiques et de la matrice d'interactions entre les systèmes de glissement sont saisis. Un total de 570 constantes et mots-clés est nécessaire pour définir un tel matériau. Néanmoins, ce nombre important de paramètre n'a pas d'incidence sur le temps de calcul. De plus il existe une dépendance entre la plupart de ces coefficients, seuls les 11 paramètres listés ci-dessous nécessitent une identification à partir d'une campagne expérimentale :

- C_{11}, C_{44}, C_{12} : 3 constantes de la matrice d'élasticité,
- τ_0 : cission initiales d'une famille de glissement (2 valeurs pour un CC),
- b : la norme du vecteur de Burgers,
- α : 1 constante,
- K : paramètre matériau lié au libre parcours moyen des dislocations,
- Y_c : distance d'annihilation critique des dislocations,
- $\dot{\gamma}_0$: vitesse de glissement de référence,
- m : sensibilité à la vitesse de glissement.

Nous rappelons que ce jeu de constantes concerne un set d'éléments finis correspondant au matériau en question.

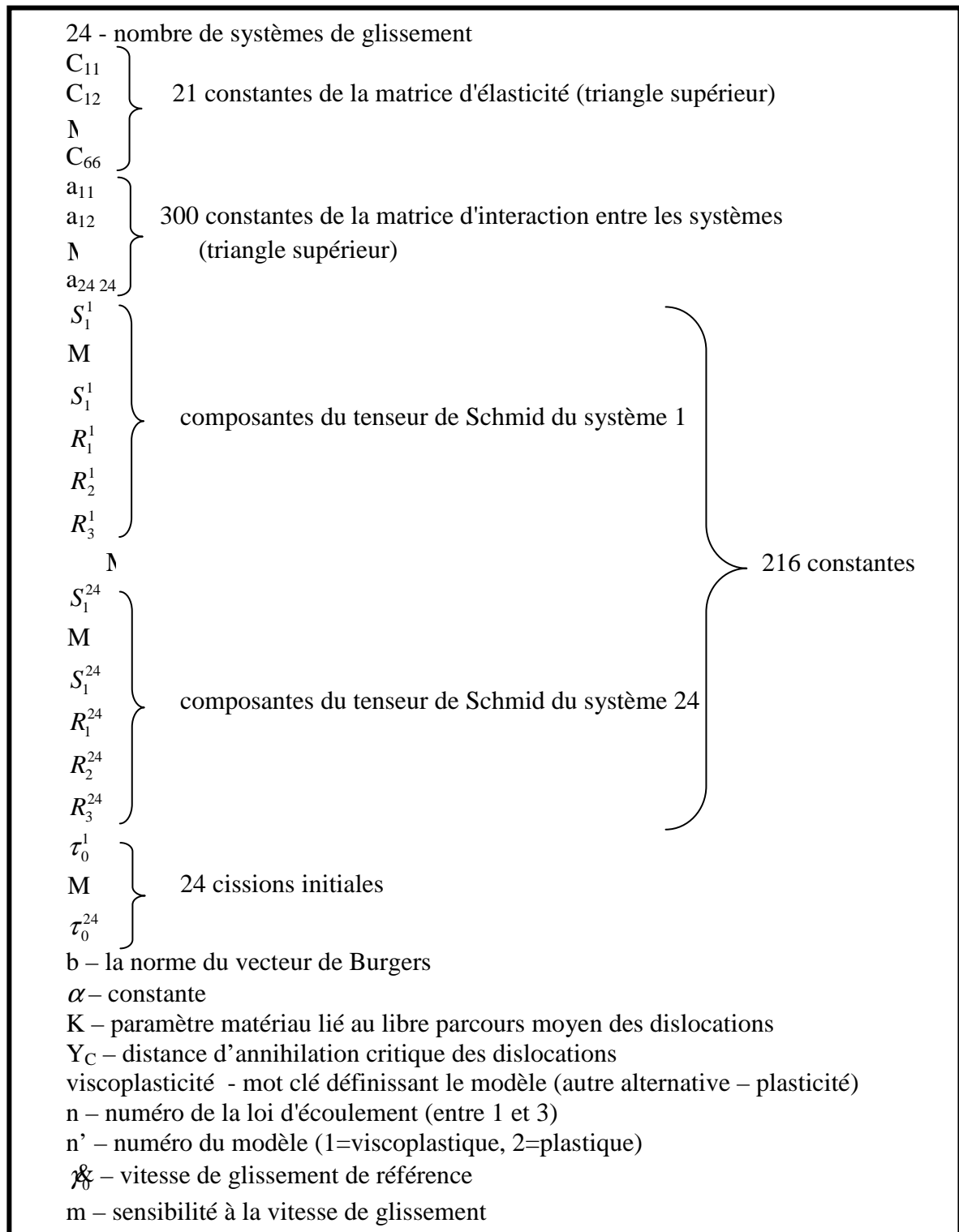


Figure 55 : Structure d'un fichier des propriétés d'un matériau CC à deux familles de systèmes de glissement.

3.3.2. Variables internes

La construction du fichier des variables internes est conditionnée par la définition des grains constituant la structure. Deux approches peuvent être envisageables. Nous les présentons, plus en détail, dans la suite de ce chapitre. Dans la première approche, chacun des

grains est constitué d'un ensemble d'éléments. Dans ce cas, le fichier des variables internes doit contenir autant de blocs de données qu'il y a de grains (sets d'éléments). Dans la deuxième approche, les grains sont constitués par des ensembles de points d'intégration. Dans cette approche, un élément peut faire partie de deux ou plusieurs grains. Dans ce cas, le fichier de variables internes contient autant de blocs de données qu'il y a de points d'intégration dans le maillage. De plus, un traitement particulier doit être adopté. En effet, l'initialisation des variables internes au niveau des points d'intégration numérique se fait par l'intermédiaire d'une autre routine utilisateur SDVINI qui doit être appelée au début du calcul. Nous avons développé un programme auxiliaire en Fortran 99 préparant les fichiers contenant les blocs de variables internes dans le cas de la première stratégie. Lorsque les grains sont définis par point d'intégration, la génération du fichier des variables internes est prise en charge par le programme *germination.exe*. Le fonctionnement de ce code développé sous Visual Basic, qui permet également la génération des microstructures, est détaillé dans le chapitre suivant.

Conformément à l'analyse faite dans le paragraphe précédent, un bloc de données de variables internes est constitué de:

- la déformation élastique $\{E^e\}$,
- la déformation permanente $\{E^p\}$,
- la déformation plastique équivalente E_{eq}^p ,
- les trois angles définissant l'orientation du réseau $\varphi_1, \phi, \varphi_2$,
- les densités de dislocations $\{\rho\}$,
- le nombre de systèmes actifs,
- les incréments des glissements plastiques sur tous les systèmes $\{\Delta\gamma\}$,
- les glissements plastiques cumulés $\{\gamma\}$.

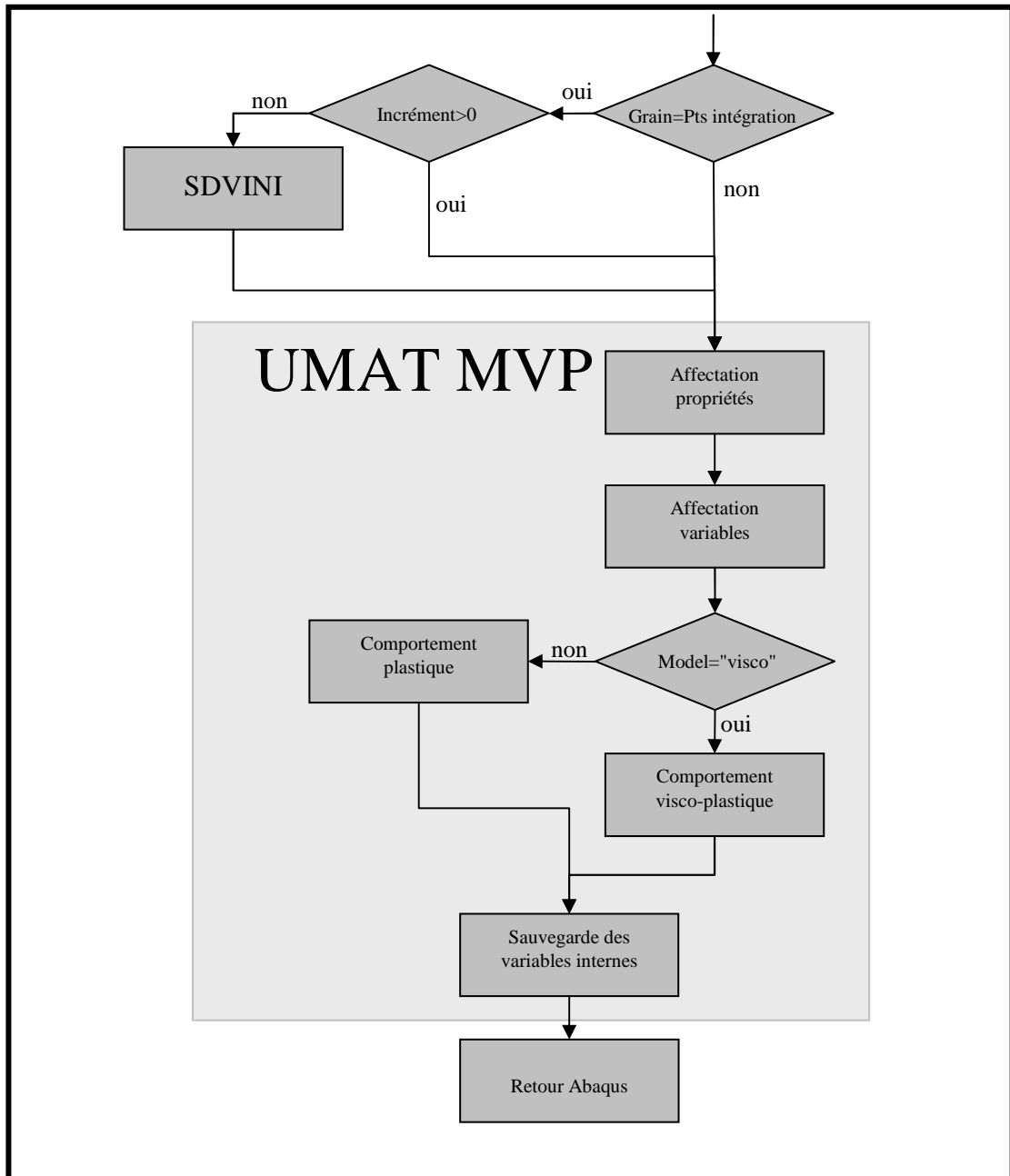
Le stockage des variables telles que la déformation plastique équivalente, le nombre de systèmes actifs, les incréments de glissements plastiques et leurs amplitudes n'est pas indispensable pour le déroulement du calcul. Nous l'effectuons pour les besoins de l'analyse du processus de déformation plastique. La Figure 56 présente la structure d'un fichier de variables internes pour un matériau de type CC à 24 systèmes de glissement. Un ensemble de 89 valeurs est géré par ABAQUS® pour chaque point d'intégration numérique.

E_1^e	}	6 composantes de la déformation élastique
M		
E_6^e	}	6 composantes de la déformation plastique
E_1^p		
M	}	la déformation plastique équivalente
E_6^p		
E_{eq}^p		
NACTI		le nombre de systèmes actifs
φ_1	}	3 angles d'Euler
ϕ		
φ_2	}	24 densités de dislocations
ρ^1		
M	}	24 incréments de glissements plastiques
ρ^{24}		
$\Delta\gamma^1$	}	24 glissements plastiques cumulés
M		
$\Delta\gamma^{24}$	}	
γ^1		
M	}	
γ^{24}		

Figure 56 : Structure d'un fichier de variables internes d'un matériau CC à deux familles de systèmes de glissement

3.4. Organigrammes et algorithmes de la routine UMAT MVP

La routine UMAT que nous développons est baptisée MVP (Monocristal Visco Plastique). Elle est écrite d'une manière modulaire. Chaque module, si nécessaire, se décompose lui-même en sous modules, etc. Elle est constituée de cinq modules principaux comme illustré sur l'Organigramme 1.



Organigramme 1 : Structure générale de la routine UMAT MVP

Le déroulement du calcul dépend de la définition du grain. Si les grains sont définis par un ensemble de points d'intégration numérique, à l'incrément 0 le programme fait appel à la routine SDVINI d' ABAQUS® qui initialise les valeurs des variables internes du problème, à partir du fichier préparé par le logiciel Germination.exe. Pour tout autre incrément, et/ou quand les grains sont définis par les ensembles d'éléments, une affectation des propriétés du

matériau et des variables internes est effectuée directement dans UMAT. Cette affectation suit la logique du logiciel auxiliaire *material.for*.

Dans la version actuelle de la routine, seul le modèle viscoplastique du comportement de matériau est opérationnel. Cependant, une version élastoplastique classique est également implantée mais sa validation nécessite une analyse plus poussée qui sera réalisée en dehors de ces travaux de thèse. Nous nous focalisons ici uniquement sur le modèle de plasticité sensible à la vitesse de déformation. Suite à l'exécution de ce module, les nouvelles valeurs des variables internes du point d'intégration sont sauvegardées pour l'incrément suivant. Puis, la routine rend la main à ABAQUS® pour la préparation du traitement du point d'intégration suivant.

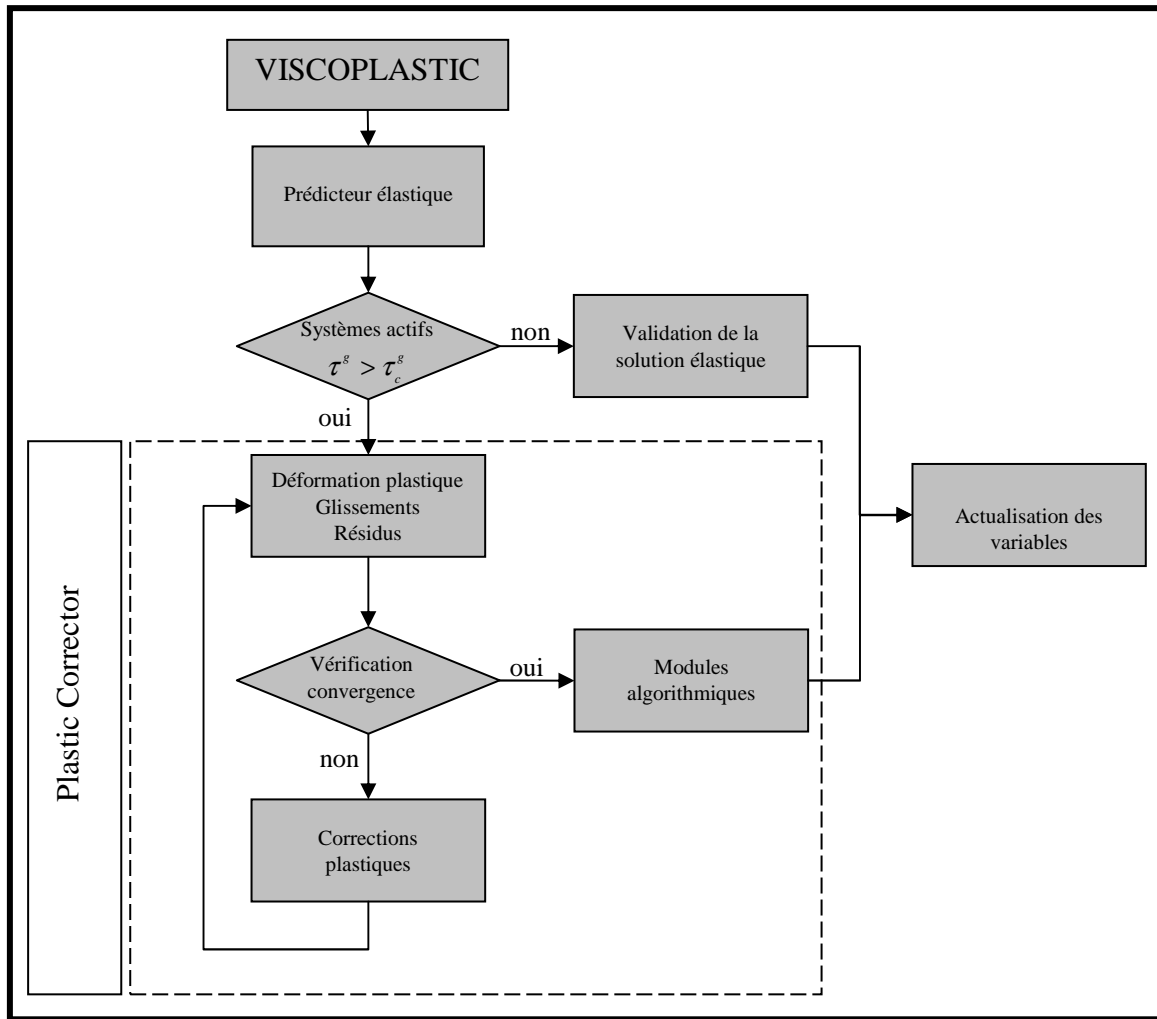
Le cœur de la routine correspond au module du comportement viscoplastique. Sa structure est illustrée par l'Organigramme 2. Elle fait appel à plusieurs modules et à une bibliothèque de sous-programmes effectuant les opérations matricielles élémentaires, telles que la multiplication des deux matrices de rang donné, le changement de repère pour une matrice représentant un tenseur (notation de Voigt), etc. Cette bibliothèque n'est pas commentée ici.

Le premier module effectue le calcul lié à la prédiction élastique (elastic predictor), il est détaillé plus loin. Une routine réalise ensuite la recherche des systèmes admissibles ou potentiellement actifs en utilisant le critère de Schmid. Un sous-ensemble de systèmes admissibles pour lesquels ce critère est violé est alors constitué. Si cet ensemble est vide, la solution élastique est valable pour le point d'intégration traité. Les variables internes restent inchangées, à l'exception de la déformation élastique, et les modules algorithmiques coïncident avec la matrice d'élasticité du matériau. Le programme retourne alors à la routine UMAT. Dans le cas contraire, quand au moins un système est actif, la phase de correction plastique est alors entreprise. Elle commence par le calcul des glissements, de la déformation plastique et des densités de dislocations liés à l'état actuel du matériau. Utilisant ces résultats, les résidus de la déformation plastique et des densités de dislocations sont déterminés. Nous pouvons alors vérifier la convergence du problème. Les critères de convergence sont fixés à 10^{-6} . Ces critères sont définis par :

$$\frac{\{\mathbf{Y}\}_{(k)}^g}{\{\mathbf{Y}\}_{(k-1)}^g} \forall g \in \mathcal{A}$$

S'ils sont vérifiés, le calcul des modules algorithmiques est entrepris. Puis la main est rendue à la routine principale UMAT. Si les critères ne sont pas satisfaits, les corrections plastiques sont effectuées. Après la détermination de ces corrections, un retour au sous-programme déterminant les nouvelles valeurs des densités de dislocations, des glissements et de la déformation plastiques est effectué.

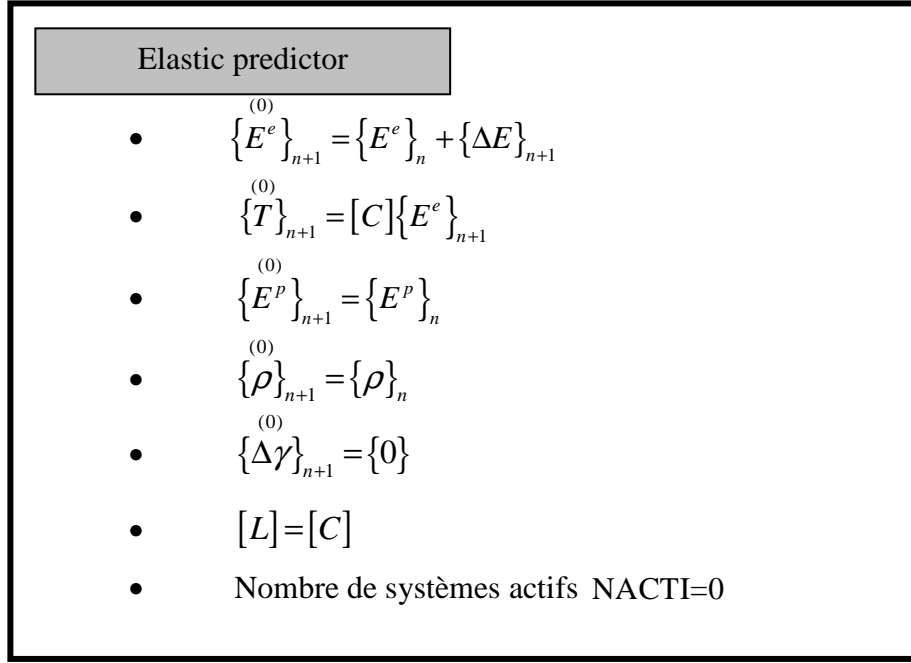
La principale difficulté de la méthode présentée plus haut réside dans son caractère multi-critères. En effet, suite à la phase de correction plastique, certains systèmes peuvent cesser d'être potentiellement actifs. La désactivation d'un ou plusieurs systèmes peut engendrer des instabilités numériques. Une attention particulière doit être alors accordée à cette phase de calcul. Nous consacrons le paragraphe 3.4.2. à la présentation de la méthode utilisée dans notre travail. Elle suit les développements classiques tels que les travaux de Simo, Kennedy et Govindjee [SKG88].



Organigramme 2 : Structure de la sub-routine Viscoplastique

3.4.1. Prédiction élastique

Le sous-programme " elastic predictor " réalise les opérations qui sont résumées dans la boîte Algorithme 1. Le calcul se déroule comme suit. Nous "gelons" les mécanismes de déformation plastique. Ceci revient à supposer que l'incrément courant de déformation est purement élastique, c'est-à-dire que la valeur de la déformation élastique à la fin de l'incrément $n+1$ est évaluée en additionnant la déformation élastique de l'incrément n et l'incrément de la déformation fourni par ABAQUS®. Connaissant la déformation élastique, la contrainte test est calculée grâce à la loi de Hooke ou plus généralement, en supposant le comportement hyper-élastique, dérivé d'un potentiel de déformation. Puis, les nouvelles approximations de la déformation plastique et des densités de dislocations, sur tous les systèmes, sont initialisées aux valeurs convergées de l'incrément précédent. Les incréments des glissements plastiques sur tous les systèmes sont annulés.



Algorithme 1 : Prédiction d'une réponse élastique au début de l'incrément n+1.

De même, les modules algorithmiques sont identifiés dans cette phase comme étant les composantes de la matrice des constantes élastiques du matériau. Le nombre de systèmes actifs est également initialisé à zéro.

Nous observons également que, si la réponse du matériau reste élastique pendant cet incrément (c'est à dire que la contrainte résolue sur tous les systèmes est inférieure à la valeur critique actuelle), toutes les autres variables internes, listées par exemple sur la Figure 56, n'évoluent pas et peuvent être sauvegardées identiques aux valeurs lues par la routine *Affectation variables* de l'Organigramme 1.

3.4.2. Correction plastique

Cette partie du programme est exécutée uniquement quand la routine de vérification du critère de Schmid a identifié et constitué un ensemble de systèmes de glissement potentiellement actifs ou admissibles, sur lesquels la contrainte résolue est plus grande que la contrainte critique. Notons cet ensemble

$$\mathcal{A}_v := \left\{ g \in \mathcal{G} \mid f^g \left(\{T\}_{n+1}^{(0)}, \{\rho\}_{n+1}^{(0)} \right) \geq 0 \right\} \quad (2.168)$$

Le rôle de la correction plastique est de décomposer l'incrément de la déformation totale en parties élastique et plastique, de sorte que toutes les équations comportementales du problème soient vérifiées avec une précision retenue. Dans le cas traité ici, un ensemble de systèmes de glissement identifié après la phase "elastic predictor" n'est pas forcément celui qui reste actif après la phase de correction plastique. De part cette spécificité, notre modèle viscoplastique se distingue de la plasticité ou la viscoplasticité à surface de charge unique, ou surfaces multiples mais sans singularités de type vertex, pour lesquelles la détection d'activité plastique fige le mode de déformation. En admettant que la contrainte critique d'un système de glissement ne peut que croître avec les glissements plastiques du système en question et des autres systèmes simultanément actifs, l'ensemble des systèmes potentiellement actifs peut s'avérer surdimensionné. Rappelons que la détection de cet ensemble se fait au début de l'incrément courant, avec les contraintes critiques déterminées à l'incrément précédent. Tous

les systèmes subissent un écrouissage dû à la déformation plastique supplémentaire et, à la fin de l'incrément, ceci peut conduire à une désactivation de(s) système(s) le(s) moins chargé(s). Cependant, cette désactivation est plus fréquente en élasto – plasticité qu'en viscoplasticité. En effet, analysons un cas particulier de deux systèmes potentiellement actifs présenté sur la Figure 57 en plasticité classique et en viscoplasticité de Perzyna (voir [BUS03] et [BUS05]), dans le cas limite de la viscosité du matériau η nulle.

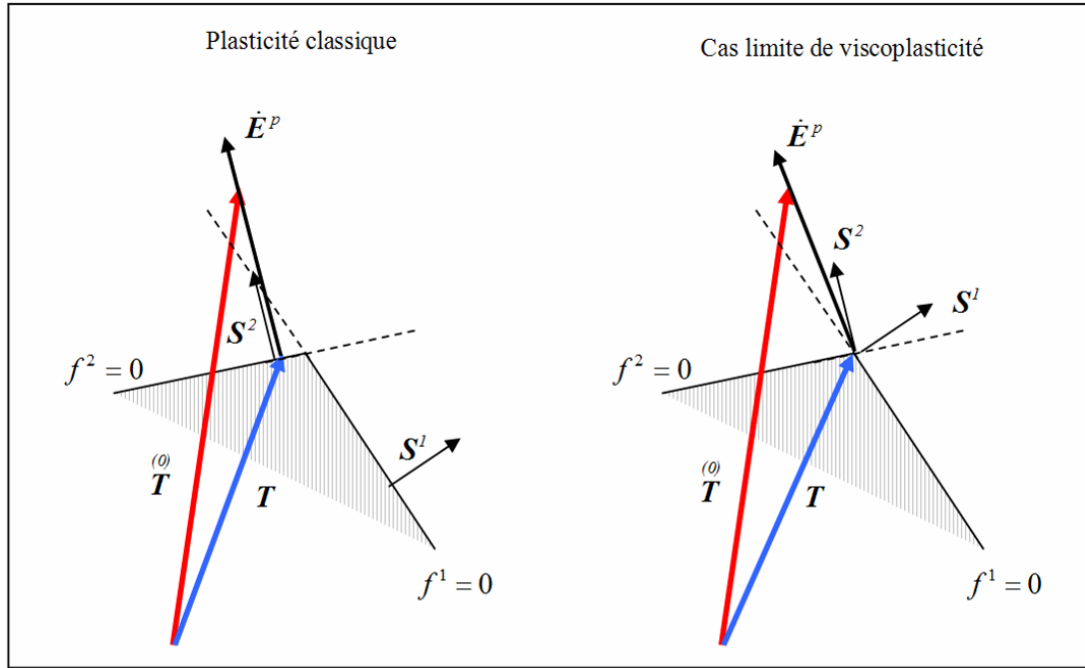


Figure 57 : Illustration de désactivation d'un système de glissement en plasticité classique

La figure montre, dans l'espace de contraintes, les deux surfaces de charge f^1 et f^2 potentiellement actives car l'état de contraintes test $\mathbf{T}^{(0)}$ (elastic predictor) représenté à l'aide d'une flèche rouge, est tel que $f^1(\mathbf{T}^{(0)}) > 0$ et $f^2(\mathbf{T}^{(0)}) > 0$. La contrainte réelle (état convergé) est visualisée sur cette figure par une flèche bleue. Elle pointe la surface de charge aussi bien en plasticité classique qu'en viscoplasticité puisque nous analysons le cas limite de la viscosité nulle. Cependant, la procédure de la correction plastique qui correspond en plasticité (schéma de gauche) à la projection au point le plus proche sur la surface de charge, désactivera le système 1. La vitesse de déformation plastique est alors normale à la surface f^2 et parallèle au vecteur \mathbf{S}^2 représentant le facteur de Schmid du système. En viscoplasticité (schéma de droite), pendant toute la phase de correction plastique, les vitesses de glissement des deux systèmes seront non – nulles puisque la loi phénoménologique de Perzyna sera toujours active. Le vecteur de contraintes \mathbf{T} pointe alors le vortex à l'intersection des deux surfaces. La vitesse de déformation plastique résulte de la combinaison des glissements sur les deux systèmes qui restent en permanence actifs. Nous pouvons conclure que, pour le même état de matériau et le même chargement, le nombre de systèmes actifs peut être plus grand en viscoplasticité qu'en plasticité insensible à la vitesse de déformation.

Quand la viscosité du matériau augmente, le risque de désactivation d'un système, détecté potentiellement actif dans la phase "elastic predictor", diminue. Ceci est dû au fait que le vecteur représentant l'état de contraintes dépassera de plus en plus la surface de charge. Intuitivement, nous pouvons annoncer que le nombre de systèmes actifs croît avec la

sensibilité à la vitesse de déformation du matériau. Cette affirmation sera vérifiée dans le chapitre 3.

La Figure 57 montre également que le cas limite de viscosité nulle dans le modèle de viscoplasticité multi-critère de Perzyna, ne conduit pas forcément à la plasticité classique. En effet, quelque soit la viscosité, dans le cas illustré sur cette figure, deux systèmes resteront toujours actifs conduisant à une réponse du matériau différente en comparaison avec la théorie de la plasticité.

La Figure 58 illustre le processus de la recherche de la solution pendant la phase "plastic corrector". Comme sur la figure précédente, la contrainte test $T_{n+1}^{(0)}$ est représentée par une flèche rouge. L'évolution de la déformation plastique pendant cette phase change la densité de dislocations sur les systèmes et augmente leur contrainte critique. La position des surfaces de plasticité change de l'état f_n^g à f_{n+1}^g traduisant l'écrouissage du matériau. De plus, l'évolution de la texture cristallographique engendre la réorientation des systèmes que nous avons visualisés par les facteurs de Schmid S_n^g et S_{n+1}^g . Cette évolution de la texture, qui se traduit par les changements des angles d'Euler, constitue une difficulté supplémentaire dans la construction de la solution convergée, représentée sur la Figure 58 par le vecteur de contraintes en bleu et le vecteur incrément de la déformation plastique, et correspondant à un ensemble de systèmes de glissement actifs bien identifié.

Pour l'identification des systèmes actifs, nous supposons qu'au début de la $k^{\text{ième}}$ itération de Newton, un ensemble de systèmes admissibles soit connu

$$\mathcal{A}_k := \left\{ g \in \mathcal{G} \mid f^g \left(\{T\}, \{\rho\} \right) > 0 \right\}$$

Suite à la correction apportée, l'amplitude de glissement plastique $\Delta\gamma^g$ devient négative sur un ou plusieurs systèmes, Simo et Hughes [SIM00].

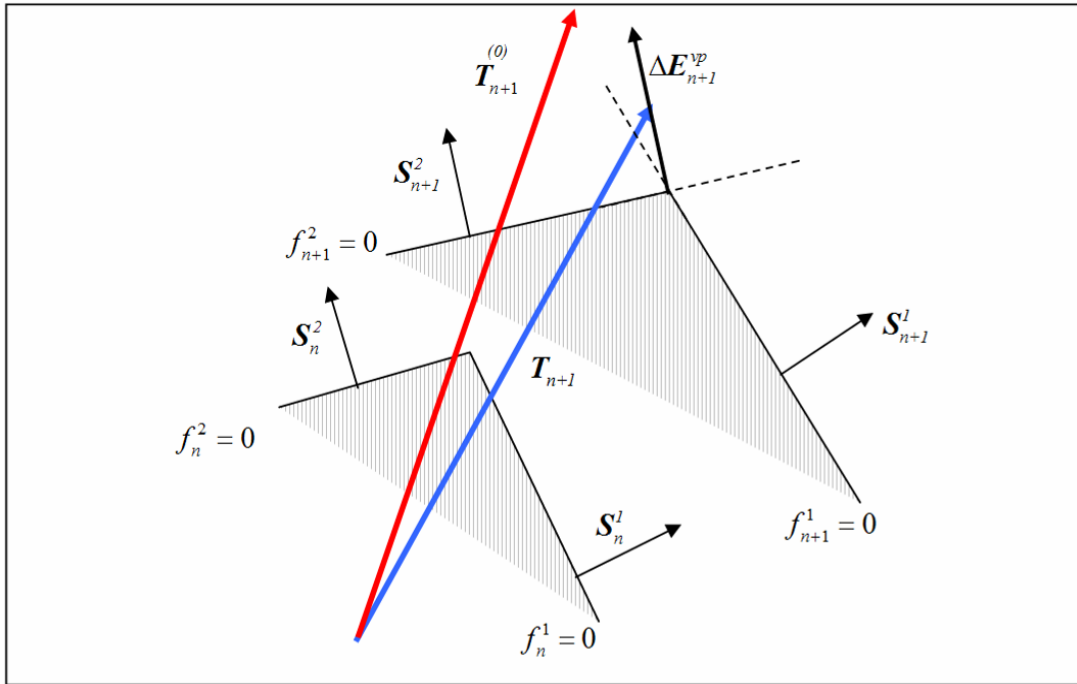


Figure 58 : Evolution des surfaces de charge d'un matériau viscoplastique pendant la correction plastique.

L'algorithme de la méthode, à l'incrément $(n+1)$, s'écrit comme suit :

1° Initialisation des variables

- $k = 0$ *compteur des itérations*
- $\mathbf{E}^{vp(0)} = \mathbf{E}^{vp(n)}$ *déformation plastique initialisée à la valeur du pas précédent*
- $\rho^{g(0)} = \rho^{g(n)}$ *densités de dislocations initialisées aux valeurs du pas précédent*
- $\Delta\gamma^g = 0$ et $\delta\rho^g = 0$ *mise à zéro des incréments de glissements plastiques et des densités de dislocations*

2° Prédiction élastique

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta\mathbf{T} = \mathbf{C} : \Delta\mathbf{E} \\ \mathbf{T}^{test} = \mathbf{T}_n + \delta\mathbf{T} \\ \Delta\mathbf{T}_{n+1} = \delta\mathbf{T} \end{array} \right.$$

3° Vérification des critères de plasticité

- $\tau_c^{(k)} = f(\{\rho\}^{(k)})$ *calcul des contraintes critiques*
- $\tau^{(k)} = \mathbf{S}^{(k)} : \mathbf{T}^{(k)}$ *calcul des contraintes résolues*
- $\tau^{(k)} \geq \tau_c^{(k)}$ *identifications des systèmes potentiellement actifs NSPA.*
Si NSPA=0 \rightarrow solution élastique

4° Calcul de l'incrément de glissement plastique

$$\Delta\gamma^g = \Delta\gamma_o \phi^g(\mathbf{T}, \{\rho\}) \quad \forall g \in \mathcal{A}$$

5° Détermination de la correction des glissements plastiques

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}^E = -\mathbf{E}_{n+1}^{vp} + \mathbf{E}_n^{vp} + \sum_{g \in \mathcal{A}} \Delta\gamma^g \partial_{\mathbf{T}} f^g(\mathbf{T}_{n+1}, \{\rho\}_{n+1}) + \sum_g^{NSPA} \mathbf{S}^{(k)} \Delta\gamma^g \\ \Upsilon^g = -\rho_{n+1}^g + \rho_n^g + h^g(\{\rho\}_{n+1}) \Delta\gamma^g \quad \forall g \in \mathcal{A} \end{array} \right. \quad \text{calcul des résidus}$$

- Si \mathcal{R}^E et Υ^g sont inférieures à la tolérance alors la convergence est obtenue

$$\delta\gamma^g = - \sum_{h \in \mathcal{A}} \mathbb{E}_{vp}^{gh} r_{\gamma-vp}^h \quad \text{calcul de la correction plastique}$$

6° Calcul des corrections de contraintes et de variables internes

$$\begin{aligned}
 -\delta \mathbf{T} &= -\mathbf{C} : \mathbf{R}^E + \mathbf{C} : \sum_{\forall g \in \mathcal{A}} \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathbf{Q}^g \mathbf{E}_{vp}^{gh} \mathbf{Y}_{\gamma-vp}^h & \text{incrément des contraintes} \\
 -\delta \rho^g &= -\sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{gh} \mathbf{Y}^h + \sum_{\forall h \in \mathcal{A}} \sum_{\forall q \in \mathcal{A}} \mathcal{P}^{gh} h^h \mathbf{E}_{vp}^{hq} \mathbf{Y}_{\gamma-vp}^q & \forall g \in \mathcal{A} \quad \text{densités de} \\
 & & \text{dislocations}
 \end{aligned}$$

$$-\delta \mathbf{E}_{n+1}^{vp} = -\mathbf{C}^{-1} : \delta \mathbf{T}_{n+1} \quad \text{déformation viscoplastique}$$

7° Réactualisations des toutes les variables

$$\begin{aligned}
 -\mathbf{E}_{n+1}^{vp} &= \mathbf{E}_{n+1}^{vp} + \delta \mathbf{E}_{n+1}^{vp} & \text{déformation plastique} \\
 -\rho^g &= \rho^g + \delta \rho^g & \text{densité des dislocations} \\
 -\mathbf{T} &= \mathbf{T} + \delta \mathbf{T} & \text{contraintes} \\
 -\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = \varphi_1 + \delta \varphi_1 \\ \phi = \phi + \delta \phi \\ \varphi_2 = \varphi_2 + \delta \varphi_2 \end{array} \right. & & \text{angles d'Euler} \\
 -\mathbf{S}^g &= f(\varphi_1, \phi, \varphi_2) & \text{orientation du réseau} \\
 -\mathbf{R}^g &= g(\varphi_1, \phi, \varphi_2)
 \end{aligned}$$

4. Bilan

Nous venons, dans ce chapitre, de décrire la loi de comportement élasto-viscoplastique utilisée dans ce travail de thèse ainsi que la méthode de résolution particulière mise en place. Les développements nécessaires à l'implantation dans le code de calcul éléments finis ABAQUS® de cette loi sont également exposés.

Il est maintenant nécessaire de vérifier le bon fonctionnement de l'approche développée. La loi de comportement mise en œuvre étant de type monocristalline, elle rend indispensable la discrétisation au niveau granulaire de la matière constituant la structure calculée. La modélisation des grains ainsi que l'évaluation des performances de l'approche font l'objet du chapitre suivant.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [BUS03] Busso E.P., Cailletaud G., *On the theoretical implementation of non-smooth domains. Part I: rate-dependent formulations*. J. Physique IV 105, pp.255-262, 2003.
- [BUS05] Busso E.P., Cailletaud G., *On the selection of active slip systems in crystal plasticity*, Int. J. Plasticity, 21, pp. 2212-2231, 2005.
- [BON03] Bonfoh N., Lipinski P., Carmasol A., *Modeling of intra-crystalline hardening of materials with particles*, Int. J. Plasticity, 19, pp. 1167-1193, 2003.
- [BON04] Bonfoh N., Lipinski P., Carmasol A., Tiem S., *Micromechanical modeling of ductile damage of polycrystalline materials with heterogeneous particles*, Int. J. Plasticity, 20, pp 85-106, 2004.
- [DUV72] Duvaut G., Lions J.L., *Les inégalités en mécanique et en physique*, Dunod, Paris, 1972.
- [ESS79] Essmann U., Mughrabi H., *Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformations and limites of dislocation densities*, Phil. Mag., A40, pp. 731-756, 1979.
- [FIV97] Fivel M., *Etudes numériques à différentes échelles de la déformation plastique des monocristaux de structure CFC*, Thèse INPG, 1997.
- [FIV06] Fivel M., Forest S., *Plasticité cristalline et transition d'échelle : cas du monocristal*, Techniques de l'Ingénieur M 4016, 2006.
- [FRA85] Franciosi P., *The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals*, Acta Metall. 33 (9), pp. 1601-1612, 1985.
- [HIB02] Hibbitt H. D., Karlsson B.I., Sorensen P., *ABAQUS Theory Manual*, 2002.
- [HUG78] Hughes T.J.R., Taylor R.L., *Unconditionally stable algorithms for quasi-static elasto/viscoplastic finite element analysis*, Computers and Structures, 8, pp. 169-173, 1978.
- [KRI76] Krieg R.D., Key S.W., *Implementation of time dependent plasticity theory into structural computer program*, Constitutive Equations in Viscoplasticity: Computational and Engineering Aspects, eds Stricklin and Saczalski, AMD-20, ASME, New York, 1976.
- [LUB72] Lubliner J., *On the thermodynamic foundations of non-linear solid mechanics*, International Journal of Non-linear Mechanics, 7, pp. 237-254, 1972.
- [MAR67] Marcal P.V., King I.P., *Elastoplastic analysis of two-dimensional stress system by finite element method*, International Journal of Mechanical Science, 9, pp. 143-155, 1967.

- [MEC81] Mecking H., Kocks U.F., *Kinetics of flow and strain-hardening*, Acta Metallurgica, 29, pp. 1865-1875, 1981.
- [MER91] Méric L., Poubanne P. Cailletaud G., *Single crystal modeling for structural calculations. Part 1: Model presentation*, Journal of Engineering. Mat. Technology, 113, pp. 162-170, 1991.
- [NAY72] Nayak G.C, Zienkiewicz O.C., *Elastoplastic stress analysis. Generalization of various constitutive equations including stress softening*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 5, pp. 113-135, 1972.
- [ORT85] Ortiz M., Popov E.P., *Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive equations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 21, pp. 1561-1576, 1985.
- [PAQ01] Paquin A., Berbenni S., Favier V., Lemoine X., Berveiller M., *Micromechanical modelling of the elastic-viscoplastic behaviour of polycrystalline steels*, International Journal of Plasticity 17, pp. 1267-1302, 2001.
- [PER71] Perzyna P., *Thermodynamic theory of viscoplasticity*, Advances in Applied Mechanics, Academic Press, New York, 11, pp. 313-354, 1971.
- [SIM84] Simo J.C., Pister K.S., *Remarks on rate constitutive equations for finite deformation problems: computational implications*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 46, pp. 201-215, 1984.
- [SIM86] Simo J.C., Taylor R.L., *Return mapping algorithm for plane stress elasto-plasticity*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 22, pp. 649-670, 1986.
- [SIM88] Simo J.C., Govindjee S., *Exact closed-form solution of the return mapping algorithm for plane stress elasto-viscoplasticity*, Engineering Computations, 3, pp. 254-258, 1988.
- [SKG88] Simo J.C., Kennedy J.G., Govindjee R.L., *Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading/unloading conditions and numerical algorithms*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 26, pp. 2161-2185, 1988.
- [SIM91] Simo J.C., *Nonlinear stability of the time discrete variational problem of evolution in nonlinear heat conduction and plasticity*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 88, pp. 111-131, 1991.
- [SIM00] Simo J.C., Hughes T.J.R., *Computational Inelasticity*, Springer, 2000.
- [TAB92] Tabourot L., *Loi de comportement élastoviscoplastique du monocristal en grandes déformations*, Thèse INPG, 1992.

- [TAB97] Tabourot L., Fivel M., Rauch E., *Generalised constitutive laws for fcc single crystals*, Materials Science and Engineering, 234-236, pp. 639-642, 1997.
- [TEO72] Teodosiu C., *A physical theory of the finite elastic-viscoplastic behaviour of single crystals*, Engineering Transactions, 23, pp. 151- 184, 1972.
- [TEO76] Teodosiu C., Sidoroff F.,[1976] “A theory of finite elastoviscoplasticity of single crystals”, Int. J. Engng Sci. 14, 165-176
- [WIL64] Wilkins M.L., *Calculation of elastic-plastic flow*, in Methods of Computational Physics 3, eds Alder et al., Academic Press, New York, 1964.

CHAPITRE 3 : MODELISATION GEOMETRIQUE DES GRAINS ET ETUDE DE SENSIBILITE

La mise en place de la routine UMAT a été décrite dans le chapitre 2. La loi de comportement implantée est associée à chaque grain considéré comme un monocristal. La morphologie et la disposition de chaque grain par rapport à son voisinage sont gérées par ABAQUS® (maillage, frontières entre grains, état de contrainte imposé par un chargement donné). Le grand nombre de grains composant une mini-pièce exclu la prise en compte exacte de la position, de la morphologie et de l'orientation de chacun des grains. Afin de garantir une certaine représentativité de nos modèles, nous traitons ces trois aspects de façon statistique. Nous avons adopté différents types d'approximations géométriques des grains par le biais de formes simples. La première partie de ce chapitre décrit comment est construit le modèle géométrique, en tenant compte au mieux de la forme et de la distribution de tailles de grains. La texture cristallographique est également reproduite dans son ensemble grâce à une discrétisation de celle mesurée expérimentalement. Dans un second temps, une étude des performances de l'approche développée est conduite par le biais d'une analyse de la sensibilité à la modélisation des grains et aux paramètres matériaux prépondérants de la loi de comportement.

1. Modélisation géométrique des grains

La loi de comportement développée dans ce travail impose, pour sa mise en œuvre dans ABAQUS®, la modélisation de la microstructure du matériau afin d'affecter de manière cohérente les propriétés matériau et les variables internes décrites précédemment. Dans tous les cas que nous traitons, les matériaux sont considérés monophasés, ce qui signifie que les propriétés matériau sont identiques en tous points de la structure. De même, aucun gradient d'écrouissage ni aucune déformation permanente ne sont introduits initialement dans les structures. Seuls les angles d'Euler varient d'un grain à l'autre, en accord avec la définition même d'une structure polycristalline.

Différentes stratégies de modélisation géométrique de la microstructure sont adoptées dans ce travail. Elles peuvent être regroupées en deux grandes familles décrites respectivement dans les parties 1.1. et 1.2.

Dans les deux cas, nous nous imposons de travailler avec des éléments finis de type hexaèdre à 8 noeuds (dénommés C3D8 et C3D8R dans ABAQUS®). Le choix de ces éléments est motivé par leur bon rapport précision/temps de calcul.

1.1. Modélisation des grains par des formes géométriques régulières pavant l'espace

Dans un premier temps, la modélisation géométrique des grains est envisagée par le biais d'une découpe du volume étudié en grains de forme régulière. En effet, en accord avec le cadre de travail défini dans le chapitre 1, le volume des structures à simuler est en moyenne de l'ordre de 1mm^3 . Ces pièces sont réalisées dans des matériaux dont la taille de grains moyenne est couramment d'environ $100\mu\text{m}$. En s'appuyant sur ces données et en supposant que les grains sont sphériques, le nombre moyen de grains constituant les structures simulées est donc de l'ordre de 3 000. Il apparaît alors impératif de mettre en place une description du grain utilisant un nombre minimal d'éléments finis afin de garantir des temps de calcul raisonnables. Cette condition est aisément satisfaite en modélisant les grains par l'un des 4 volumes réguliers pavant l'espace sans lacune :

- le tétraèdre (4),
- le cube (1),
- l'octaèdre tronqué (6),
- le dodécaèdre (4).

Le chiffre entre parenthèses correspond au nombre minimal d'éléments hexaédriques nécessaires pour discrétiser le grain. Parmi ces 4 volumes, seuls les deux derniers permettent d'approximer de façon satisfaisante la forme d'un grain équiaxe comme l'illustrent la Figure 59 et la Figure 61. Bien que répondant peu à cette dernière condition, la forme cubique est retenue également puisqu'elle permet l'utilisation d'un seul élément fini ce qui est un avantage en termes de temps de calcul. De plus, les frontières d'un assemblage de grains cubiques sont planes et ne nécessitent aucune manipulation, contrairement aux assemblages d'octaèdres tronqués ou de dodécaèdres qui génèrent des frontières extérieures de formes complexes (voir Figure 60 et Figure 62).

Sur la Figure 59 chacun des 6 éléments finis composant le grain à base d'octaèdre tronqué est représenté d'une couleur différente.

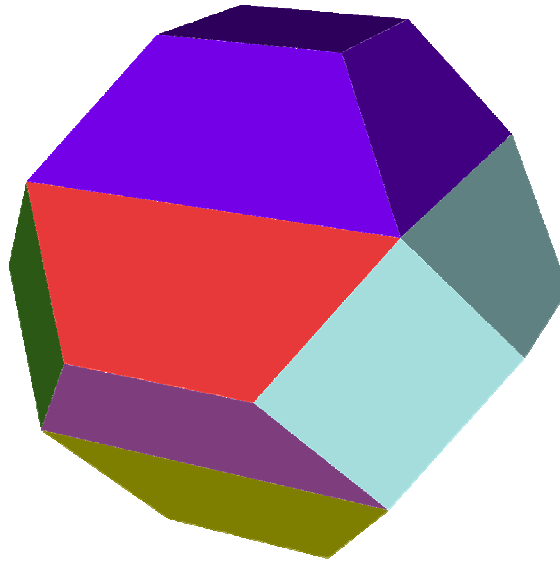


Figure 59 : Visualisation d'un octaèdre tronqué constitué de 6 éléments hexaédriques.

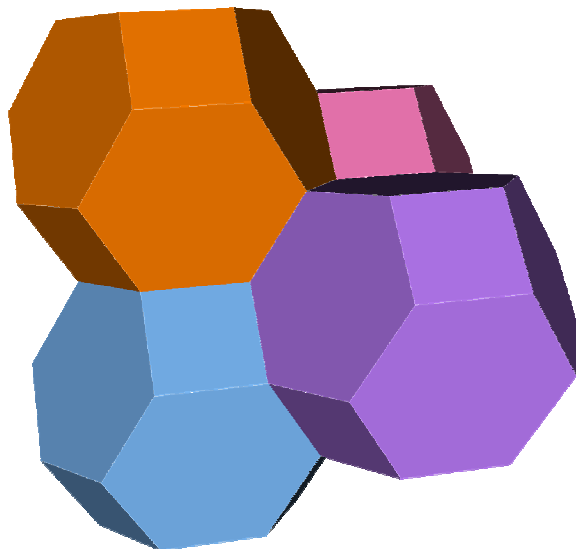


Figure 60 : Visualisation d'un assemblage de grains octaédriques tronqués.

La Figure 61 représente un dodécaèdre régulier. Toutes les faces sont des losanges identiques. Ce polyèdre est inscrit dans une sphère passant par tous ses sommets.

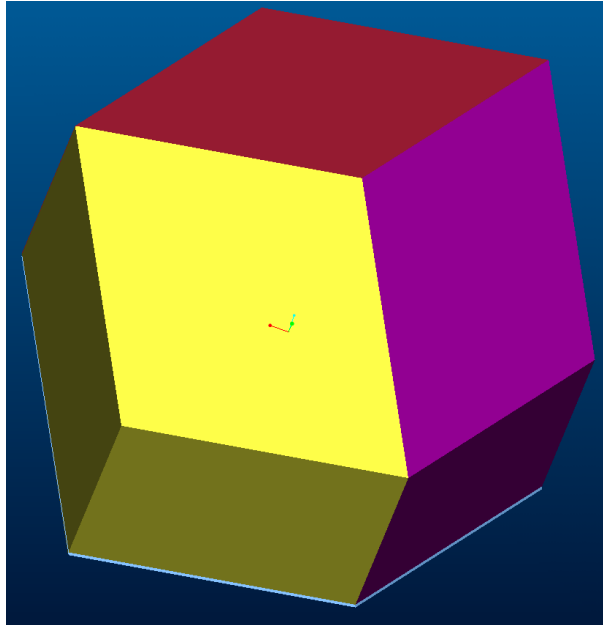


Figure 61 : Visualisation d'un dodécaèdre régulier constitué de 4 éléments hexaédriques.

L'assemblage de la Figure 62 est composé de dodécaèdres irréguliers. Dans ce cas, toutes les faces d'un même grain ne sont pas similaires, cependant tous les grains restent identiques. Le grain central de l'assemblage est représenté en rouge.

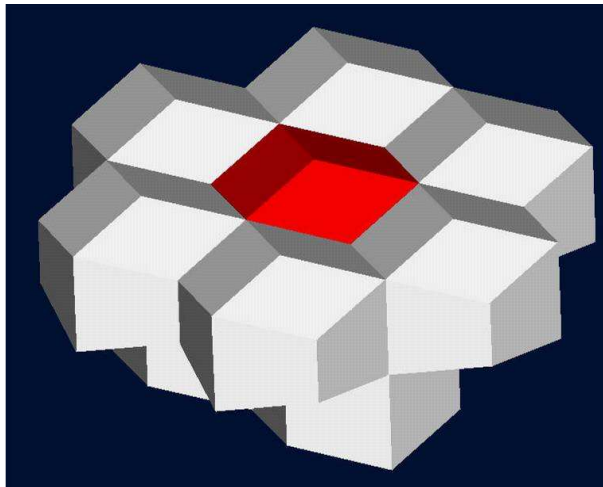


Figure 62 : Visualisation d'un assemblage de grains dodécaédriques.

Comme évoqué précédemment, la Figure 60 ainsi que la Figure 62 mettent en évidence l'incapacité de ce type d'empilement à remplir parfaitement un volume parallélépipédique. Les surfaces extérieures des assemblages créés doivent être retravaillées afin d'être rendues planes. Cette manipulation consiste simplement à déplacer tous les nœuds concernés sur la surface du volume à remplir. Dans certains cas, cette déformation peut être évitée en supprimant simplement un des éléments constituant le grain et dépassant la surface.

1.1.1. Méthodologie d'obtention d'une modélisation géométrique d'une microstructure à grains réguliers

Les différentes géométries de grains utilisables étant définies, nous pouvons maintenant décrire la méthodologie suivie pour modéliser la microstructure d'un mini-composant à l'aide de grains réguliers.

- La première étape consiste à mailler le mini-composant avec un nombre judicieux d'éléments hexaédriques quadratiques à 20 noeuds. La Figure 63 présente un exemple de décomposition d'un cylindre court en cinq éléments de ce type.

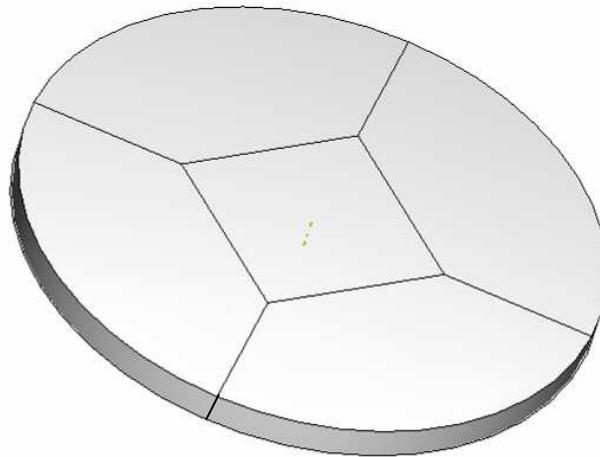


Figure 63 : Décomposition d'un cylindre court en 4 parallélépipèdes curvilignes et 1 parallélépipède droit.

- Lors de la seconde étape, chacun des parallélépipèdes curvilignes éventuellement obtenus est déformé par le biais d'une fonction de transformation de forme τ afin de le rendre droit comme le schématise la Figure 64.

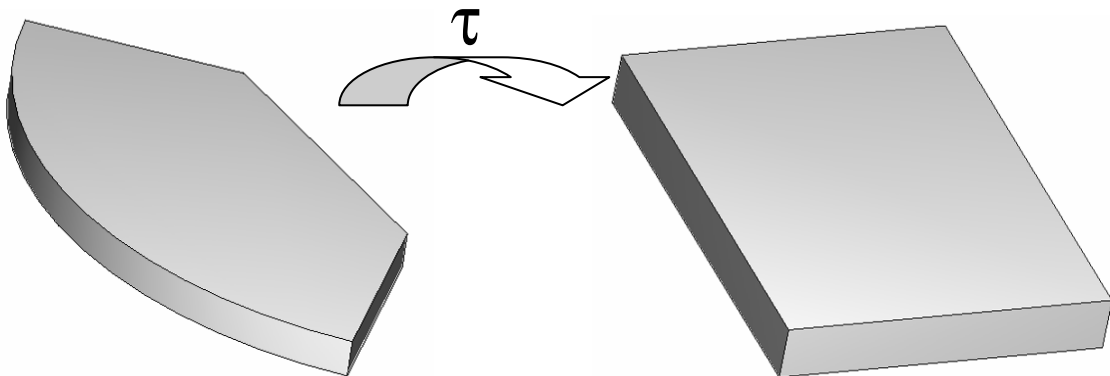


Figure 64 : Déformation d'un parallélépipède curviligne par utilisation d'une fonction de transformation de forme τ .

- Dans la troisième étape, chaque parallélépipède est rempli par des grains réguliers comme nous l'avons décrit précédemment. Chacun des grains est lui-même composé d'éléments finis de type hexaèdre à 8 noeuds regroupés en set d'éléments. Le maillage qui sera utilisé pour le calcul aux éléments finis est ainsi créé pour chacun des sous-ensembles. Lors de cette étape, il est important de veiller à ce que le maillage de l'ensemble du mini-composant soit cohérent afin de faciliter l'étape 5.
- L'étape 4 consiste à faire subir à tous les sous-ensembles maillés la transformation inverse à celle subie lors de l'étape 2, afin de leurs redonner leur forme initiale.
- Les maillages des différents sous-ensembles sont finalement fusionnés lors de l'étape 5.

Cette démarche nous permet donc d'obtenir un maillage éléments finis de type hexaèdre à 8 nœuds d'une structure quelconque. Le regroupement en set des éléments appartenant à un même grain permet l'affectation des orientations.

1.1.2. Description du programme de modélisation de microstructure à grains réguliers

Nous détaillons dans cette partie l'étape 3 évoquée précédemment. Dans le cadre d'une collaboration avec Gilles Duchanois (Maître de conférences, LERMAB (UMR INRA 1093), Nancy), un programme dénommé *octaèdre* a été développé en Visual-Basic® afin d'automatiser la phase de création de microstructures à base de grains réguliers. Contrairement à ce que son nom peut laisser croire, les trois formes retenues au début de la partie 1.1. sont utilisables dans ce programme. L'utilisateur définit les dimensions du parallélépipède droit à remplir ainsi que le nombre de grains souhaités dans chacune des trois directions, en prenant garde à ce que ces valeurs soient cohérentes avec les éventuels parallélépipèdes adjacents.

Ce logiciel permet également la visualisation sous forme de projection et en perspective du maillage créé. La Figure 65 présente la fenêtre de travail du logiciel *octaèdre* après le maillage d'un cube de $0.2 \times 0.2 \times 0.2 \text{ mm}^3$ avec 48 grains de type octaèdre tronqué, ce qui représente un nombre total de 352 éléments hexaédriques à 8 nœuds. Le logiciel permet la visualisation du volume complet ainsi que l'affichage individuel des éléments et des grains afin d'en vérifier la morphologie. Une fois le maillage obtenu, le logiciel permet l'écriture d'un fichier *.inp comportant la liste des nœuds, des éléments ainsi que les sets d'éléments constituant les différents grains. Ce fichier est directement importable dans ABAQUS® ou tout autre logiciel compatible avec ce format.

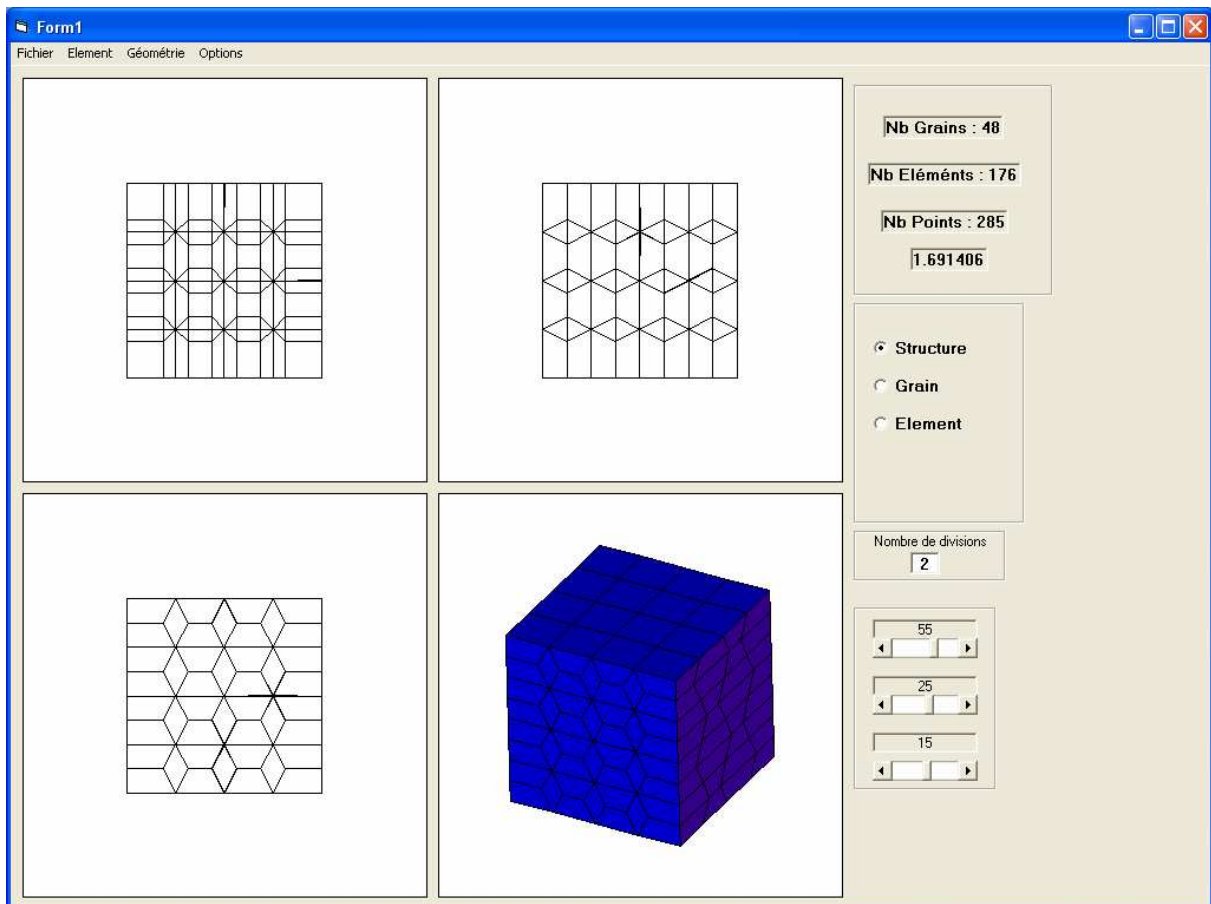


Figure 65 : Capture d'écran de la fenêtre de travail du logiciel *octaèdre*

La Figure 66 présente le résultat de l'importation du fichier *.inp obtenu précédemment sous HYPERMESH®. HYPERMESH® est un logiciel commercial de maillage qui autorise, entre autres, une grande souplesse d'affichage. Sur la Figure 66, certains grains sont masqués afin de visualiser l'intérieur du volume. Sur cette image, il est intéressant de noter la façon dont sont déformés et coupés les grains qui se situent à la surface du volume.

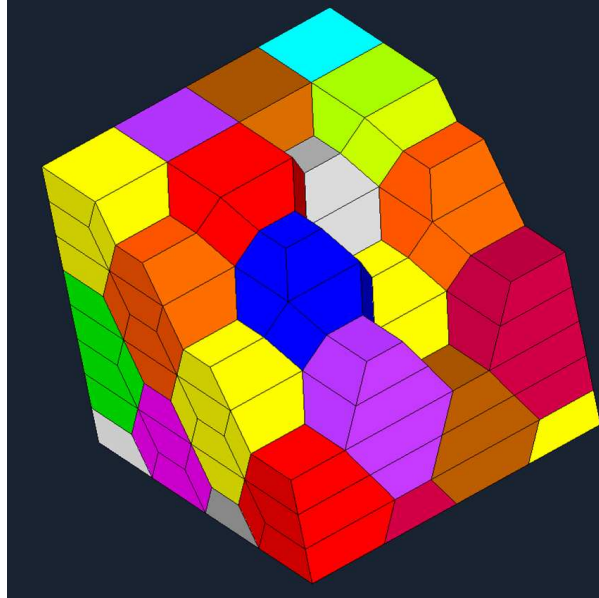


Figure 66 : Vue écorchée d'un cube maillé avec des grains de forme octaédrique

1.2. Modélisation des grains par calcul de croissance de germes

La seconde méthode permet la construction de polycristaux à partir du calcul de la croissance de germes répartis dans le volume à simuler [DEC98], [EBE99].

Contrairement à l'approche décrite au paragraphe 1.1., le maillage de la structure est réalisé au préalable. Le mailleur automatique d'ABAQUS® permet d'obtenir, dans les cas de composants de géométrie simple, un maillage structuré de bonne qualité à base d'hexaèdres à 8 points d'intégration.

A partir du calcul de croissance des germes, une cartographie 3D de la microstructure est superposée au maillage afin d'affecter chaque entité géométrique au grain correspondant. Le type d'entité peut être, soit un élément fini complet, soit un point d'intégration. Les éléments retenus dans ce travail contiennent 8 points d'intégrations dans le cas des éléments à intégration complète C3D8, ou un seul dans le cas des éléments à intégration réduite C3D8R. Ceci signifie que dans le cas où nous affectons les grains par point d'intégration, la frontière entre deux grains peut traverser un élément fini. Ceci pose un problème de visualisation puisque l'interface d'ABAQUS® ne prévoit pas l'affichage des grandeurs au niveau des points de Gauss. Cependant, cette technique présente un intérêt majeur. En effet, à nombre d'éléments finis constant, nous obtenons une résolution dans chacune des trois directions deux fois plus fine pour décrire géométriquement la frontière des grains. Lorsque l'affectation des grains se fait par élément complet, c'est le point central de l'élément qui sert de référence pour le calcul de la microstructure.

Deux approches sont couramment utilisées pour mener à bien la phase d'affectation des entités :

- L'une utilise l'algorithme de Voronoï, qui établit la carte en 3 dimensions des entités les plus proches d'un germe, elle est décrite et mise en œuvre par de

nombreux auteurs [DEV98], [VER06], [FOR02]. Chaque région (grain) définie par cet algorithme contient les entités les plus proches du germe considéré que de tout autre germe du volume. Des programmes en libre accès, mettant en œuvre cette technique, sont proposés via Internet [QHU06].

- La seconde technique consiste à simuler la germination et la croissance des grains dans le composant maillé au préalable. Pour ce faire, toujours dans le cadre de notre collaboration avec Gilles Duchanois, nous avons développé sous Visual-Basic® un second logiciel baptisé *germination* permettant de mettre en œuvre cette approche.

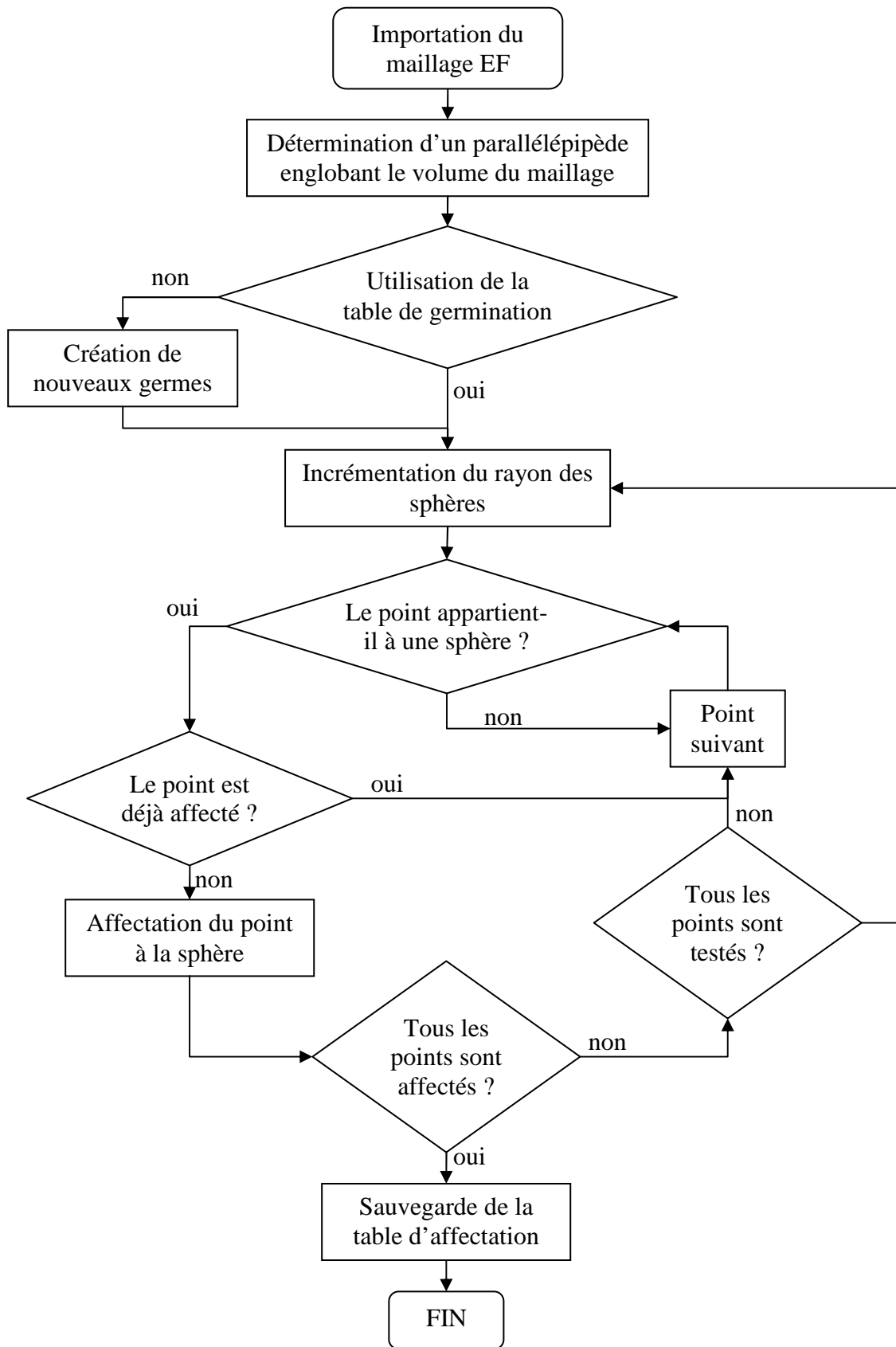
1.2.1. Description de l'algorithme de croissance de grain du programme germination

L'Organigramme 3 présente l'algorithme de croissance des grains du programme *germination*. Cet algorithme utilise la démarche décrite ci-après.

Dans un premier temps, une table de germination est stockée dans un fichier. Cette table contient les coordonnées x,y,z d'un nombre fini de germes. Ces coordonnées sont obtenues initialement aléatoirement à l'intérieur d'un cube unitaire. Tant que la table n'est pas réinitialisée, nous avons la possibilité de générer des microstructures dont les germes sont localisés aux mêmes endroits. Cette option est importante pour permettre la comparaison de différents maillages en maintenant figée la microstructure.

Le cube défini précédemment est ensuite déformé pour engendrer un parallélépipède englobant le maillage avec une marge supplémentaire de 10% dans les 3 directions. Les entités du maillage peuvent ainsi être affectées à des grains dont les germes sont extérieurs au volume de la pièce.

Le calcul de croissance de grain consiste à augmenter de manière incrémentale le diamètre d'une sphère dont le centre coïncide avec un germe et dont le rayon initial est nul. Lorsqu'un point d'intégration ou le point central d'un élément entre dans la sphère, il est attribué à cette sphère qui définira plus tard un grain. Si le point est déjà affecté à une sphère, il ne peut l'être à une autre. Cette opération est répétée jusqu'à ce que toutes les entités de la structure soient attribuées à un grain.



Organigramme 3 : Principe de fonctionnement du logiciel germination

1.2.2. Description de l'interface du programme germination

L'utilisateur a accès aux paramètres suivants comme l'illustre la capture d'écran de l'interface du programme *germination* présentée Figure 67 :

- Le nombre total de germes initialement répartis dans le volume englobant le maillage : $N = Nb \text{ Germes Total}$. Dans certaines conditions (germe trop à l'extérieur de la structure, deux germes proches avec des vitesses de croissance différentes, etc...), le nombre de grains actifs à la fin du calcul peut être inférieur au nombre total de germes imposé initialement.
- Le nombre de germes créés par pas de temps : $n = Vitesse \text{ Germes}$. Il est possible de retarder le démarrage de la croissance d'une sphère grâce à ce paramètre. Seuls n nouveaux germes sont rendus actifs à chaque incrément du calcul. Pour ne pas avoir de retard de germination il suffit d'imposer $n = Nb \text{ Germes Total}$.
- La vitesse de croissance des sphères : $V = Vitesse \text{ Croissance}$. Lors de l'importation du maillage, le programme calcule la distance minimale d entre deux centres d'éléments si l'option *Element* est active, ou entre deux points d'intégration si l'option *Gauss* est active. Pendant le calcul, chaque rayon de sphère est augmenté de $\Delta r = \frac{1}{V} d$. Plus V est grand, plus le calcul est précis et par conséquent plus il est long.
- La plage de variation des vitesses de croissance des sphères : $D = Delta \text{ Vitesse } \%$. Ce dernier paramètre permet d'imposer des vitesses de croissance variables d'un germe à l'autre. Au début du calcul, chaque germe se voit doté d'une vitesse de croissance $v = \frac{\delta D}{100} \Delta r$, avec δ choisi aléatoirement entre 0 et 1. Si $D=0$, toutes les sphères ont la même vitesse de croissance.

Le programme permet une visualisation en temps réel de l'évolution des sphères dans une projection 2D du volume de travail comme l'illustre la Figure 67.

Pour conclure cette partie, il est important de souligner que cette approche permet une plus grande souplesse que la méthode basée sur l'algorithme de Voronoï. En effet, l'utilisateur, par le biais des différents paramètres présentés précédemment, a la possibilité de créer aisément des microstructures dont la distribution de taille moyenne de grain est fortement variable. Cette options sera utilisée par la suite.

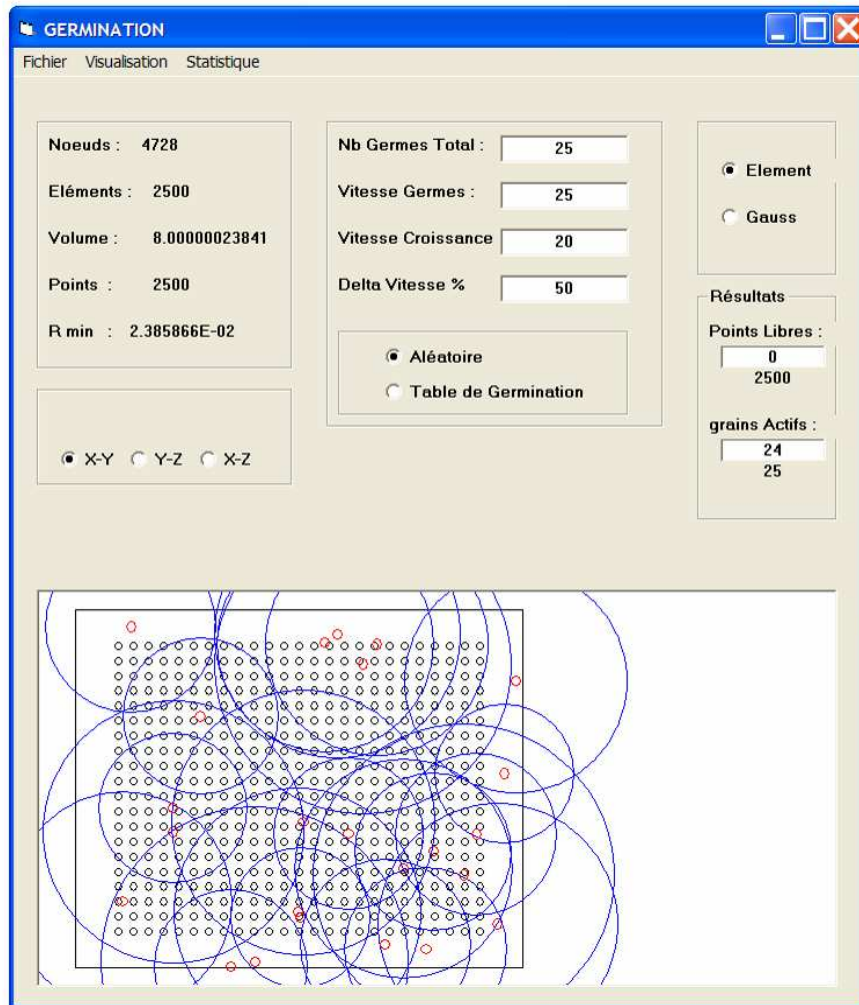


Figure 67 : Capture d'écran de l'interface du programme germination.

Les outils développés et mis en place pour la description de la géométrie des grains d'un mini-composant ont été décrits. Dans la suite du chapitre, une campagne de tests numériques est conduite afin d'évaluer le niveau de performance de la loi de comportement développée ainsi que des modélisations des grains retenues.

2. Estimation des performances du modèle

Trois séries de calculs sont analysées afin d'estimer les performances de la subroutine développée. La première série de simulations permet de vérifier la pertinence de l'approche développée dans le paragraphe 1. concernant la modélisation des grains. Les deux séries suivantes ont essentiellement pour but de vérifier la bonne réponse de la loi de comportement au changement des deux paramètres liés à la viscosité du matériau, à savoir les paramètres $\Delta\gamma_0$ défini en (2.100) et m défini en (2.52). Dans les trois cas, un essai de traction uniaxiale est simulé.

2.1. Description des paramètres matériaux et de la modélisation de l'essai de traction

Ce paragraphe décrit les paramètres communs à tous les calculs ainsi que la modélisation de l'essai de traction utilisée. Le comportement viscoplastique du matériau simulé utilise les valeurs des paramètres matériau récapitulés dans le Tableau 5. Ces paramètres sont fixés

arbitrairement. Le réseau de ce matériau est de type cubique faces centrées. Le glissement plastique est défini, pour ce type de réseau cristallographique, par une famille à 12 systèmes de glissement. La loi d'écoulement n°2 est prise en compte (voir chapitre 2. paragraphe 1.3.2.). Dans le Tableau 5, le paramètre ρ_0 représente la densité de dislocations initiale.

C_{11} (MPa)	C_{12} (MPa)	a_0	a_1	a_2	b (m)	α	K	Y_c (m)	ρ_0 (m ⁻²)
$2.8 \cdot 10^5$	$1.2 \cdot 10^5$	0.2	0.46	0.6	$2.5 \cdot 10^{-10}$	0.5	20	$4.55 \cdot 10^{-8}$	10^9

Tableau 5 : Valeurs des paramètres matériaux figés pour les calculs d'estimation des performances.

Dans le cas du réseau cristallin CFC, la matrice des coefficients d'interaction entre les systèmes de glissement est complètement déterminée à partir des trois coefficients suivants :

- a_0 : coefficient d'interaction entre systèmes identiques,
- a_1 : coefficient d'interaction entre systèmes colinéaires,
- a_2 : coefficient d'interaction entre systèmes quelconques.

L'éprouvette de traction sur laquelle est testée la loi de comportement monocristalline est parallélépipédique et a les dimensions suivantes : $1 \times 0.8 \times 0.1 \text{ mm}^3$. Cette géométrie étant très simple, deux extensions de 0.5mm sont ajoutées de part et d'autre de l'éprouvette afin d'obtenir dans la partie centrale des champs de contrainte et de déformation non perturbés par les conditions imposées aux extrémités de l'ensemble (Figure 68). Afin de réduire les temps de calcul, le comportement de ces extensions est représenté par une loi de type phénoménologique. Cette loi, indépendante du temps, utilise la théorie J_2 avec un écrouissage isotrope. La courbe d'écrouissage, rentrée point par point dans ABAQUS®, est ajustée sur le comportement macroscopique de la partie centrale. Cette opération a bien sûr nécessité quelques itérations afin d'obtenir un bon accord global entre les deux lois mises en œuvre.

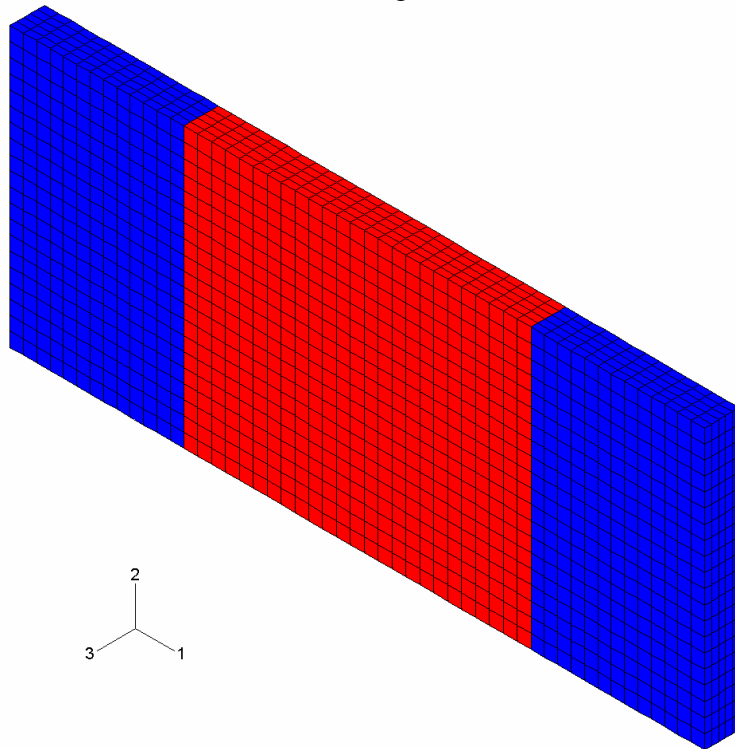


Figure 68 : Représentation des 3 zones de l'éprouvette de traction.

Les conditions aux limites imposées sur l'éprouvette sont représentées sur la Figure 69. Elles correspondent à :

- un blocage de tous les nœuds de la face arrière suivant **1**,
- un blocage de tous les nœuds de l'une des deux grandes arêtes de la face arrière suivant **3**,
- un blocage de tous les nœuds de l'une des deux petites arêtes de la face arrière suivant **2**,
- un blocage de tous les nœuds de l'une des deux grandes arêtes de la face avant suivant **2**.

La dernière condition énoncée nous assure que l'éprouvette se déforme dans le plan (**1,2**).

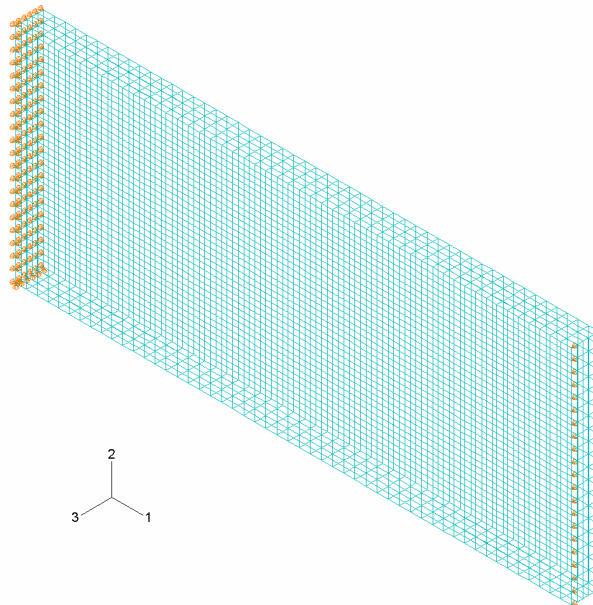


Figure 69 : Représentation des conditions aux limites de l'essai de traction.

Un déplacement total de 1mm est imposé progressivement de façon linéaire aux noeuds de la face avant dans la direction **1**. Ce chargement, représenté sur Figure 70, est atteint en 1 seconde.

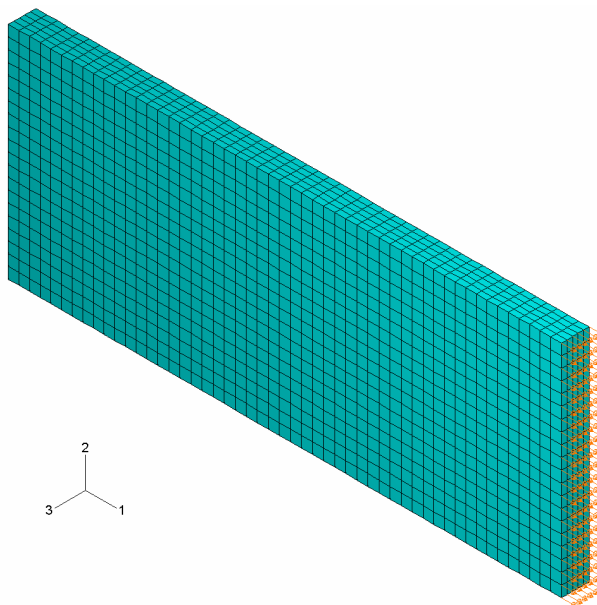


Figure 70: Représentation du chargement de l'essai de traction.

2.2. Description des différentes modélisations des grains

Afin de tester les performances des différentes approches exposées au paragraphe 1., quatre modélisations des grains se situant dans la partie centrale de l'éprouvette sont réalisées. Dans chacun des cas, 200 grains sont utilisés pour représenter la microstructure. Les 200 orientations affectées aux grains sont issues d'une texture cristallographique mesurée sur une feuille de 316L (laminé et recuit) de 100 μ m d'épaisseur. Les éléments finis permettant le maillage de l'éprouvette sont des hexaèdres à 8 nœuds.

2.2.1. Description du modèle à base de grains réguliers

Le premier maillage est obtenu à partir de grains réguliers en forme d'octaèdres tronqués (cf. paragraphe 1.1.). La taille moyenne de grain est d'environ 90 μ m. Deux grains sont placés dans l'épaisseur de l'éprouvette. 910 éléments à 8 points d'intégration (type C3D8 dans ABAQUS®) sont utilisés pour mailler la partie centrale de l'éprouvette. Certains éléments finis constituant les grains sont déformés ou supprimés afin de reproduire la géométrie exacte de la partie centrale de l'éprouvette. Les 200 orientations évoquées précédemment sont affectées aléatoirement. La Figure 71 représente la valeur de l'un des trois angles d'Euler définissant l'orientation individuelle des grains. La visualisation des grains est alors facilitée.

Cette modélisation est dénommée *modélisation octaèdre* dans la suite.

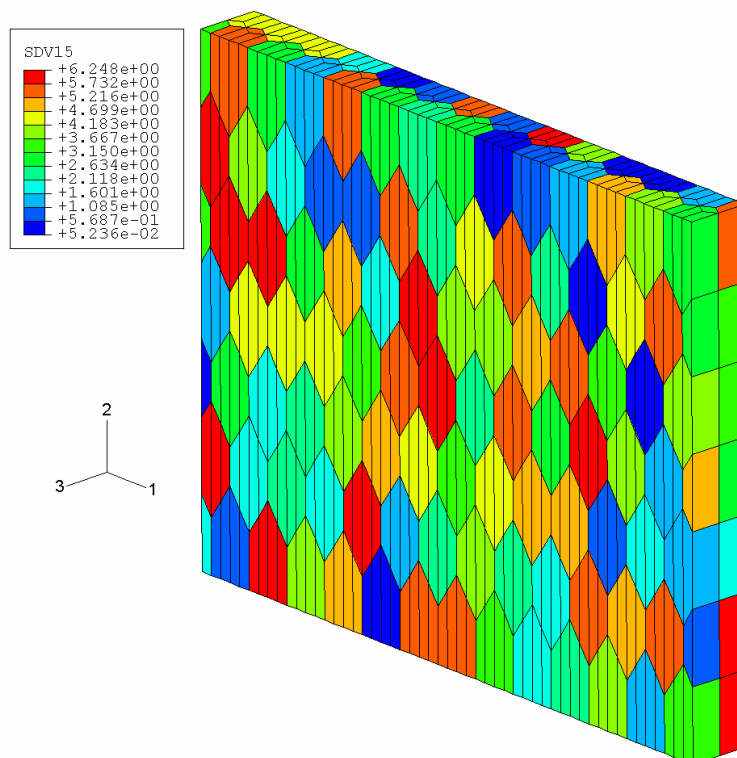


Figure 71: Représentation de l'angle ϕ_1 (en Rad) sur le maillage à base de grains en forme d'octaèdres tronqués.

Remarque : Le faible nombre de couleurs utilisé pour la représentation et le fait que seul l'un des trois angles soit représenté laissent croire, à tort, que certains grains contigus de la Figure 71 semblent avoir la même orientation.

2.2.2. Description des 3 modèles obtenus par croissance de germes

Pour permettre un comparatif fiable de l'influence de la modélisation des grains, nous avons pris soin de simuler des microstructures les plus semblables possible. La position des germes et l'orientation cristallographique qui leur est associée est identique dans les 3 cas décrits par la suite. Le maillage éléments finis est lui aussi figé. En effet, la partie centrale de l'éprouvette est discrétisée en 2500 éléments de dimensions identiques.

- Affectation des grains par élément à 8 points d'intégrations :
Ce modèle est obtenu en utilisant la première option d'affectation des grains disponible dans le programme « germination ». La Figure 72 représente la répartition des grains obtenue par l'intermédiaire de la visualisation de l'angle ϕ_1 . Nous pouvons remarquer que la taille des grains est très variable. Elle dépend uniquement de la position initiale des germes (définie initialement aléatoirement), car la vitesse de croissance est identique pour chacun des grains. Il est important de remarquer que les joints des grains sont définis dans ce cas par les contours des éléments finis constituant le maillage.
Ce modèle est dénommé *modèle C3D8* dans la suite.

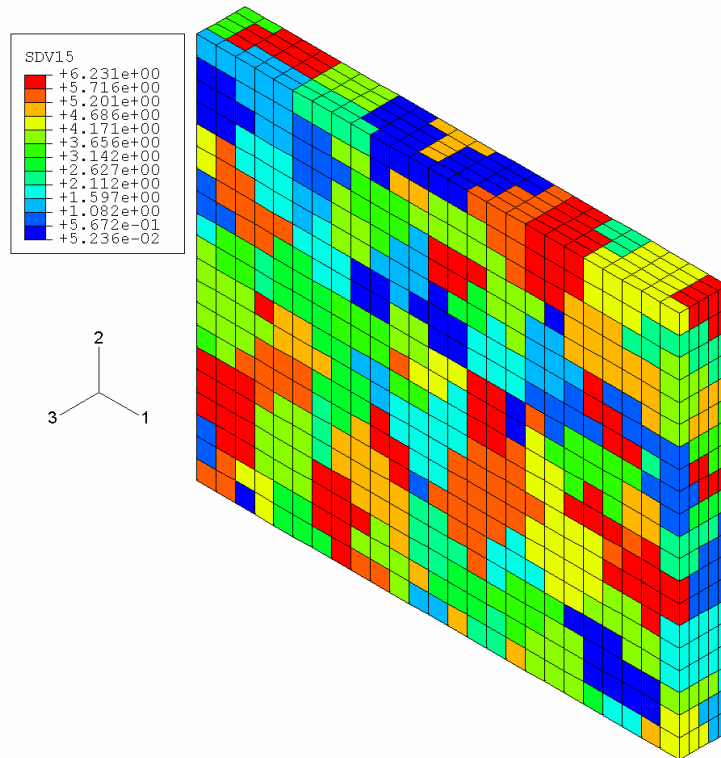


Figure 72: Représentation de l'angle ϕ_1 (en Rad) sur le maillage à base de grains affectés par élément de type C3D8.

- Affectation des grains par élément à un point d'intégration :
Ce modèle est rigoureusement identique au modèle C3D8. La seule différence réside dans la technologie des éléments utilisés pour obtenir le maillage qui sont, dans ce cas, à intégration réduite (C3D8R dans ABAQUS®). La représentation des angles ϕ_1 de ce modèle, dénommé *modèle C3D8R*, fournit exactement la même image que celle déjà présentée sur la Figure 72.
- Affectation des grains par point d'intégration des éléments de type C3D8 :

Ce modèle est obtenu par le biais de la deuxième option du programme « germination ». Dans ce cas, les joints de grains peuvent traverser les éléments. Le résultat de l'affectation par point est ainsi représenté sur la Figure 73. Ce modèle est appelé *modèle point d'intégration* dans la suite.

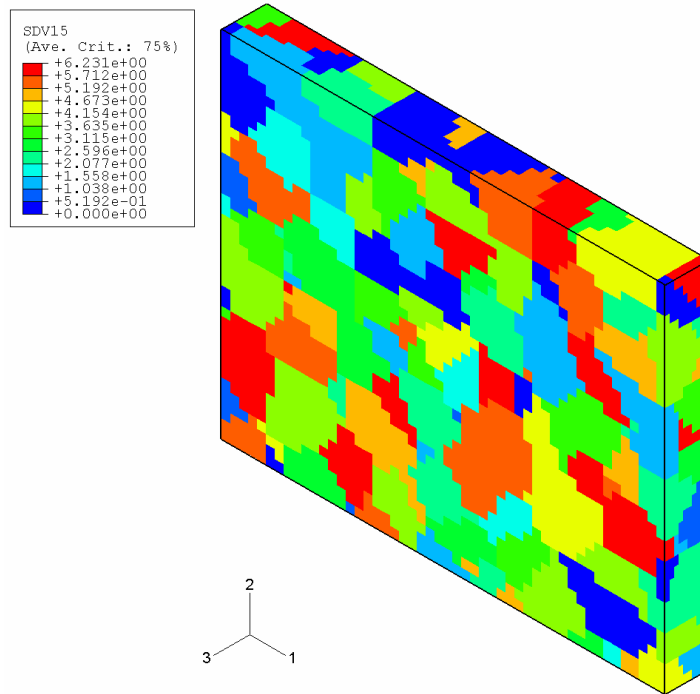


Figure 73: Représentation de l'angle ϕl (en Rad) sur le maillage à base de grains affectés aux points de Gauss d'éléments de type C3D8.

La résolution étant 2 fois plus élevée dans chacune des 3 directions de l'espace que dans les 2 cas précédents, nous visualisons des grains dont les formes sont plus proches de celles observées réellement.

2.3. Analyse de l'influence de la modélisation des grains

Dans cette partie, nous analysons l'influence du type de modélisation des grains sur quatre critères importants :

- La distribution de la taille de grain,
- La réponse globale de la partie centrale de l'éprouvette aux sollicitations,
- Le comportement individuel des grains,
- Le temps de calcul.

2.3.1. Etude de la distribution de taille de grain

La taille de grain est définie ici comme étant le diamètre de la sphère dont le volume est égal au volume du grain considéré.

Cette étude comparative se focalise essentiellement sur le modèle *point d'intégration* et le modèle C3D8. En effet la microstructure du modèle C3D8R est strictement identique à celle du modèle C3D8. De plus, l'étude de la distribution de la taille de grain moyenne du modèle *octaèdre* ne présente aucun intérêt puisque tous les grains sont identiques (aux bordures près). Pour information, la taille de grain dans ce cas est de 91 μ m.

La Figure 74 présente la distribution de la taille de grain. Nous constatons que ces distributions sont de type normales, ce qui se justifie par le fait que la position des germes est obtenue aléatoirement et que tous les grains ont la même vitesse de croissance.

La seule différence notable entre les deux distributions réside dans le fait qu'il existe plus de très petits grains dans le cas *point d'intégration*. En effet, la résolution étant deux fois plus élevée dans ce cas, le diamètre minimal théorique d'un grain est par conséquent également deux fois plus faible.

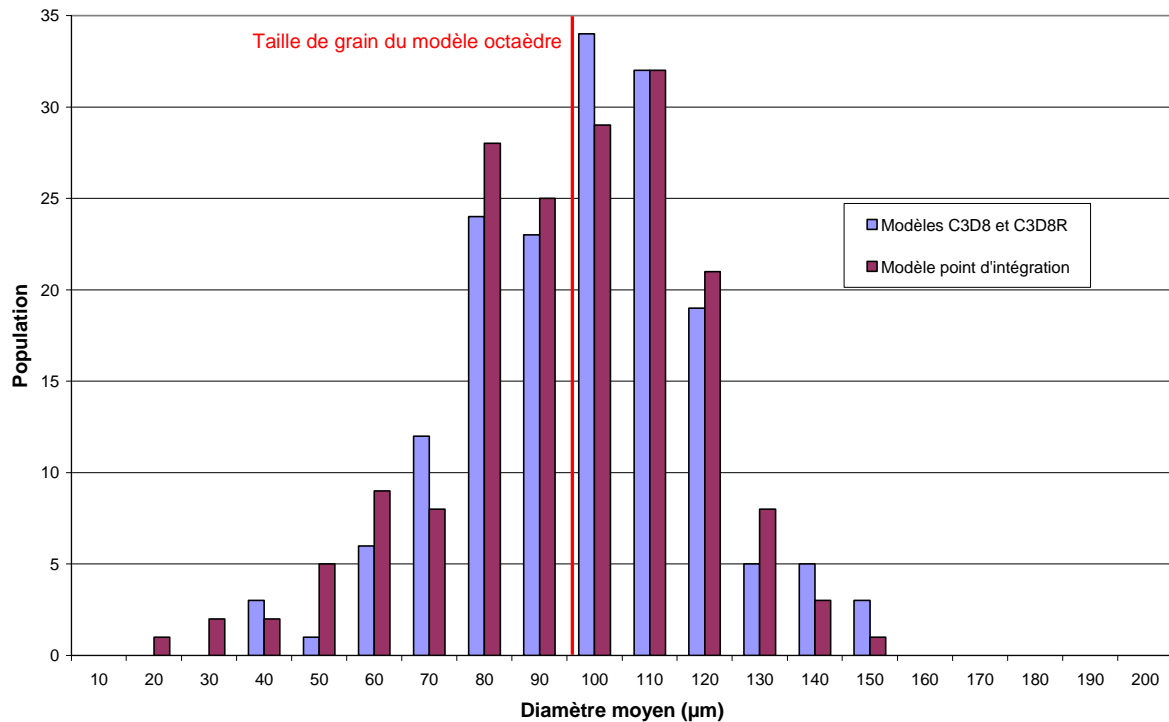


Figure 74 : Distribution de la taille des grains en fonction du modèle.

Le décalage de la distribution de la taille de grain du modèle *point d'intégration* vers des valeurs plus faibles est encore plus visible sur les courbes cumulées de la Figure 75.

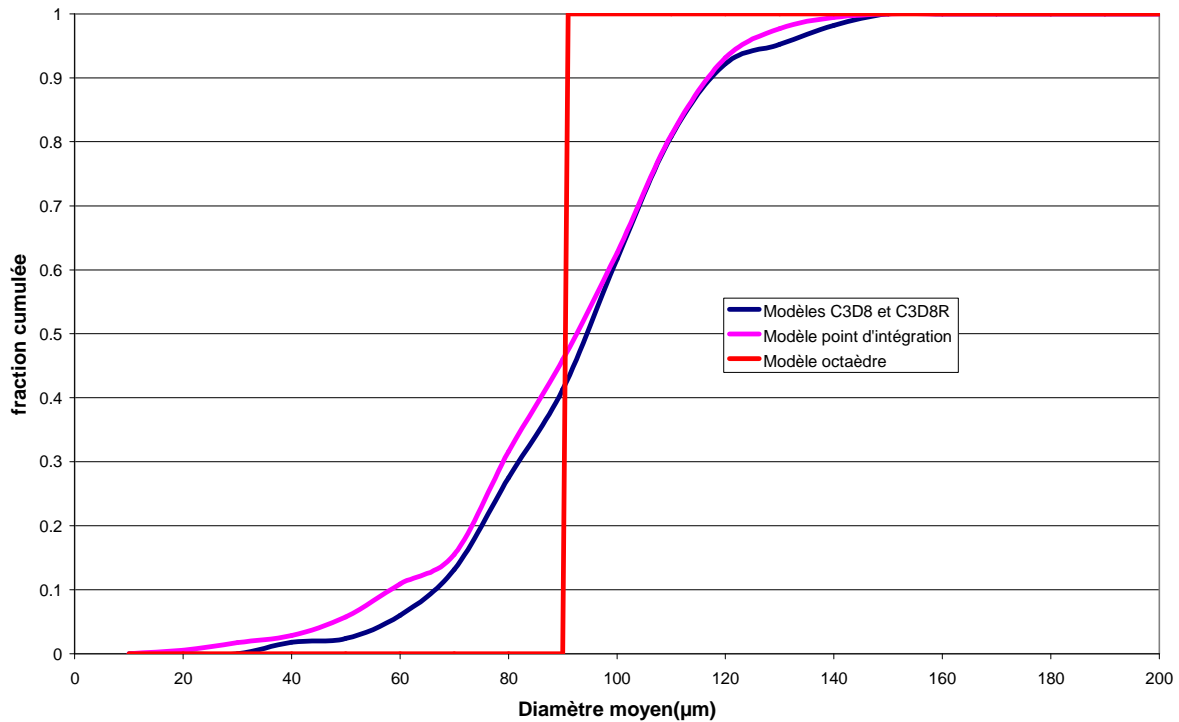


Figure 75 : Fraction cumulée de la taille de grain moyenne en fonction du modèle.

Finalement, bien que les modèles *C3D8* et *C3D8R* présentent une moins bonne aptitude à modéliser des microstructures comportant des petits grains, aucune différence notable n'est observée avec le modèle *point d'intégration* présentant pourtant une description des grains plus sophistiquée.

2.3.2. Etude du comportement global

Cette partie est consacrée à l'analyse de l'influence de la modélisation du grain sur le comportement global de la zone centrale de l'éprouvette.

Dans un premier temps, les réponses de la loi de comportement développée sont observées par le biais des courbes Force-Déplacement illustrées sur la Figure 76. La force correspond à la somme des réactions aux nœuds se trouvant sur la face arrière. Le déplacement est quand à lui calculé comme étant la différence des déplacements moyens des deux sections extrêmes de la zone centrale, et ne correspond donc pas exactement au déplacement imposé sur la face avant de l'éprouvette.

Ces courbes mettent en évidence le fait qu'après le premier quart de l'essai, une localisation importante des déformations s'installe, engendrant une chute rapide de la force de réaction. C'est à cet instant que des différences notables sont relevées entre les modèles. Le modèle *C3D8R* mettant en œuvre un nombre faible de points d'intégrations apparaît naturellement plus rigide. Le modèle *octaèdre* devrait présenter, lui aussi, une rigidité importante du fait de faible nombre de degrés de liberté constituant la structure. Or c'est ce modèle qui génère la localisation des déformations la plus prononcée. Cette anomalie est sans doute liée à une répartition des orientations des grains différente des autres cas. La localisation dans un grain étant fortement conditionnée par le comportement de son voisinage, il n'est pas étonnant d'obtenir un résultat foncièrement différent dans le cas du modèle *octaèdre* de ce point de vue. Les deux autres modèles, *C3D8* et *point d'intégration* présentent un comportement très proche y compris pendant la phase de localisation.

Remarque : Le nombre de degrés de liberté d'une structure correspond à la somme, sur tous les nœuds, des déplacements nodaux non contraints. En première approximation nous

pouvons considérer que le nombre de degrés de liberté de la structure est proportionnel au nombre de nœuds.

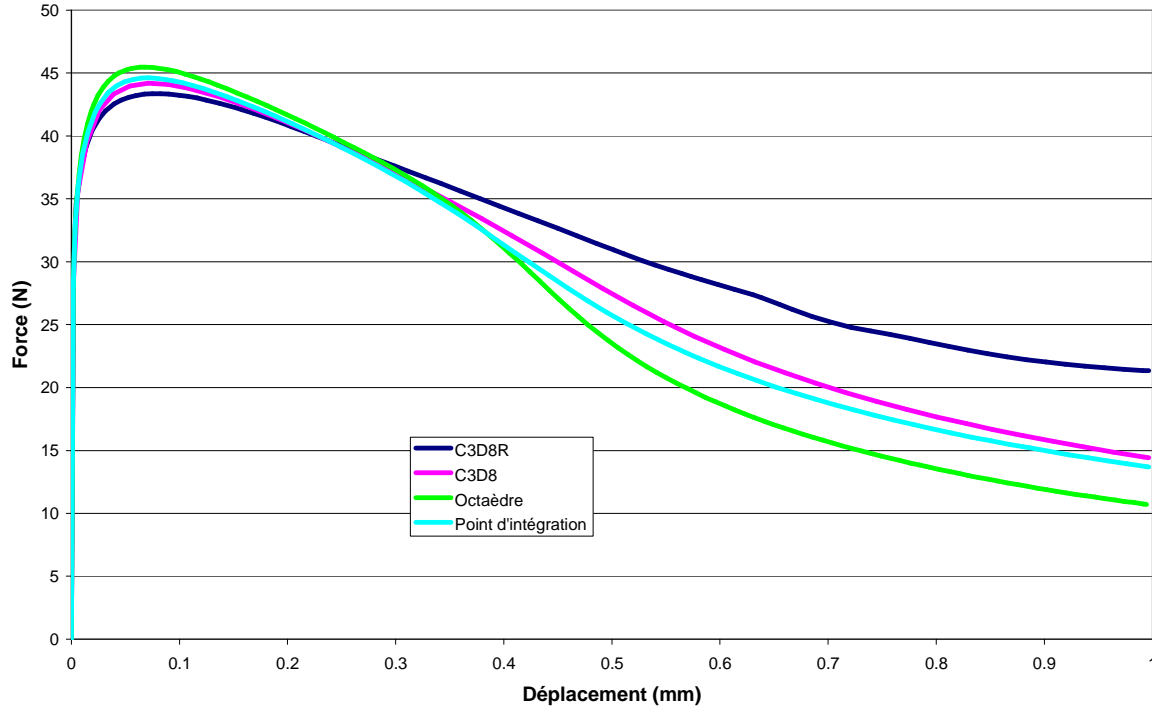


Figure 76 : Courbes Force-Déplacement en fonction du type de modélisation des grains.

Dans la suite de cette partie, les résultats sont obtenus en moyennant les valeurs obtenues au niveau de tous les points d'intégrations situés dans la partie centrale de l'éprouvette.

La Figure 77 donne l'évolution de la déformation plastique moyenne mesurée suivant la direction de traction. L'allure théorique de cette courbe est logarithmique puisque la relation qui relie le déplacement l (proportionnel au temps ici puisque nous pilotons en déplacement) est la déformation totale ε^t est :

$$\varepsilon^t = \ln \left(\frac{l(t)}{l_0} + 1 \right) \quad (3.1)$$

Dans le cas des grandes déformations, la déformation plastique peut être considérée comme égale à la déformation totale car la part de la déformation élastique devient négligeable.

La Figure 77 montre des comportements plastiques variables en fonction du modèle utilisé. En effet, tous les cas sont censés fournir la même réponse puisqu'ils utilisent les mêmes paramètres matériaux. Or, à partir de $t=0,35s$, nous observons une divergence des comportements qui, à notre avis, ne peut être provoqué que par l'apparition d'une localisation de la déformation. Cette différence de comportement plastique, en fonction du modèle, se retrouve également à partir de $t=0,35s$ sur la Figure 78 donnant l'évolution de la vitesse de déformation plastique en fonction du temps.

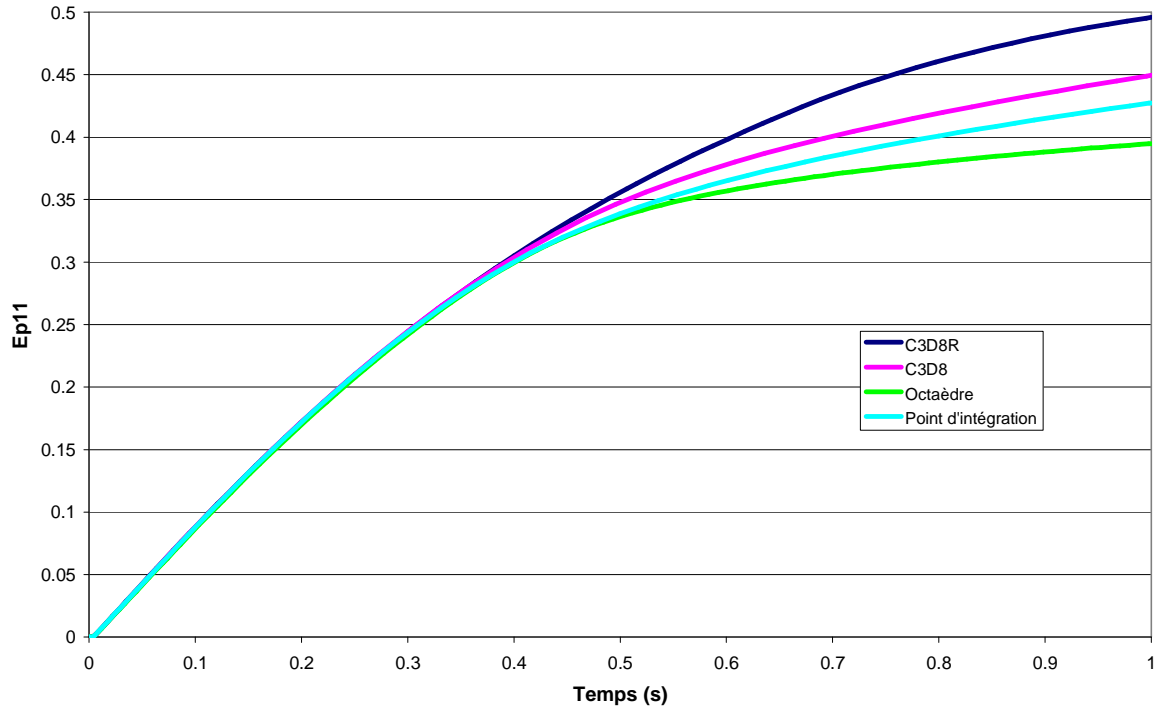


Figure 77 : Evolutions de la déformation plastique suivant la direction de traction en fonction du temps pour les différents types de modélisation des grains.

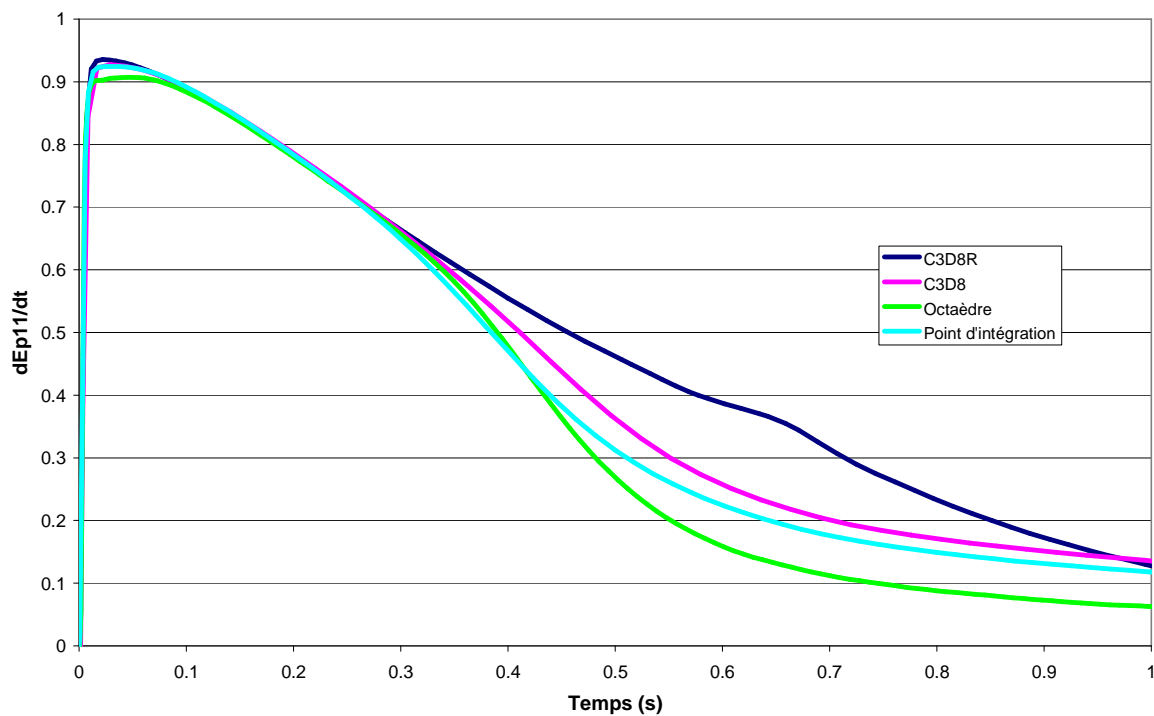


Figure 78 : Evolutions de la vitesse de déformation plastique suivant la direction de traction en fonction du temps pour les différents types de modélisation des grains.

La Figure 79 représente l'évolution du nombre de systèmes actifs. Un système de glissement est déclaré actif lorsque sa cission résolue est supérieure à sa cission critique. Le nombre moyen de systèmes actifs est de l'ordre de 8.

Remarque : Une analyse conduite sur plusieurs calculs des systèmes actifs et des vitesses de glissement qui leur sont associées, a mis en évidence que sur un total de 8, 4 systèmes sont clairement dominants. Le nombre de systèmes actifs dominants (appelés dans la suite majeurs) correspond en moyenne à la moitié de la totalité des systèmes actifs.

Cette figure ne met pas en évidence d'écart important entre les modèles. Seul le modèle plus rigide *C3D8R* génère une activité plastique légèrement supérieure aux trois autres. Ce modèle étant plus rigide de par son nombre réduit de degrés de liberté, il requiert l'activation de plus des systèmes que les autres afin d'accommoder la déformation. L'apparition de la localisation qui intervient à $t=0.3s$ modifie peu le nombre de systèmes actifs. En effet seul 1 système de moins en moyenne est activé à la fin de l'essai par rapport au maximum relevé dans la première partie.

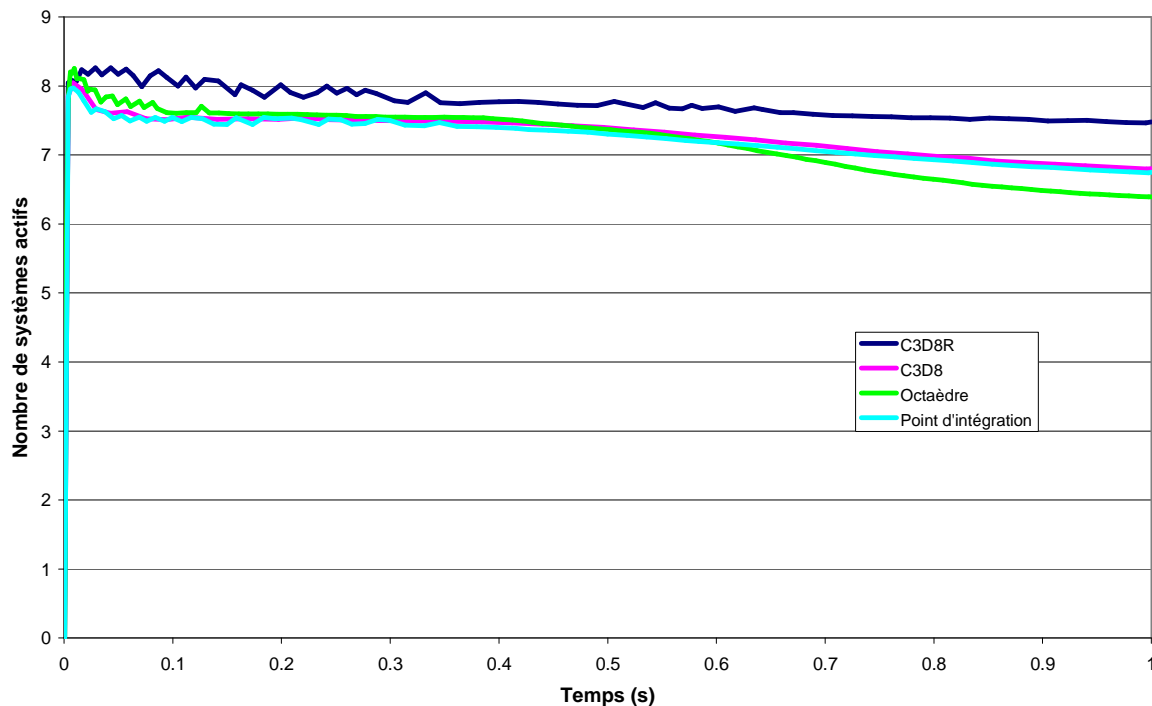


Figure 79 : Evolutions du nombre de systèmes actifs moyens en fonction du temps pour les différents types de modélisation des grains.

Synthèse: Les deux modèles *C3D8* et *point d'intégration*, très proches du point de vue de la modélisation, présentent un comportement relativement similaire. Toutes les informations tirées des Figure 76 à Figure 79 montrent que le modèle *C3D8R* est plus rigide que les deux précédents et que le modèle *octaèdre* provoque une localisation plus prononcée. Cependant, tant que la déformation plastique moyenne n'excède pas 30%, les 4 modèles présentent un comportement quasi-identique.

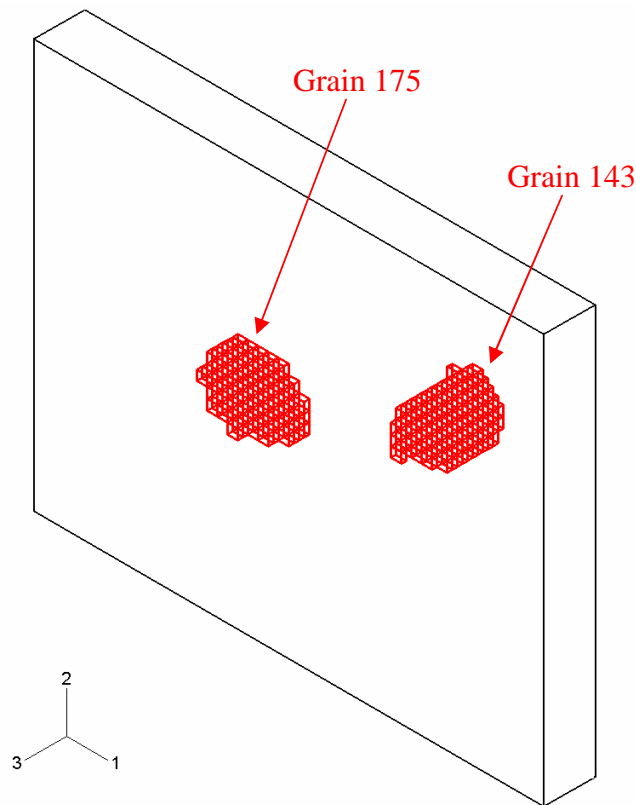
2.3.3. Etude du comportement individuel des grains

Il serait trop fastidieux d'étudier chacun des 200 grains constituant la partie centrale de l'éprouvette. Notre démarche a consisté à sélectionner deux grains dont les comportements sont assez différents. Les caractéristiques complètes de ces deux grains sont données dans le Tableau 6.

N°grain	143	175
$\phi 1$ (radians)	1.04	1.18
ϕ (radians)	2.40	2.94
$\phi 2$ (radians)	1.57	0.12
Nombre d'éléments (modèles C3D8 et C3D8R)	29	19
Nombre d'éléments (modèle octaèdre)	5	5
Nombre de points de Gauss (modèle C3D8)	232	152
Nombre de points de Gauss (modèle point d'intégration)	215	179
Diamètre en μm (modèles C3D8 et C3D8R)	121	105
Diamètre en μm (modèle point d'intégration)	118	111
Diamètre en μm (modèle octaèdre)	91	79

Tableau 6 : Caractéristiques des grains 143 et 175.

Les grains n°143 et n°175 sont représentés au sein de la partie centrale de l'éprouvette sur la Figure 80 dans le cas du modèle *point d'intégration* et sur la Figure 81 dans le cas du modèle *octaèdre*.

Figure 80 : Position et morphologie des grains 143 et 175 dans les cas du modèle *point d'intégration*.

Remarque : A la différence de résolution près, la position et la morphologie de ces grains sont identiques dans les cas des modèles *point d'intégration*, *C3D8* et *C3D8R*.

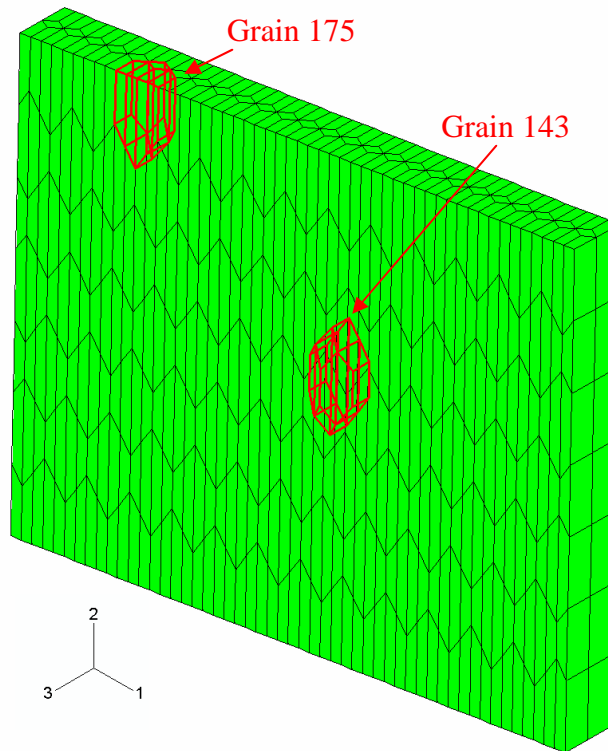


Figure 81 : Position et morphologie des grains 143 et 175 dans le cas de la modélisation octaèdre.

Les Figure 82 à Figure 84 permettent de comparer l'influence de la modélisation sur le comportement individuel des deux grains 143 et 175. Sur ces figures, les valeurs représentées sont obtenues en réalisant la moyenne sur tous les points d'intégration composant le grain.

Pour mener à bien l'analyse, il est important de rappeler que dans le cas de la modélisation *octaèdre* ces deux grains n'ont pas la même position et surtout pas les mêmes grains voisins que dans les 3 autres cas. Cette différence se répercute de façon très marquée sur les trois figures. Ce résultat illustre l'influence du voisinage d'un grain sur sa réponse mécanique. Cette influence semble être de la même importance voire supérieure à celle de l'orientation du grain, comme c'est le cas ici. Ceci nous permet de mettre en évidence que plus que l'orientation d'un grain ou encore la façon dont il est modélisé, ce sont ses interactions avec les grains adjacents qui vont conditionner son comportement.

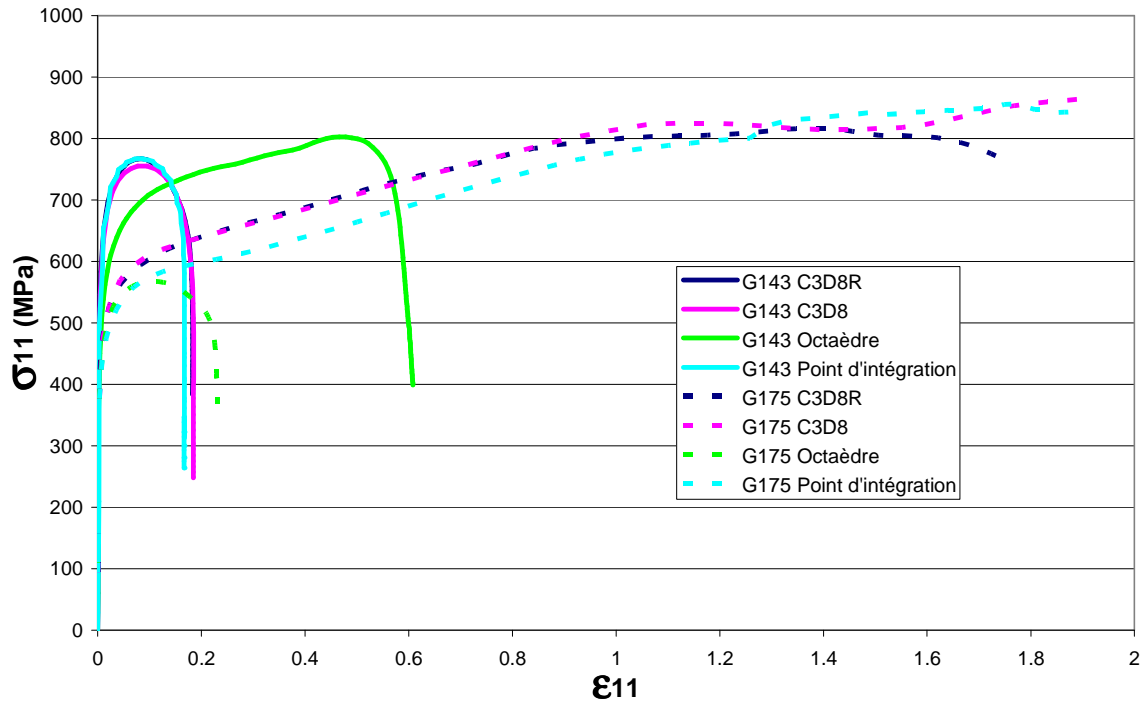


Figure 82 : Courbes Contrainte-Déformation dans la direction de traction des grains 143 et 175 en fonction du type de modélisation des grains.

Comme l'illustrent les Figure 83 et Figure 84, le grain 175 se situe dans la zone de localisation de la déformation dans le cas des modèles *C3D8*, *C3D8R* et *point d'intégration*. Pour ce grain, le modèle *C3D8R* se démarque à nouveau légèrement des deux autres. Par contre pour le grain 143, les 3 modèles sont en accord quasi-parfait, que ce soit en termes de déformation plastique ou en termes de nombre de systèmes actifs. Il est important de noter que dès le début de la déformation, le grain 175 présente une activité plastique plus intense que le grain 143. Ceci signifie que ce dernier se trouve dans une configuration initiale (orientation et voisinage) beaucoup moins encline à la déformation.

L'analyse du modèle *octaèdre* nous apporte des informations complémentaires importantes. En effet, la Figure 83 met en évidence que, dans ce modèle, les 2 grains ont une déformation plastique radicalement différente de celles observées dans les 3 autres cas. Or, la Figure 84 montre que l'évolution du nombre de systèmes actifs est quand à elle similaire pour les 4 modèles. Les grains portant le même numéro ayant la même orientation cristallographique dans les 4 modèles, il est alors possible d'affirmer que le nombre de systèmes actifs est intimement lié à l'orientation du grain, alors que l'amplitude de la déformation plastique d'un grain est quant à elle essentiellement liée au voisinage.

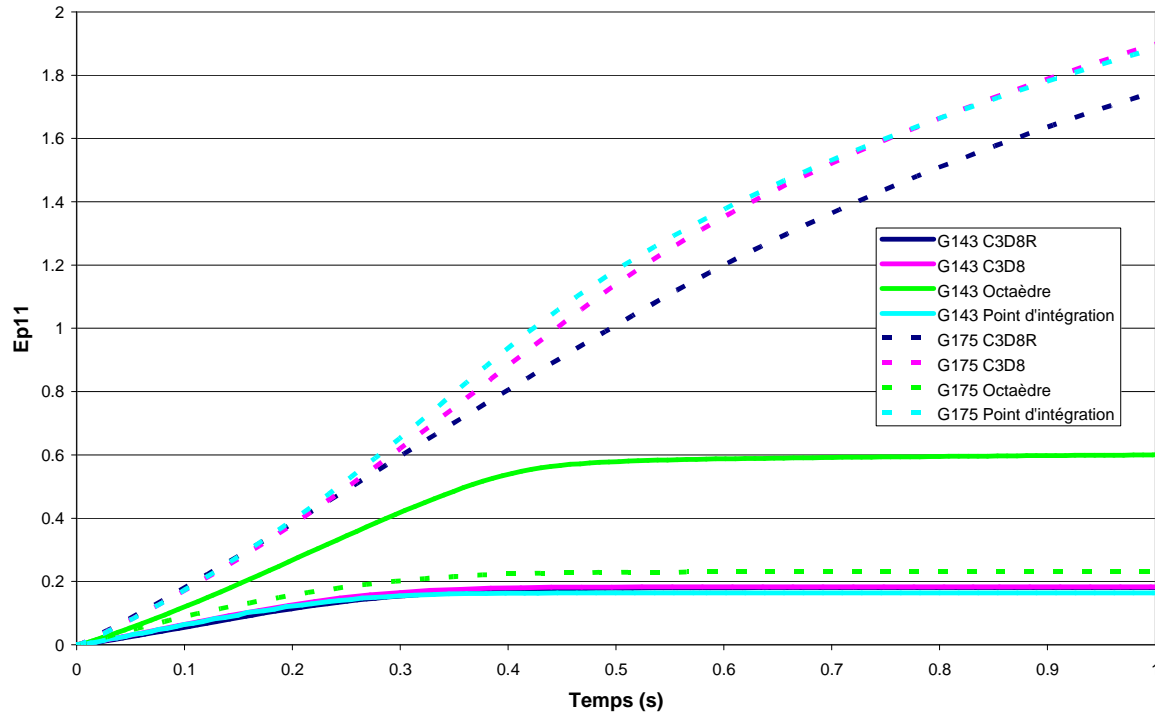


Figure 83 : Evolutions de la déformation plastique dans la direction de traction en fonction du temps pour les grains 143 et 175 et pour les différents types de modélisation des grains.

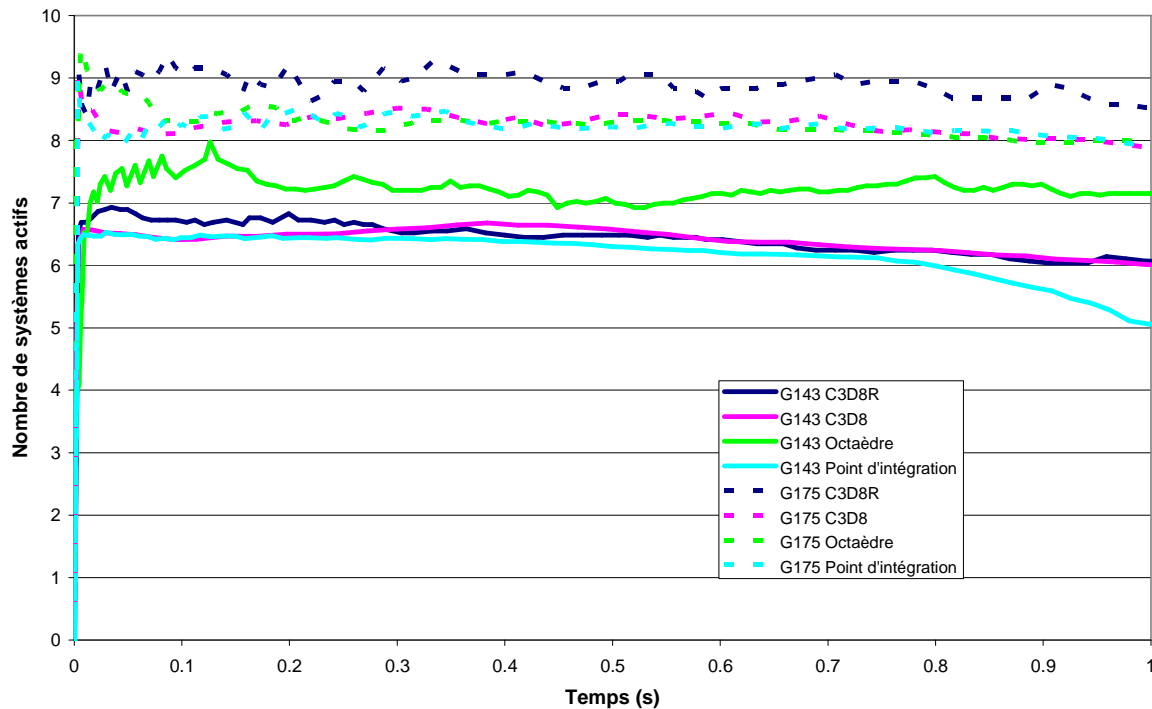


Figure 84 : Evolutions du nombre de systèmes actifs en fonction du temps pour les grains 143 et 175 et pour les différents types de modélisation des grains.

Synthèse: Lorsque nous nous focalisons sur le comportement individuel des grains, l'approche mise en œuvre dans ce travail présente un intérêt indéniable, comme le démontre les résultats développés dans cette partie. La loi monocristalline donne accès aux grandeurs moyennes au niveau du grain mais aussi, nous le développerons plus loin dans le chapitre 4,

aux variations intragranulaires de ces mêmes valeurs. La limite de la résolution spatiale est dans notre cas imposée par la finesse du maillage des grains.

L'influence sur les grains du type de modélisation utilisée est similaire à celle observée lors de l'analyse du comportement global.

2.3.4. Etude du temps CPU

Le système sur lequel les calculs ont été réalisés a les caractéristiques suivantes :

- Type : PC portable Dell® 5150,
- Système d'exploitation : Windows® XP version 32 bits,
- Processeur : Intel® Pentium® 4^{HT} mobile cadencé à 3,06 GHz (maximum 50% du processeur alloué par processus),
- Mémoire vive : 1Go.

Les temps d'occupation du processeur (temps CPU) pour mener à leur terme les différents calculs sont reportés dans le Tableau 7.

Type de modèle	Octaèdre	C3D8R	C3D8	Point d'intégration
Nombre de points d'intégration total dans l'éprouvette	8400	5100	40800	40800
Temps CPU	1h35min	3h16min	13h11	8h47min
Nombre de pas de temps total	1263	1586	1647	1503
Temps CPU (s) / nombre de points total	0.67	2.31	1.16	0.77

Tableau 7 : Temps d'occupation processeur en fonction des différents modèles.

Afin de faciliter la comparaison des modèles, le temps CPU est divisé par le nombre de points d'intégration total du modèle (partie centrale + les 2 extensions). Ce ratio peut être considéré comme fiable, en partant du principe que la part du temps de calcul consommée pour la résolution du problème du point de vue de la méthode des éléments finis est négligeable par rapport à la part consommée par l'exécution de la subroutine UMAT MVP.for.

Deux conclusions majeures peuvent être tirées de ces chiffres :

- Le modèle *octaèdre* paraît fournir le meilleur compromis, contrairement au modèle mettant en œuvre des éléments à intégration réduite.
- Les deux autres modèles, qui en théorie sont très proches, ne procurent pas les mêmes performances. En effet, la résolution du problème fondé sur le modèle *point d'intégration* est 30% plus rapide que le modèle *C3D8*.

L'analyse de la rapidité de résolution n'est évidemment pas autosuffisante car la précision et la qualité des résultats obtenus doivent être prises en compte.

Dans le Tableau 7, le nombre de pas de temps total utilisés par ABAQUS® pour converger vers la solution est également fourni. Ces valeurs peuvent paraître a priori importantes, mais elles sont justifiées par le fait que la déformation totale se trouve très rapidement concentrée dans quelques grains de la structure engendrant des déformations locales de plusieurs centaines de pourcents. Seul le modèle *octaèdre* est sensiblement plus efficace puisqu'il utilise environ 20% de pas temps de moins que les trois autres modèles. Cette information explique entre autres le faible temps CPU total obtenu dans ce cas.

2.3.5. Conclusion

Les critères analysés précédemment permettent de conclure que le modèle *point d'intégration* présente le meilleur compromis. En effet il permet une modélisation fidèle de la microstructure, qui se répercute sur la qualité des résultats obtenus du point de vue global

mais surtout à l'échelle granulaire. De plus ce modèle s'avère 30% plus rapide que le modèle *C3D8* qui présente une précision quasi-équivalente. Par conséquent, pour la suite de l'analyse comparative, seul le modèle *point d'intégration* sera mis en œuvre.

Remarque : Les modèles *octaèdre* et *C3D8R* ne permettent pas d'atteindre une précision des résultats suffisante lorsque la population de grains est faible. Cependant ces approches peuvent devenir performantes lorsque le calcul concerne une structure de taille relativement importante, auquel cas le manque de précision de ces méthodes se trouve masqué par l'augmentation de la statistique. De plus, lorsque le nombre de grains à modéliser devient grand, seuls ces deux modèles autorisent des temps de calcul acceptables.

2.4. Analyse de la sensibilité à l'incrément de vitesse de glissement de référence

Dans cette partie, nous nous attachons à l'analyse de l'influence de l'incrément de vitesse de glissement de référence $\Delta\gamma_o$. Nous rappelons que la loi d'écoulement numéro 2, utilisée pour cette analyse comparative, relie la vitesse de glissement d'un système à la cission critique de ce même système de la façon suivante :

$$\gamma^g = \gamma_o^g \left(\frac{\tau^g - \tau_c^g}{\tau_c^g} \right)^m \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (3.2)$$

s'écrivant sous forme incrémentale :

$$\Delta\gamma^g = \Delta\gamma_o^g \left(\frac{\tau^g - \tau_c^g}{\tau_c^g} \right)^m \quad \forall g \in \mathcal{A} \quad (3.3)$$

Deux simulations viennent s'ajouter à celle réalisée précédemment dans laquelle la valeur de l'incrément de vitesse de glissement de référence était fixée à 10^{-5} . Les valeurs de l'incrément de vitesse de glissement de référence utilisées dans ces deux cas sont choisies respectivement à $0.5 \cdot 10^{-5}$ et $2 \cdot 10^{-5}$.

La même approche que dans l'étude précédente est adoptée. Dans un premier temps, nous observons l'influence à l'échelle globale, pour ensuite analyser le comportement individuel des grains.

2.4.1. Etude du comportement global

La réponse globale de la partie centrale de l'éprouvette est représentée sur la Figure 85. La force de réaction aux nœuds de la face arrière de l'éprouvette est tracée en fonction du déplacement relatif des deux faces extrêmes de la partie centrale. La variation de l'incrément de vitesse de glissement de référence opère un décalage des courbes dans la direction de l'axe des ordonnées. Pour un déplacement imposé, la force de réaction diminue avec l'augmentation de l'incrément de vitesse de glissement de référence. La plage de variation de ce coefficient choisie ne provoque pas une importante modification du comportement. En effet, lorsque l'incrément de vitesse de glissement de référence est multiplié par 4, la force pour un déplacement imposé diminue d'à peine 15%.

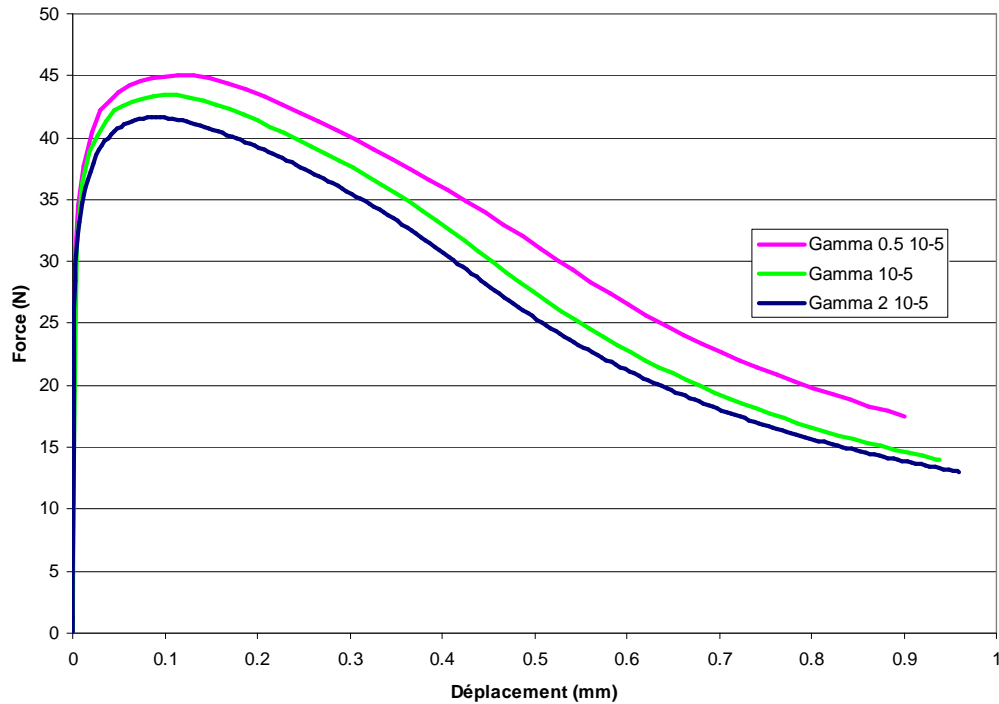


Figure 85 : Courbes Force-Déplacement pour différentes valeurs de $\Delta\gamma_o$.

L'accroissement de $\Delta\gamma_o$ induit un glissement plastique plus rapide. Pour un même chargement, la déformation plastique augmente avec $\Delta\gamma_o$ comme l'illustre la Figure 86. Cette remarque est valable jusqu'à ce que la localisation de la déformation apparaisse. En effet, l'instant de début de la localisation est fortement influencé par la valeur de $\Delta\gamma_o$ comme le démontre la Figure 87. Sur cette figure, le début de la localisation correspond au moment où la vitesse de déformation plastique diminue. La décharge de la structure induite par le phénomène de localisation qui n'a pas lieu au même moment explique que les courbes de la Figure 86 se croisent.

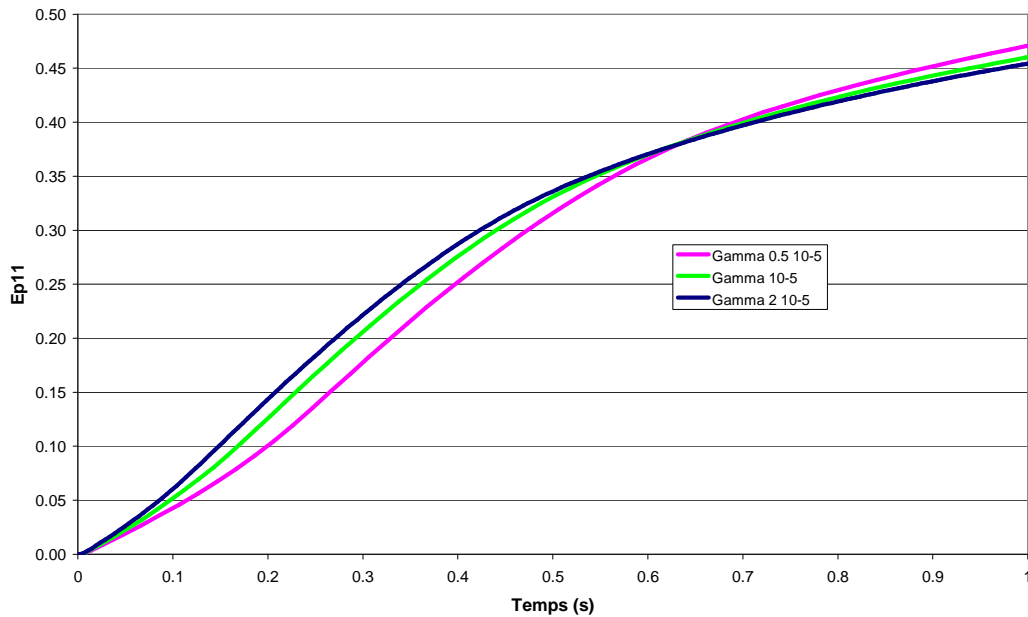


Figure 86 : Evolutions de la déformation plastique suivant la direction de traction en fonction du temps pour différentes valeurs de $\Delta\gamma_o$.

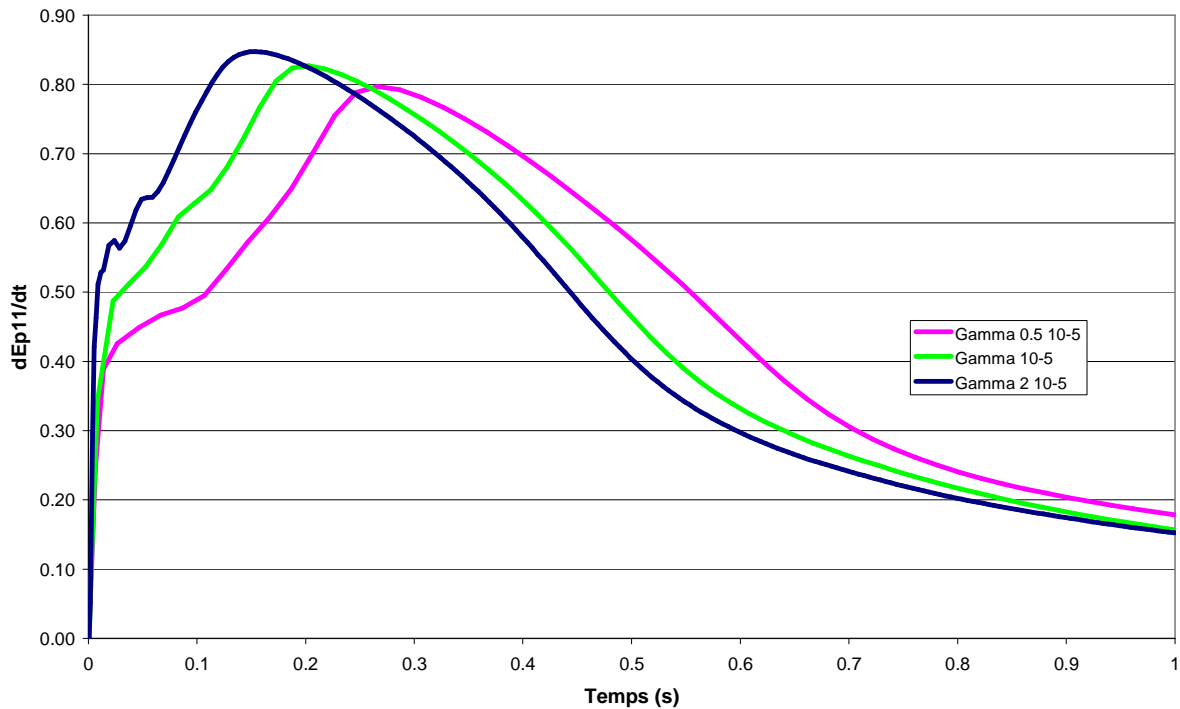


Figure 87 : Evolutions de la vitesse de déformation plastique suivant la direction de traction en fonction du temps pour différentes valeurs de $\Delta\gamma_o$.

Une influence relativement faible de $\Delta\gamma_o$ sur le nombre moyen de systèmes actifs est représentée sur la Figure 88. Bien que limitée, l'influence du paramètre est correcte. En effet, dans un grain, plus le glissement est ralenti (par la diminution de $\Delta\gamma_o$), plus le nombre de systèmes de glissement actifs doit être important afin d'accommoder les déformations de ce grain avec son voisinage.

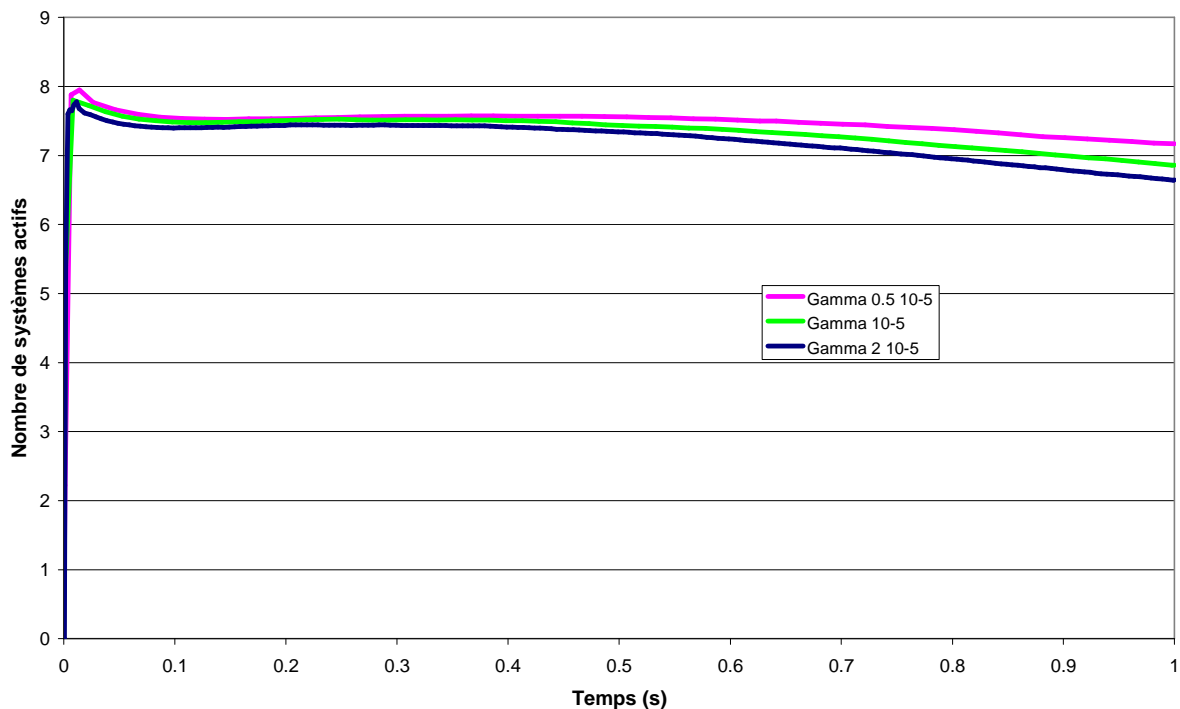


Figure 88 : Evolutions du nombre de systèmes actifs en fonction du temps pour différentes valeurs de $\Delta\gamma_o$.

La loi de comportement développée réagit correctement aux variations de $\Delta\gamma_o$, cependant son influence semble réduite. Sa contribution dans le calcul de la vitesse de glissement se trouve en réalité masquée par le second coefficient de l'équation (3.2), noté m , dont l'influence sera investiguée par la suite.

2.4.2. Etude du comportement individuel des grains

Le comportement individuel des grains doit, en toute logique, suivre la tendance observée dans le paragraphe 2.4.1. La Figure 89 représentant la réponse en contrainte-déformation des grains 143 et 175 permet d'aller dans ce sens puisque l'influence de $\Delta\gamma_o$ reste limitée dans la plage de variation utilisée et que son augmentation conduit à un assouplissement du comportement des grains 143 et 175.

Remarque : toutes les valeurs représentées sur les Figure 89 à Figure 91 sont obtenues en réalisant la moyenne sur tous les points d'intégration du grain considéré.

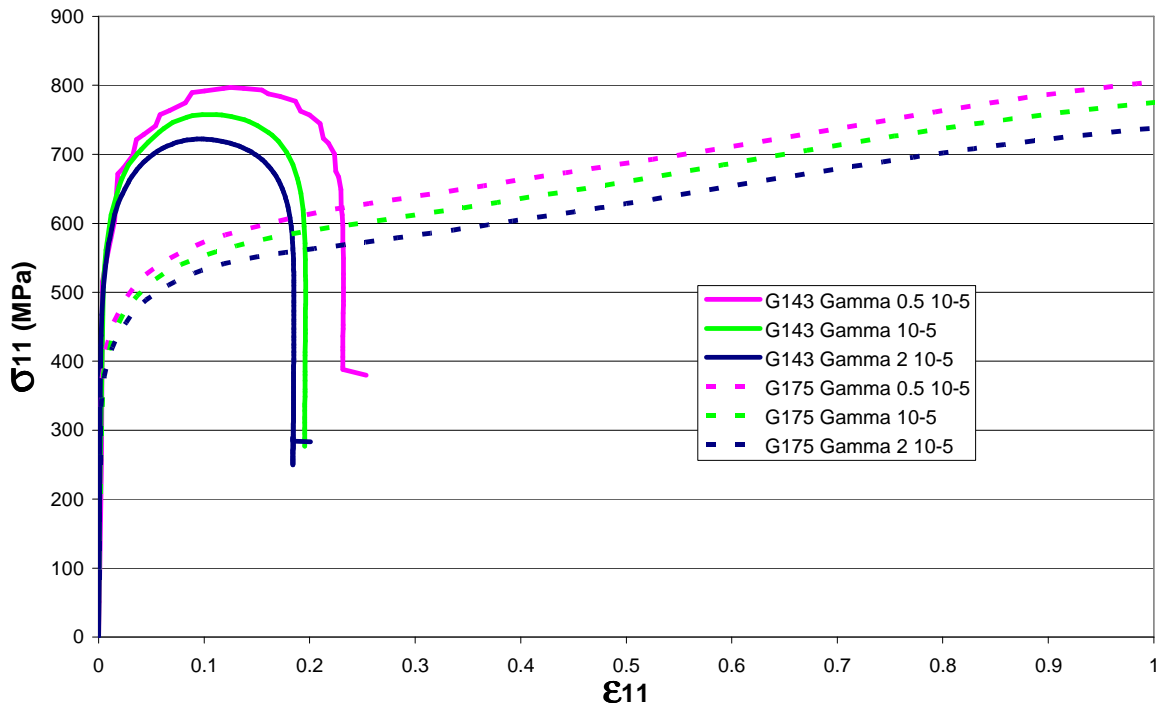


Figure 89 : Courbes Contrainte-Déformation dans la direction de traction des grains 143 et 175 pour différentes valeurs de $\Delta\gamma_o$.

La Figure 90 permet d'illustrer que le coefficient $\Delta\gamma_o$ devient actif lorsque les déformations sont importantes. Le grain 143 qui se déforme peu, réagit de manière quasi-similaire quelque soit la valeur de $\Delta\gamma_o$. Par contre, le grain 175 qui subit des déformations plus importantes voit son comportement largement dépendant de ce même paramètre.

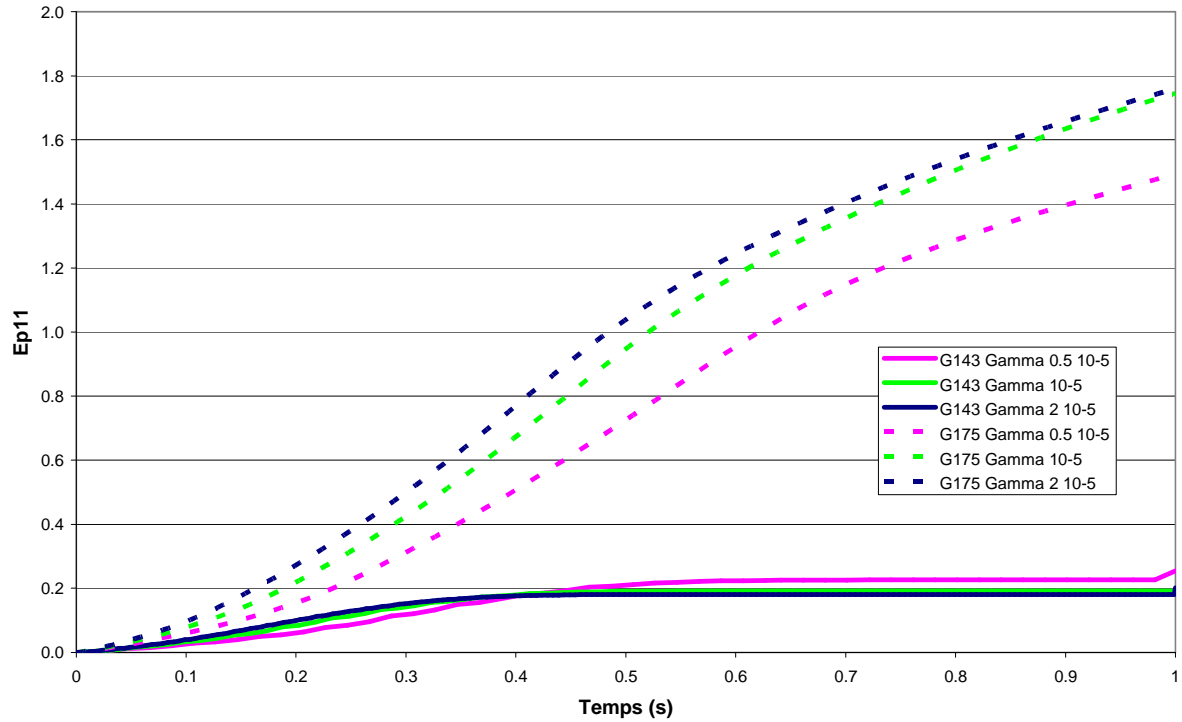


Figure 90 : Evolutions de la déformation plastique suivant la direction de traction en fonction du temps pour les grains 143 et 175 pour différentes valeurs de $\Delta\gamma_o$.

Au niveau granulaire, l'influence de l'incrément de vitesse de glissement de référence sur le nombre de systèmes actifs ne peut être évaluée sur la Figure 91. Les courbes sont trop proches pour permettre une analyse fiable. Une variation plus étendue de $\Delta\gamma_o$ devrait être envisagée pour espérer statuer sur ce point.

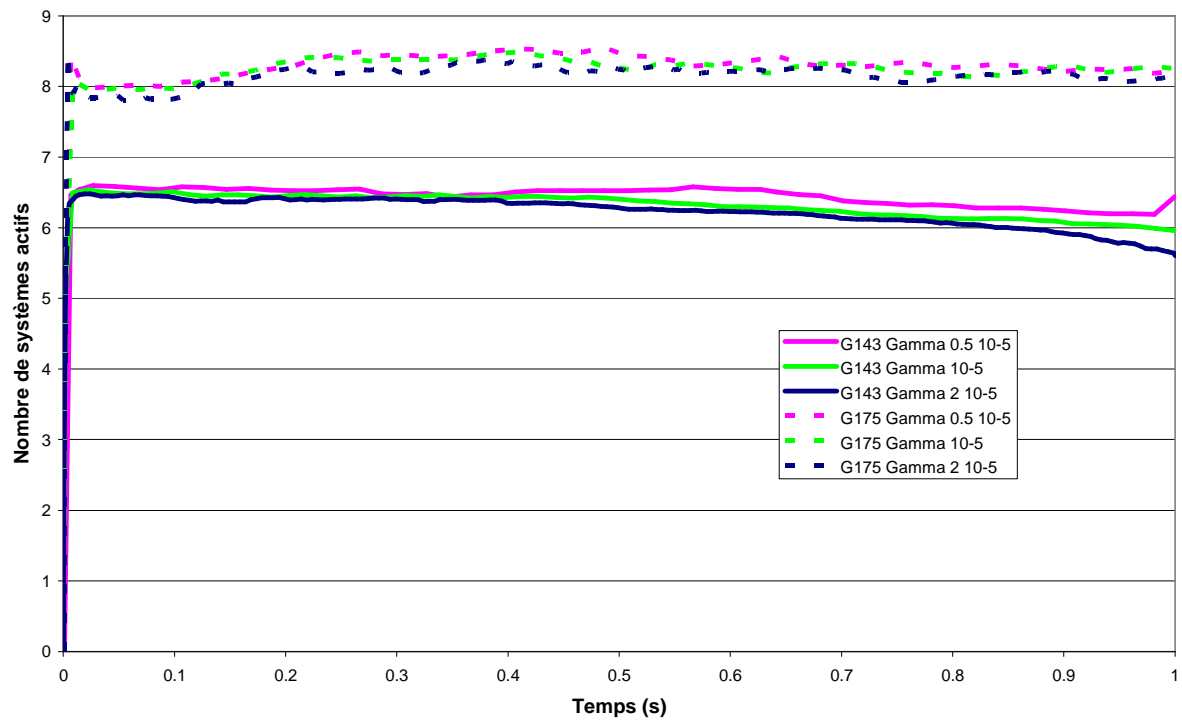


Figure 91 : Evolutions du nombre de systèmes actifs en fonction du temps pour les grains 143 et 175 pour différentes valeurs de $\Delta\gamma_o$.

Synthèse : De façon générale, le paramètre $\Delta\gamma_o$ semble avoir une influence limitée sur le comportement du matériau, tant que les déformations sont inférieures à 0.5. Cette remarque est valable à l'échelle de l'éprouvette ainsi qu'à l'échelle granulaire. Dans le cas où les déformations sont importantes, le paramètre devient plus influent et joue son rôle correctement, malgré la faible étendue des valeurs de $\Delta\gamma_o$ étudiées ici.

2.5. Analyse de l'influence du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation

Nous étudions maintenant la sensibilité de la loi de comportement au deuxième paramètre lié à la viscosité du matériau : l'exposant m . De part sa position dans la loi d'écoulement (3.2), nous pouvons nous attendre à ce que l'influence de ce coefficient soit supérieure à celle obtenue précédemment avec $\Delta\gamma_o$. Avant d'aborder l'analyse, rappelons que par définition l'exposant m est compris entre 0 (matériau insensible à la vitesse de déformation) et 1 (matériau très sensible à la vitesse de déformation).

2.5.1. Etude du comportement global

Cette partie est consacrée à l'étude du comportement global de la partie centrale de l'éprouvette.

Nous remarquons sur la Figure 92 que, pour une vitesse de déformation quasi-identique, l'effort résultant est fortement influencé par la valeur du coefficient m . L'évolution s'effectue dans le sens attendu, c'est-à-dire que lorsque m se rapproche de 0, le matériau devient moins sensible à la vitesse de déformation et par conséquent s'assouplit. Un doublement de la valeur de m conduit à une augmentation de près de 90% de l'effort résultant. La relation n'est évidemment pas linéaire, comme nous pouvons le constater.

La Figure 92 montre également que la valeur de m joue un rôle sur la limite élastique apparente du matériau. Cette limite élastique apparente qui est 2 à 3 fois plus élevée que la limite élastique théorique, est induite par l'augmentation de la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation, qui a pour effet de générer lors des premiers instants de plastification une contrainte visqueuse importante.

Remarque : sur la Figure 92 la force est obtenue en sommant les réactions aux nœuds de la surface bloquée de l'éprouvette. La valeur de déplacement correspond au déplacement imposé. Sur la Figure 93 le nombre de systèmes actifs est calculé en moyenne sur tous les points d'intégration de la partie centrale de l'éprouvette.

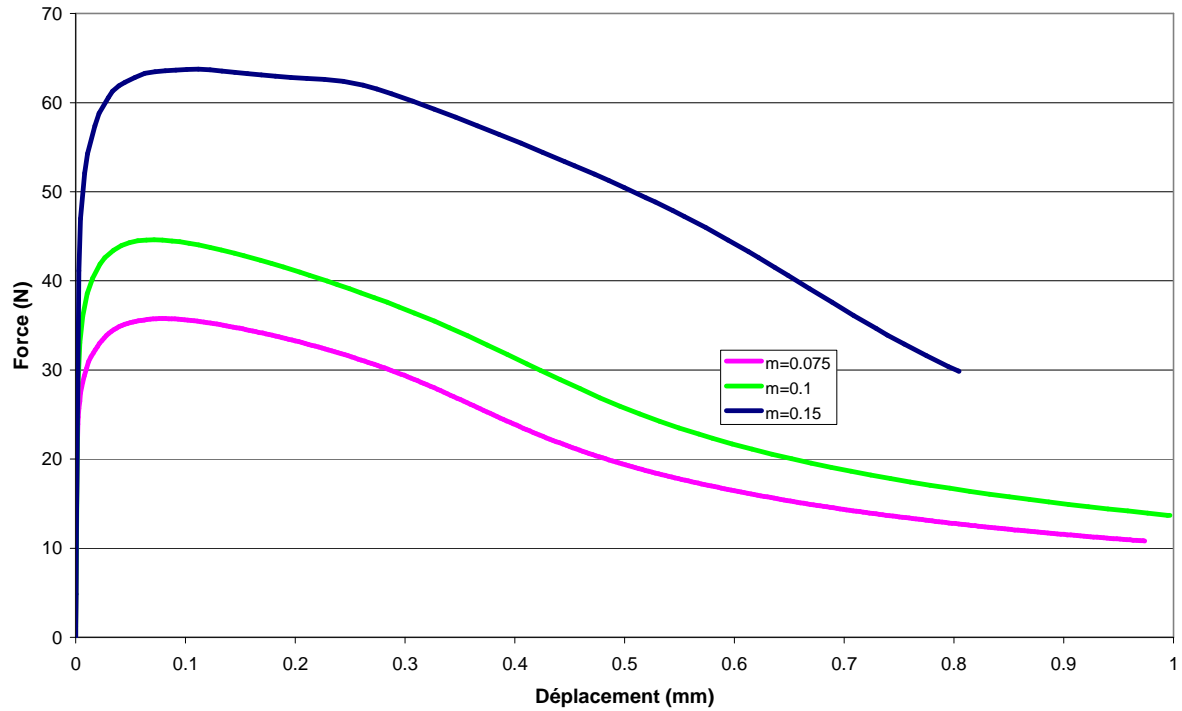


Figure 92 : Courbes Force-Déplacement pour différentes valeurs de m .

L'augmentation de la contrainte visqueuse engendre également un accroissement important du nombre de systèmes de glissement actifs comme l'illustre la Figure 93. Nous observons sur ces courbes que ce phénomène est visible dès le début de la déformation.

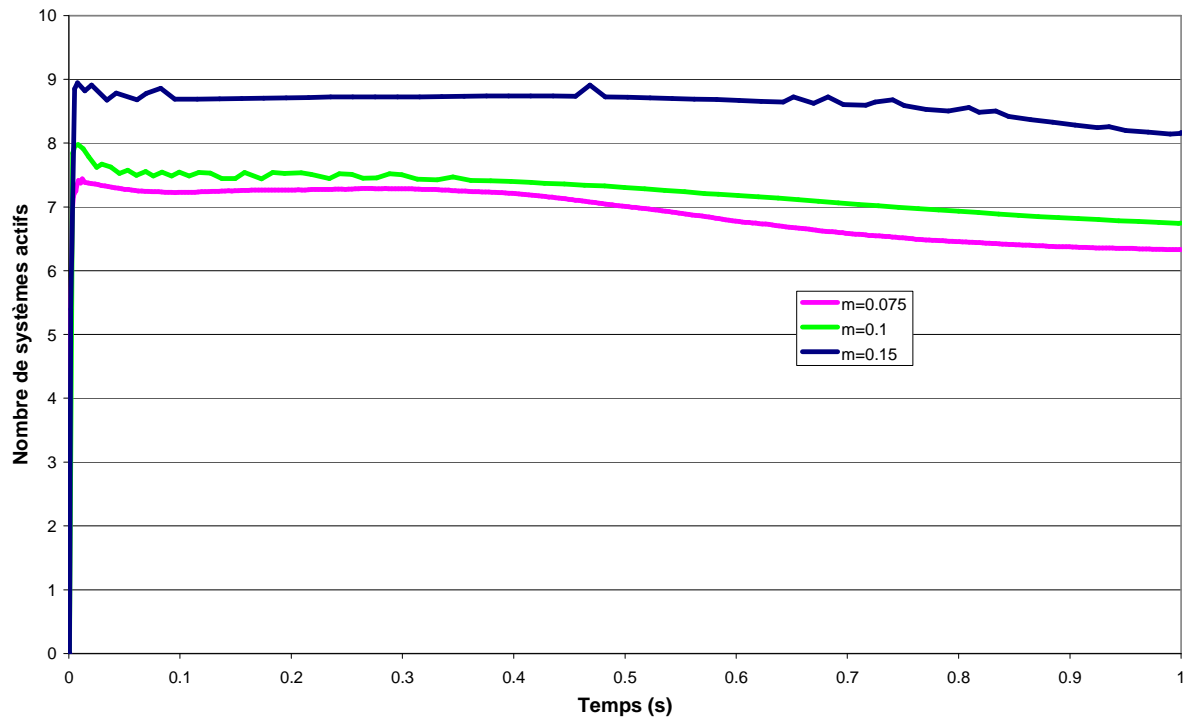


Figure 93 : Evolutions du nombre de systèmes actifs en fonction du temps pour différentes valeurs de m .

2.5.2. Etude du comportement individuel des grains

La variation de l'exposant m engendre exactement les mêmes tendances sur le comportement individuel des grains que sur le comportement global. Bien que les grandeurs représentées ne soient pas les mêmes, la Figure 94 montre les mêmes évolutions et dans les mêmes proportions que la Figure 92. De même, l'évolution du nombre de systèmes actifs représentés sur la Figure 95 présente une allure similaire à celle de la Figure 93.

Remarque : sur les Figure 94 à Figure 96 les valeurs représentées sont obtenues en réalisant la moyenne sur tous les points d'intégration du grain considéré.

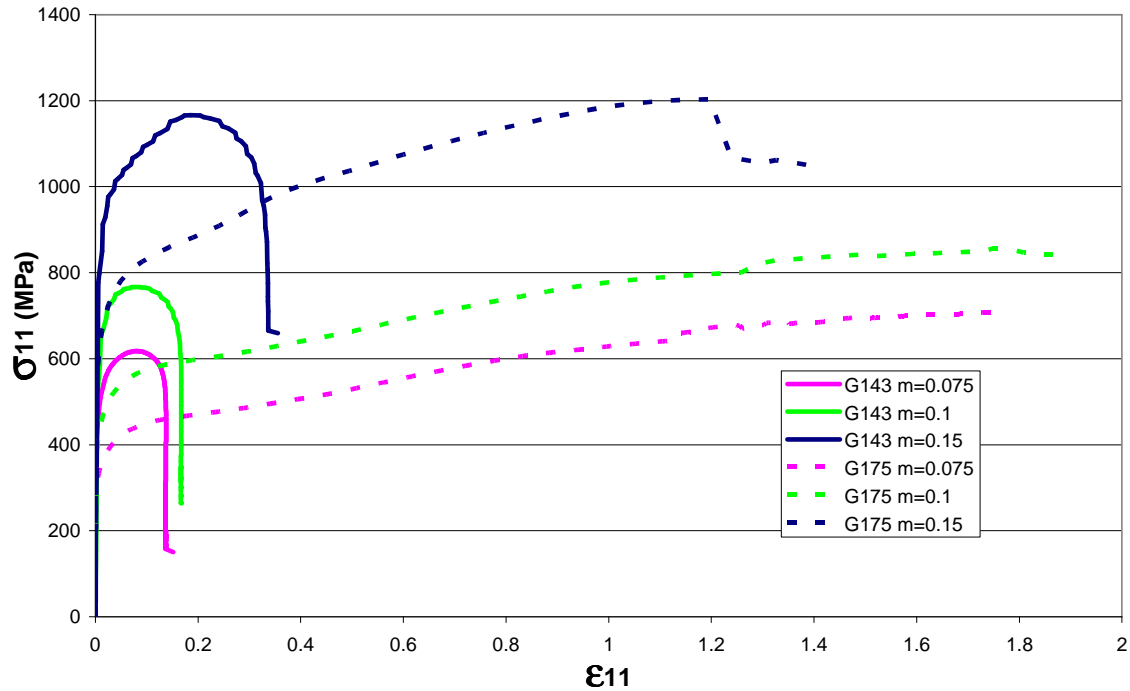


Figure 94 : Courbes Contrainte-Déformation dans la direction de traction des grains 143 et 175 pour différentes valeurs de m .

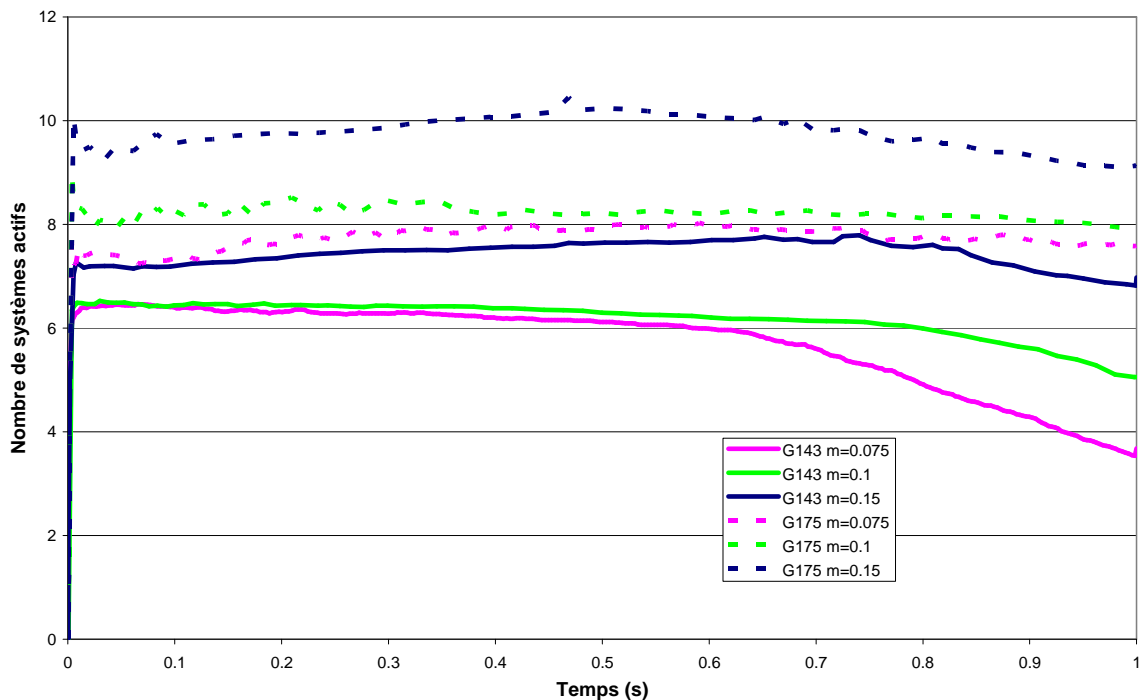


Figure 95 : Evolutions du nombre de systèmes actifs en fonction du temps pour les grains 143 et 175 pour différentes valeurs de m .

L'observation de l'évolution de la déformation plastique présentée sur la Figure 96 pose plus de questions. En effet, la variation du coefficient m ne provoque pas simplement un décalage des courbes comme nous l'avons observé jusqu'alors. C'est surtout le résultat obtenu par la valeur de $m=0,15$ qui peut paraître étonnant puisque, pour les deux grains étudiés, la courbe obtenue dans ce cas croise les autres courbes. Ceci démontre qu'à cette échelle, la réponse d'un grain ne suit pas la réponse globale, en particulier, à cause des interactions avec son voisinage.

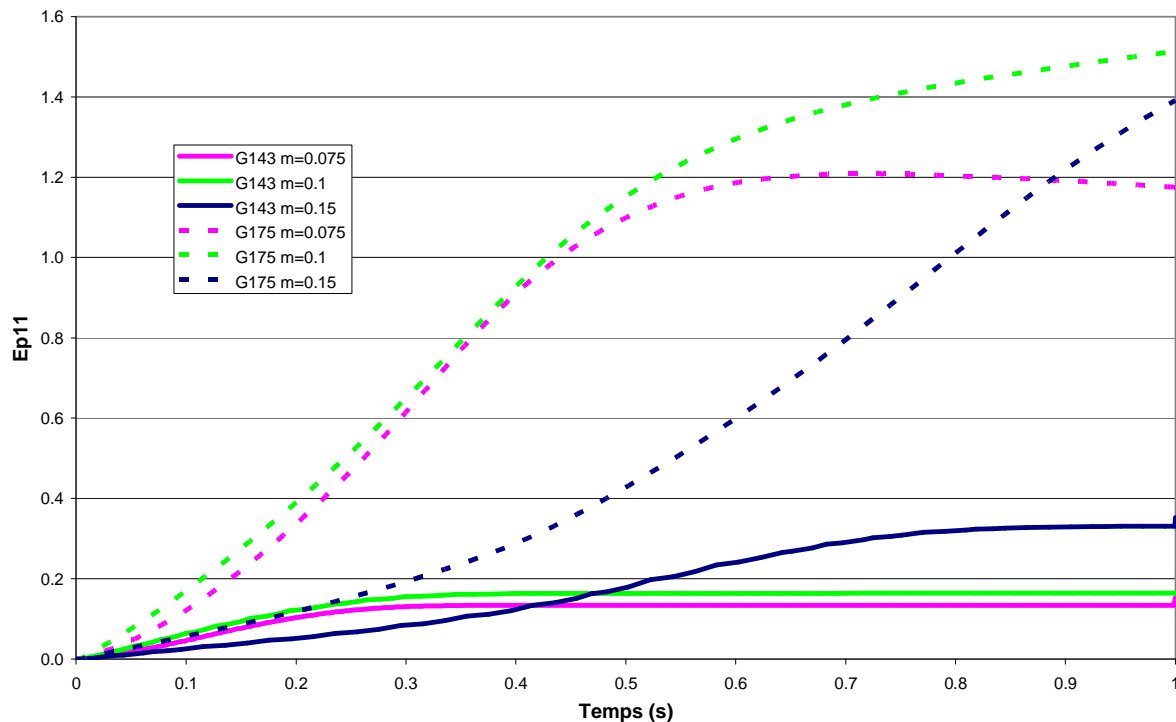


Figure 96 : Evolutions de la déformation plastique suivant la direction de traction en fonction du temps pour les grains 143 et 175 pour différentes valeurs de m .

Synthèse : Le comportement du matériau s'avérant très sensible au coefficient m , il faudra par conséquent, choisir sa valeur avec le plus grand soin. Le comportement global du matériau se trouve rigidifié par l'augmentation de ce coefficient comme nous l'attendions. Cependant le paramètre m semble avoir une influence moins prévisible sur la réponse plastique de chaque grain, puisque l'effet de voisinage perturbe la relation quasi-proportionnelle qui est établie entre le coefficient et le comportement du matériau.

2.6. Analyse de l'évolution de la texture cristallographique

L'évolution de la texture cristallographique est étudiée dans le cas du modèle *point d'intégration* avec un coefficient $\Delta\gamma_o=10^{-5}$ et un coefficient $m=0,1$. La texture de la partie centrale de l'éprouvette est représentée sous forme de fonctions de distribution d'orientations (ODF) pour 3 stades de déformation :

- Texture initiale pour une déformation globale nulle (Figure 97),
- Texture intermédiaire pour une déformation globale de 0,25 (Figure 98),
- Texture finale pour une déformation globale de 1 (Figure 99).

Il est important de noter que la direction de traction utilisée pour les calculs correspond à la direction de laminage des tôles.

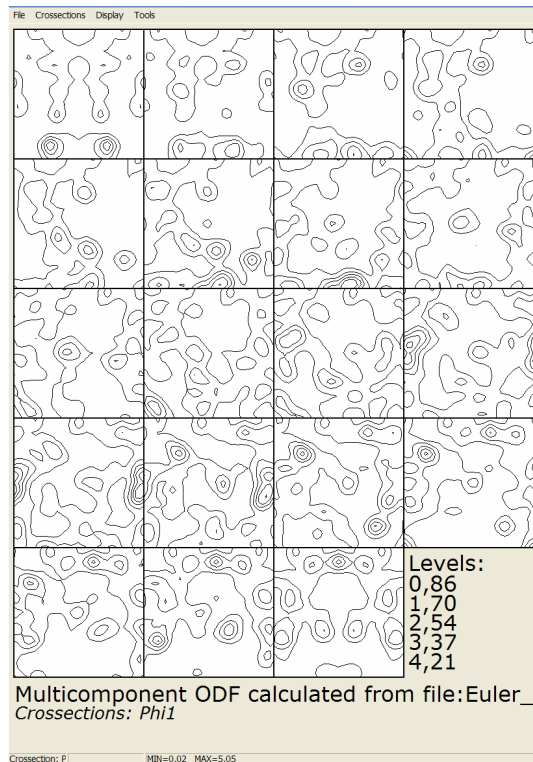


Figure 97 : ODF pour une déformation nulle en section suivant $\phi 1$.

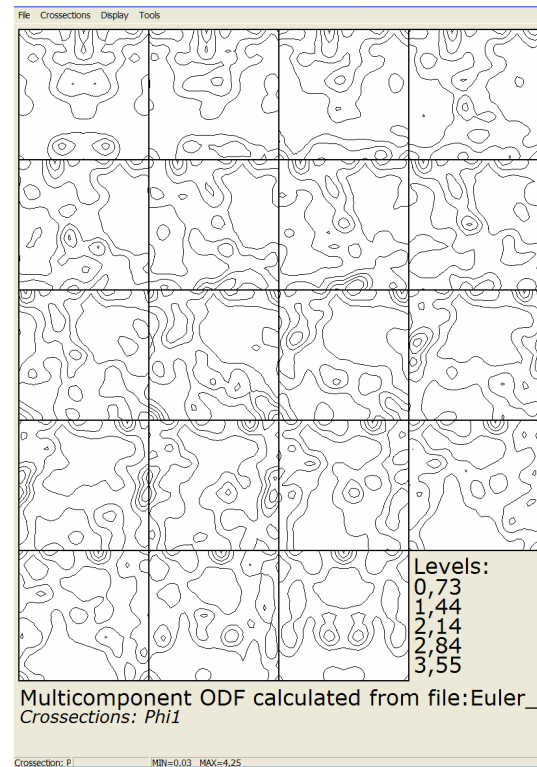


Figure 98 : ODF pour une déformation de 0,25 en section suivant $\phi 1$.

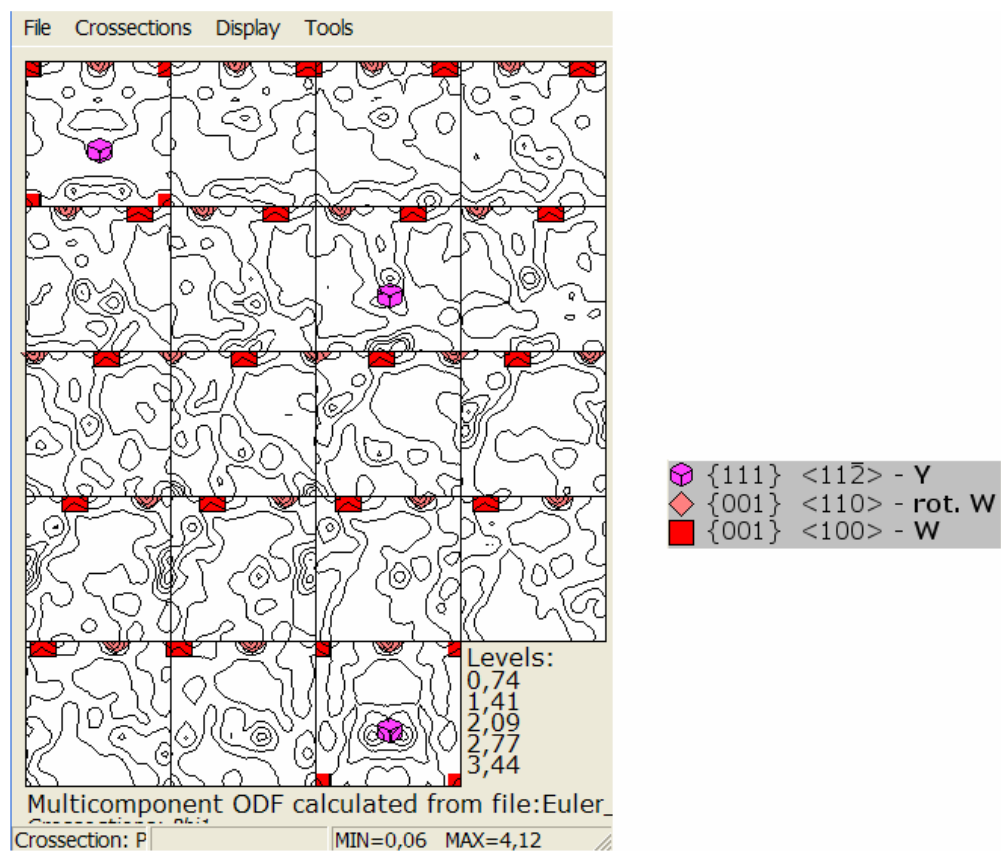


Figure 99 : ODF pour une déformation de 1 en section suivant $\phi 1$.

Les pôles induits par l'opération de laminage des tôles ont tendance à s'affaiblir au cours de l'essai de traction. En effet le niveau maximum affiché dans la légende de chacune des représentations ODF diminue fortement lors des 25 premiers pourcents de déformation. Par contre, deux nouveaux pôles se renforcent, ils sont repérés sur l'ODF finale. Ils correspondent, comme l'indique la légende, aux pôles de type **Y** : $\{111\} \langle 11-2 \rangle$, de type **rot W** : $\{001\} \langle 110 \rangle$ et de type **W** : $\{001\} \langle 100 \rangle$. Ces pôles sont classiquement renforcés lors d'un essai de traction sur du cuivre, observations confirmées par les résultats que nous avons obtenus expérimentalement (voir chapitre 1 paragraphe 2.6.).

3. Bilan

L'évaluation des performances de l'approche développée fournit un bilan très positif.

Nous disposons de deux types de modélisation des grains complémentaires. La modélisation des grains par croissance de germe et affectation aux points d'intégration fournit un bon compromis précision/temps de calcul lorsque la structure comprend peu de grains (environ 2000). Au-delà, la modélisation de type octaèdre est une solution qui devient pertinente et efficace.

Les résultats fournis par la subroutine sont tous cohérents avec la théorie mise en oeuvre pour son développement. Le comportement visqueux est bien reproduit et les paramètres lui étant rattachés (m et $\Delta\gamma_o$) ont l'influence escomptée.

La prise en compte de la texture cristallographique et surtout la prédiction de son évolution semblent également correctes.

Il est important de garder à l'esprit que l'évaluation des performances qui vient d'être détaillée ne se base que sur des considérations théoriques et qualitatives. A ce stade, il est indispensable de valider l'approche par le biais de comparaisons avec des résultats expérimentaux. Cette dernière phase est développée dans le chapitre suivant. Des simulations d'essais mécaniques sont réalisées afin de vérifier le potentiel de la loi de comportement associée à la modélisation des grains que nous venons de présenter. Les résultats de cette étape doivent permettre, s'ils sont pertinents, de justifier et d'expliquer les spécificités des tôles minces exposées dans le chapitre 1.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [DEC98] Decker L., Savary L., Jeulin D., *Modèles de structures aléatoires à grains primaires: Simulations à l'aide du logiciel Micromorph*. Cours ENSMP, 1998.
- [DEV98] Devillers O., *Reconstruction d'objets géométriques*, Cours Ecole Polytechnique, 1998.
- [EBE99] Eberl F., *Second order heterogeneities in a Multicrystal: Experimental developments using X-ray diffraction and comparison with a finite element model*, Thèse ENSAM, 1999.
- [FOR02] Forest S., Cailletaud G., Jeulin D., Galliet I., Mounoury V., Quilici S., *Introduction au calcul de microstructures*, Mécanique & Industries 3, pp. 439-456, 2002.
- [VER06] Vernède S., Jarry P., Rappaz M., *A granular model of equiaxed mushy zones: Formation of a coherent solid and localization of feeding*, Acta Materialia, Article in press, 2006.
- [QHU06] Qvoronoi – Voronoi diagram, www.qhull.org, 2006.

CHAPITRE 4 : ANALYSE DU COMPORTEMENT DES TOLES MINCES EN TRACTION UNIAXIALE

1. Introduction

L'étude expérimentale exposée dans le premier chapitre a mis en évidence l'influence de la surface libre de l'éprouvette sur la réponse mécanique de feuilles minces. Par ailleurs, la taille moyenne des grains ne semble pas être un paramètre affectant cette réponse. En effet, la taille des grains est en fait très dispersée dans les structures étudiées et la réponse mécanique semble plutôt être contrôlée par les « gros » grains.

Nous proposons de mettre en œuvre l'approche numérique développée dans ce travail de thèse pour analyser la réponse mécanique des tôles minces en traction uniaxiale.

Les simulations présentées dans ce chapitre utilisent une cission critique des systèmes de glissement constante pour tous les systèmes et tous les grains. Nous négligeons ainsi, en première approximation, la variation de τ_c liée à la taille de grain. Certains auteurs prennent en compte cette variation en appliquant directement à l'échelle du grain la loi de Hall-Petch, vue au paragraphe 1.2.3. du chapitre 1 [FRA91]. Elle est ainsi estimée par le biais de la relation suivante :

$$\tau_c = \tau_0 + \frac{K}{\sqrt{D}} \quad (4.1)$$

Dans notre étude, nous négligeons également l'effet de taille de grain sur le libre parcours moyen des dislocations.

Les différents résultats sont exploités tout d'abord à l'échelle des éprouvettes puis à l'échelle granulaire.

2. Analyse à l'échelle de l'éprouvette

Nous analysons dans cette partie la réponse globale d'éprouvettes sollicitées en traction. Les résultats étudiés sont issus de simulations mettant en œuvre la routine UMAT MVP.

Dans un premier temps le phénomène de localisation de la déformation est étudié.

Ensuite, l'influence de la surface libre de l'éprouvette sur son comportement global est analysée en deux étapes. Tout d'abord, une approche simplifiée est conduite par le biais d'une modélisation utilisant des grains cubiques. Cette étude est par la suite affinée sur trois cas plus élaborés mettant en œuvre des grains obtenus par la méthode de germination. Dans ces cas, nous cherchons à produire des microstructures ayant des tailles de grains constantes.

Dans un troisième temps, l'influence de la distribution de taille de grains est étudiée grâce à un dernier calcul reproduisant une microstructure composée de grains de tailles non-uniformes.

Pour finir, l'effet appelé « peau d'orange » est mis en évidence.

2.1. Analyse de la localisation de la déformation

Le premier chapitre a permis de rapporter que, dans le cas des tôles minces, certains auteurs [WEI02], [MIY79], [DOD87], [KAL00] mettent en évidence une localisation de la déformation à travers l'épaisseur, conduisant à un faciès de rupture en lame de couteau. De plus, pour des essais de traction uniaxiale, cette rupture est orientée à 90° par rapport à la direction de sollicitation [DOD87]. Ces deux phénomènes atypiques en comparaison avec ceux observés sur des tôles plus épaisses, ont été également constatés lors de nos essais expérimentaux (voir chapitre 1).

Après analyse, il apparaît que dans la quasi-totalité des essais de traction que nous avons simulés en mettant en œuvre la loi de comportement monocristalline élasto-viscoplastique, nous reproduisons ces phénomènes sans artifice (pas de défaut initial). Les Figure 100 à

Figure 102 représentent le champ de déformation plastique équivalente obtenu lors de la simulation d'un essai de traction dans le cas *point d'intégration* (voir description du modèle au chapitre 3, partie 2.) pour différents niveaux de déformation globale.

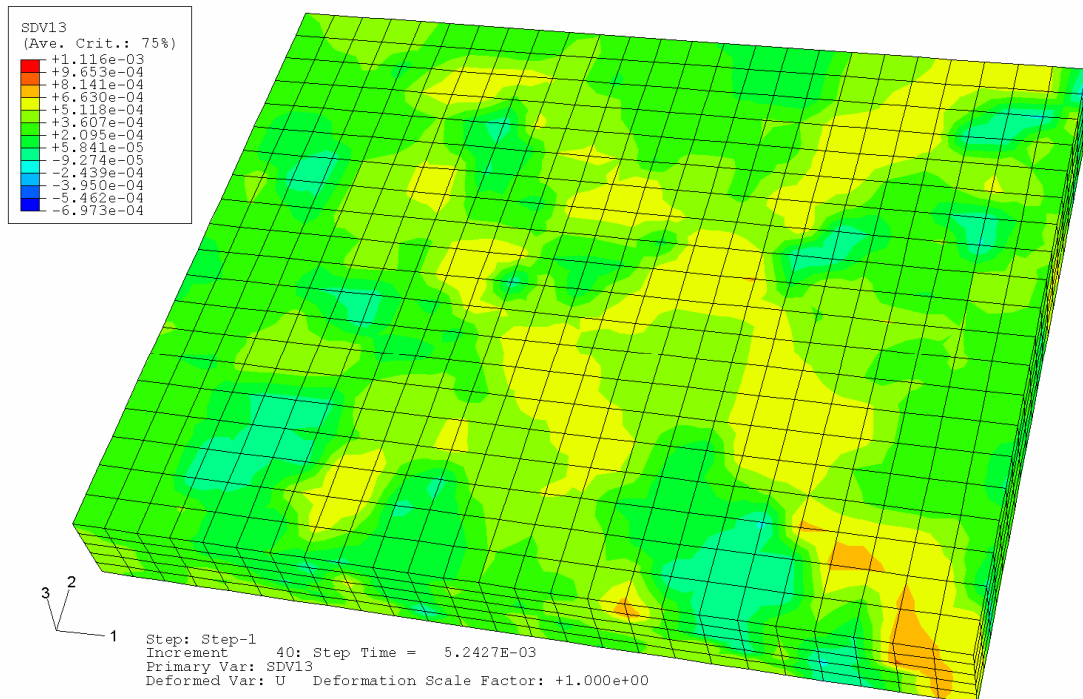


Figure 100 : Représentation de la déformation plastique équivalente dans le cas du modèle point d'intégration pour une déformation globale moyenne de 0.5% (seule la zone centrale de l'éprouvette est représentée).

La Figure 100 met en évidence, pour une déformation totale relativement faible, des bandes de déformation intense inclinées à environ 55° par rapport à la direction de traction. Cette observation est en accord avec la mécanique des milieux continus qui démontre que le cisaillement est maximal pour une orientation de 45° , dans le cas d'un chargement de traction uniaxiale. Ces bandes conduisent naturellement, lors d'essais réels de traction sur des éprouvettes « massives », à une localisation de la déformation puis à une rupture suivant cette orientation. Cependant la simulation fait apparaître, lorsque la déformation globale augmente, une localisation de la déformation dont l'orientation est proche de 90° , comme l'illustre la Figure 101.

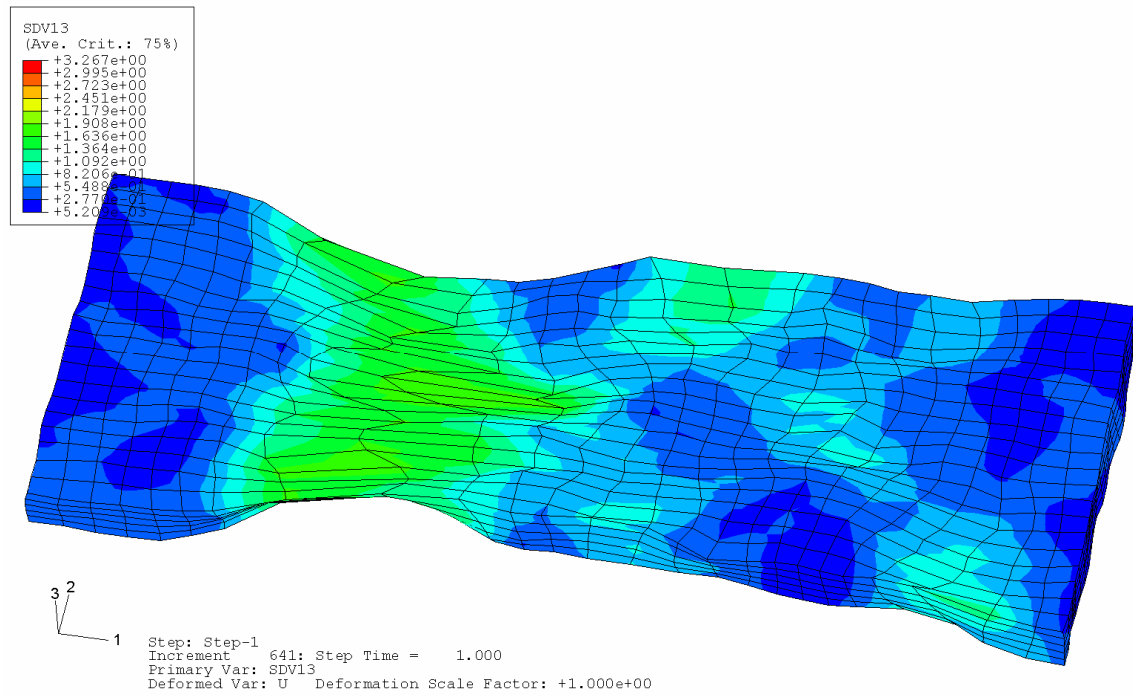


Figure 101 : Représentation de la déformation plastique équivalente dans le cas du modèle point d'intégration pour une déformation globale moyenne de 50% (partie centrale de l'éprouvette vue du dessus).

L'observation de la tranche de l'éprouvette sur la Figure 102 fait apparaître une forte striction dans l'épaisseur, conduisant à une géométrie s'approchant de la forme en lame de couteau relevée expérimentalement.

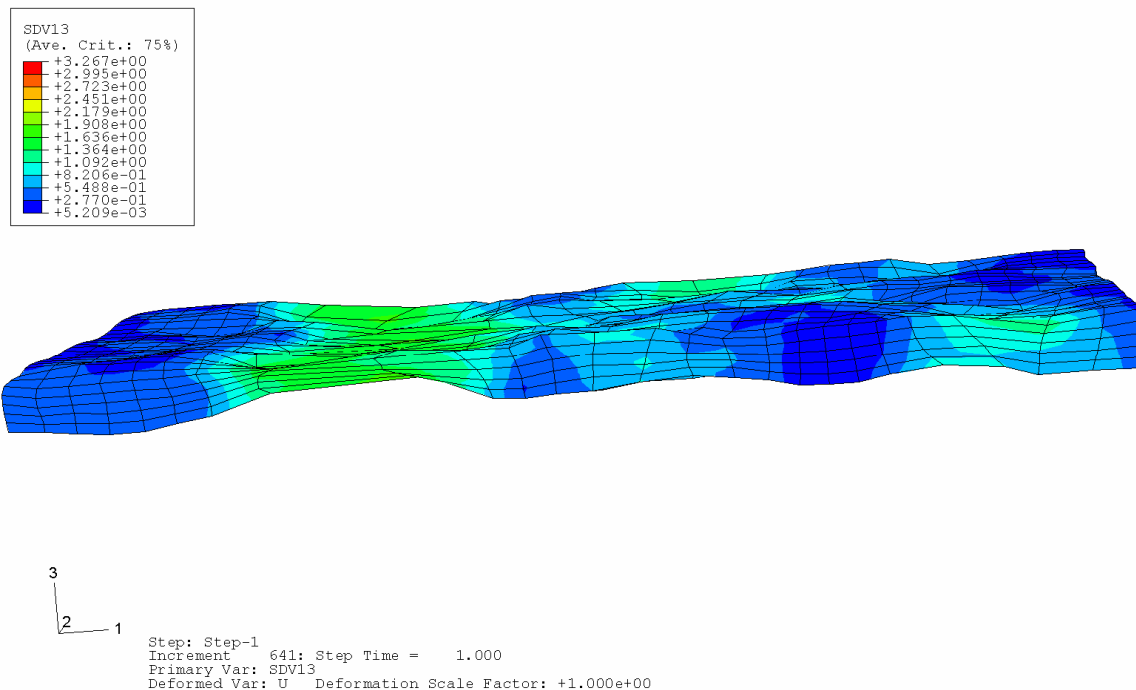


Figure 102 : Représentation de la déformation plastique équivalente dans le cas du modèle point d'intégration pour une déformation globale moyenne de 50% (partie centrale de l'éprouvette vue de profil).

L'analyse de la localisation tend à confirmer qu'aux petites déformations, la réponse de la structure est dépendante de l'ensemble du polycristal. Ensuite, pour de grandes déformations, le rôle de certains grains devient prépondérant, ce qui conduit à un comportement proche de celui d'un monocristal.

L'origine de ce changement est attribuée, d'après les analyses expérimentales : (1) soit à l'augmentation de la proportion de surface libre comparativement au cas d'un polycristal massif (2) soit à une dispersion de la taille de grains. Dans la suite de ce chapitre, ces deux aspects sont analysés par le biais de simulations numériques.

Remarque : Nous tenons à préciser que l'analyse qui vient d'être faite se base uniquement sur le caractère qualitatif des résultats fournis par la simulation. En effet, l'importante distorsion des éléments finis présents dans la bande de localisation de la déformation ne permet pas de garantir la véracité des résultats calculés.

2.2. Influence de la surface libre : cas des grains cubiques

L'influence de la surface libre de l'éprouvette est étudiée, dans un premier temps, sur des structures composées de grains cubiques. Bien que cette modélisation représente une approximation forte de la géométrie réelle des grains, elle permet de visualiser l'effet escompté, tout en autorisant un temps de mise en œuvre restreint. Le matériau simulé est de structure CFC, les paramètres de la loi de comportement monocristalline utilisés dans les 6 calculs suivants sont donnés dans le Tableau 8. Ces paramètres sont choisis de manière arbitraire.

C_{11} (MPa)	C_{12} (MPa)	a_0	a_1	a_2	b (m)	α	τ_{c_0} (MPa)	m	$\dot{\gamma}_0$ (s ⁻¹)	K	Y_c	ρ_0 (m ⁻²)
$2.8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^5$	0.2	0.46	0.6	$2.5 \cdot 10^{-10}$	0.5	60	0.05	10^{-5}	41	$5 \cdot 10^{-10}$	10^9

Tableau 8 : Paramètres de la loi de comportement.

2.2.1. Description du modèle

L'objectif est ici de faire varier le ratio surface libre/volume de l'éprouvette, tous paramètres constants par ailleurs. Pour ce faire, les éprouvettes sont de forme parallélépipédique avec une longueur et une largeur fixées (1mm x 1mm). Seule l'épaisseur varie dans une plage de 0,125mm à 1mm. La taille de grain est figée. Chacun des grains est représenté par un élément fini de type hexaèdre à huit nœuds à intégration complète. La dimension de chacun des grains cubiques est de 0,125mm³. Le nombre total de grains de chaque cas est directement proportionnel à l'épaisseur de l'éprouvette. Le Tableau 9 donne les principales caractéristiques des différents cas calculés.

N° cas	Epaisseur (mm)	Ratio Surface libre/Volume (mm ⁻¹)	Nombre de grains dans l'épaisseur	Nombre total de grains
1	0.125	18.00	1	64
2	0.25	10.00	2	128
3	0.375	7.33	3	196
4	0.5	6.00	4	256
5	0.75	4.67	6	384
6	1	4.00	8	512

Tableau 9 : Principales caractéristiques des différents cas de calcul.

La Figure 103 représente le maillage et par conséquent les grains des cas n°2, n°4, n°5, n°6.

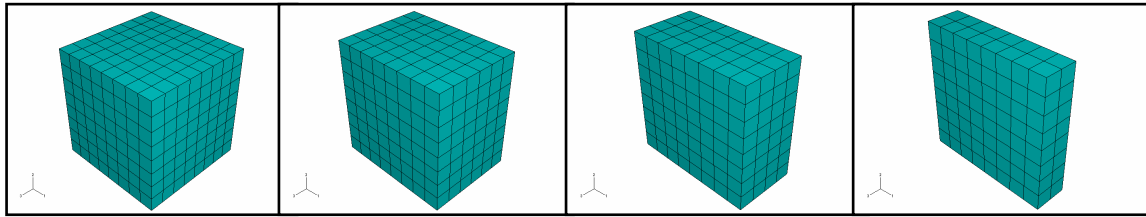


Figure 103 : Représentation du maillage et de la microstructure des cas n°6, n°5, n°4 et n°2, respectivement de gauche à droite.

De façon à ce que la texture n'évolue pas d'un cas à l'autre, nous utilisons pour chaque couche de grains les mêmes orientations. En effet, le cas n°1 comprend 64 grains définis par 64 triplés d'angles d'Euler différents. Les 64 orientations sont enregistrées et distribuées aléatoirement aux 64 éléments finis composant le maillage. Dans le cas n°2, nous avons 128 grains répartis en deux couches. La première couche de grains est identique à celle du cas n°1 et la seconde est obtenue à partir des 64 orientations enregistrées mais à nouveau attribuées aléatoirement aux 64 nouveaux éléments finis. Les autres cas sont construits en utilisant la même méthodologie. Cette technique permet de ne pas introduire de variation de texture cristallographique d'un cas à l'autre, tout en générant un arrangement des grains le plus quelconque possible afin de ne pas introduire de singularité de comportement supplémentaire. Les 64 orientations utilisées pour construire chacune des couches sont obtenues par échantillonnage de la texture initiale d'un acier inoxydable de type 316L, présentée en annexe 2.

Dans le ratio surface/volume du Tableau 9, la surface correspond à la surface extérieure totale de l'éprouvette, à laquelle nous soustrayons la superficie des deux surfaces sur lesquelles nous appliquons les conditions aux limites illustrées sur la Figure 104. Ces conditions sont constituées des blocages suivants sur la face $x = -0.5$:

- tous les nœuds de la face sont bloqués suivant $\frac{1}{x}$,
- tous les nœuds de l'arête centrale horizontale, représentée en rouge sur la Figure 104, sont bloqués suivant $\frac{1}{y}$,
- tous les nœuds de l'arête centrale verticale, représentée en bleu sur la Figure 104, sont bloqués suivant $\frac{1}{z}$,

et d'une pression uniformément répartie sur la face $x = 0.5$, variant linéairement de 0 à -900 MPa en 100 secondes (représentée par les flèches roses sur la Figure 104).

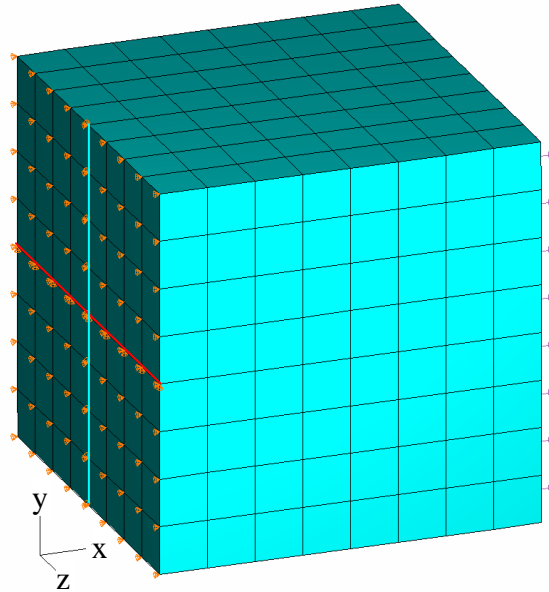


Figure 104 : Représentation des conditions aux limites dans le cas n°6 (512 grains).

2.2.2. Analyse des résultats

L'analyse présentée dans cette partie prend comme référence de normalisation le cas n°1. Les résultats des différents calculs sont dépouillés afin d'obtenir la contrainte normale moyenne normalisée dans une section de l'éprouvette perpendiculaire à la direction de traction σ_{11} . Cette contrainte normalisée est calculée pour une déformation totale moyenne $\varepsilon_{11} = 0,1$. Les valeurs obtenues sont représentées sur la Figure 105 en fonction du ratio $\frac{S}{V}$ de l'éprouvette.

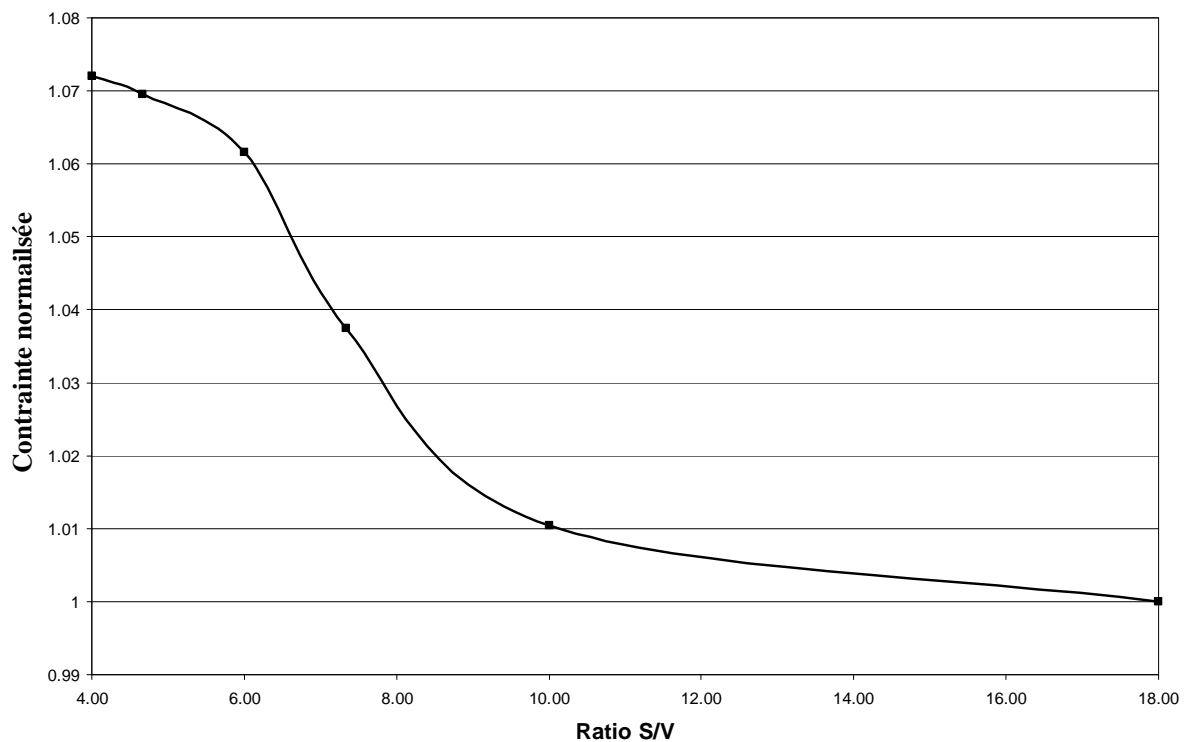


Figure 105 : Evolution de la contrainte moyenne σ_{11} normalisée pour $\varepsilon_{11} = 0,1$ en fonction du rapport $\frac{S}{V}$ de l'éprouvette.

La courbe lissée de la Figure 105 met clairement en évidence l'existence de deux paliers correspondant à deux morphologies d'éprouvettes :

- lorsque le ratio $\frac{s}{V}$ est faible, c'est-à-dire lorsque l'éprouvette est massive, la contrainte d'écoulement plastique moyenne est élevée,
- quand le ratio $\frac{s}{V}$ est élevé, c'est-à-dire lorsque l'éprouvette est fine, la contrainte d'écoulement plastique moyenne est plus faible.

Ce changement de comportement lié à la diminution de l'épaisseur semble indiquer que nous faisons apparaître un comportement s'approchant de celui du monocristal. En effet, dans les cas n°1 et n°2, tous les grains comportent au moins une surface libre qui favorise l'écoulement plastique, provoquant ainsi l'adoucissement de la réponse globale.

Bien que la tendance observée soit marquée, ce résultat ne peut servir d'unique support pour amener une conclusion définitive et fiable sur l'influence du ratio $\frac{s}{V}$ ainsi que sur les phénomènes mis en jeu. Pour cette raison, dans le paragraphe suivant, nous affinons la démarche en gardant constant le nombre de grains à travers l'épaisseur, tout en améliorant la description de la morphologie des grains.

2.3. Influence de la surface libre : cas des grains obtenus par germination

Nous cherchons dans cette partie à déterminer plus finement l'influence de la surface libre de l'éprouvette, en mettant en œuvre une modélisation des grains obtenus par germination.

2.3.1. Description des modèles

Trois modèles différents sont créés pour mener à bien cette étude :

- La première simulation, qui servira de référence (Cas n°7), est réalisée sur une éprouvette dont les dimensions sont : $0,5 \times 0,4 \times 0,1 \text{ mm}^3$. Le ratio $\frac{s}{V}$ de cette éprouvette est de 20 mm^{-1} . 31 grains cylindriques à base hexagonale de diamètre moyen $100 \mu\text{m}$ composent cette éprouvette. Chacun de ces grains est par conséquent seul dans l'épaisseur. 5000 éléments finis hexaédriques à 8 nœuds et à intégration complète définissent le maillage de l'éprouvette. Un grain est discrétisé en moyenne par 160 éléments. 31 triplets d'angles d'Euler représentatifs d'une texture initiale de cuivre recristallisé sont attribués à ces 31 grains. La modélisation de la microstructure est représentée à l'état initial sur la Figure 106.

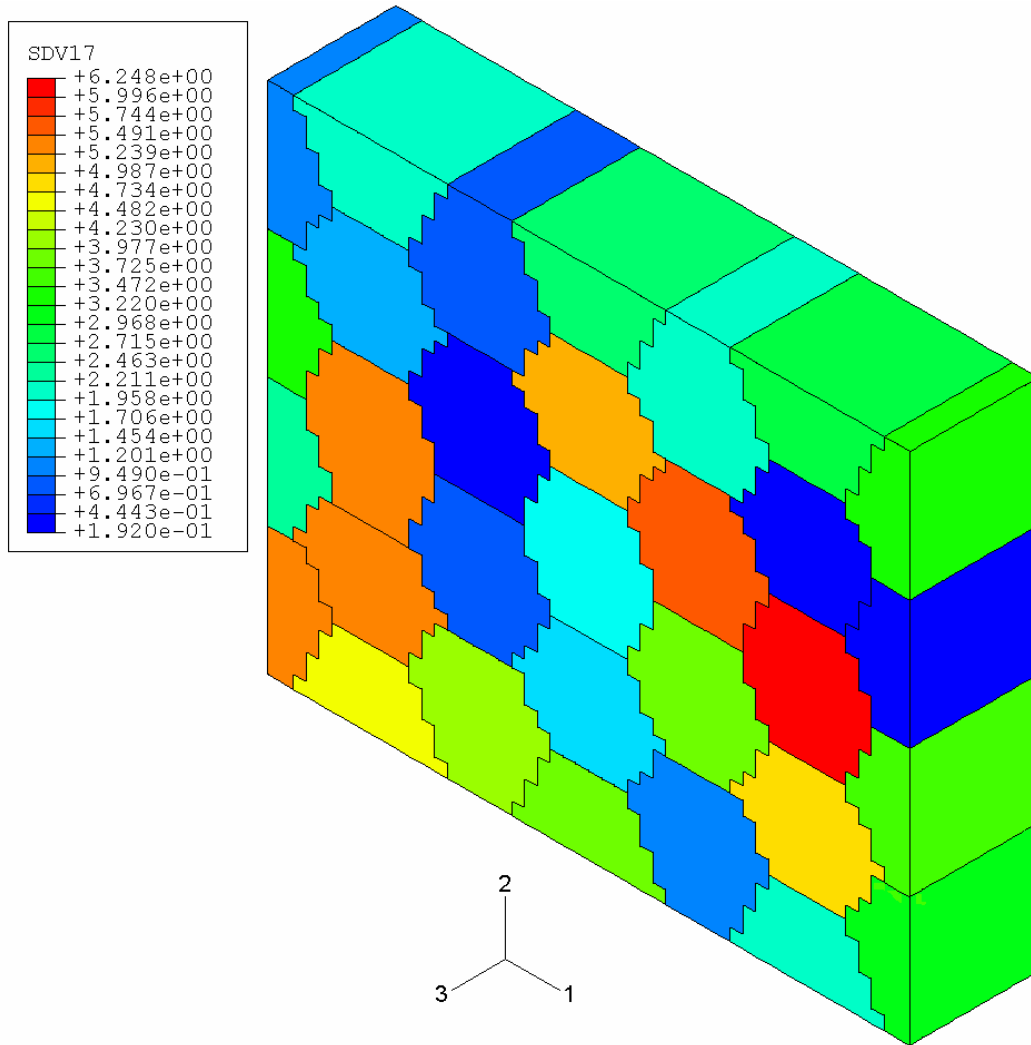


Figure 106 : Représentation de l'angle d'Euler φ_2 (en Rad) des grains du cas n°7.

- La seconde simulation (cas n°8) est réalisée sur une éprouvette 2,5 fois plus épaisse tout en conservant un seul grain dans l'épaisseur. Le ratio $\%$ de cette géométrie est de 12 mm^{-1} . La taille de grain est dans ce cas de $250 \mu\text{m}$. Seuls 11 grains prennent place dans le volume de l'éprouvette comme l'illustre la Figure 107. Le maillage de l'éprouvette est réalisé par 800 éléments, ce qui permet de discrétiser un grain complet par 140 éléments et par conséquent d'obtenir un découpage comparable au cas précédent. Les 11 orientations des grains correspondent aux orientations des 11 premiers grains du cas n°7. Ce calcul doit permettre de mettre en évidence une influence du ratio $\%$, et/ou une influence de la taille de grain. Pour tenter de dissocier ces deux influences, une troisième simulation doit être conduite.

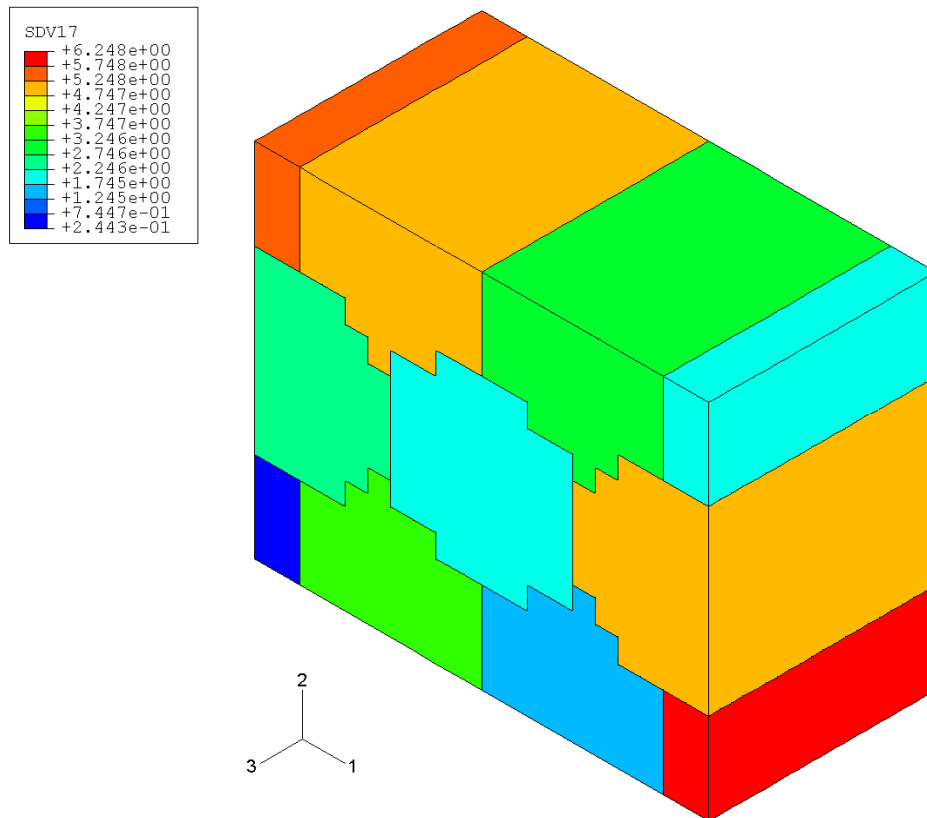


Figure 107 : Représentation de l'angle d'Euler φ_2 (en Rad) des grains du cas n°8.

- Ce troisième et dernier calcul (cas n°9) se base sur le cas n°7 en modifiant simplement l'épaisseur de l'éprouvette. En fait, tous les nœuds définissant le maillage du cas n°7 voient leur coordonnée suivant l'épaisseur multipliée par un coefficient 2,5, de façon à obtenir une éprouvette de 250 μ m ayant exactement la même microstructure que dans le cas n°7. Le nombre d'éléments finis ainsi que la discrétisation des grains sont par conséquent strictement identiques au cas n°7. Cependant, les 31 grains ne sont plus équiaxes mais allongés suivant l'épaisseur. La microstructure initiale est représentée sur la Figure 109.

Synthèse des trois modèles :

Les 3 cas nous permettent d'analyser les effets de deux paramètres sur la réponse des tôles d'épaisseur submillimétrique qui se sont dégagés des analyses bibliographiques et expérimentales :

- le ratio $\frac{S}{V}$ (cas n°7 et n°8),
- la fraction volumique de grains surfaciques f_s (cas n°8 et n°9). Nos modèles n'ayant qu'un grain dans l'épaisseur, tous les grains sont surfaciques. Ainsi, nous distinguons les grains qui présentent 2 surfaces libres et les grains situés sur le pourtour ayant 3 surfaces libres. La Figure 108 fournie une illustration de ce que nous considérons, dans nos trois calculs, comme des grains de surface et des grains de volume.

Un troisième paramètre traduisant le couplage entre les deux précédents est exploité dans la suite : $\frac{S}{V} \cdot f_s$. Notons que les cas n°8 et n°9 permettent d'analyser l'effet $\frac{S}{V} \cdot f_s$ mais aussi l'effet de la taille de grain mesurée dans le plan (1,2).

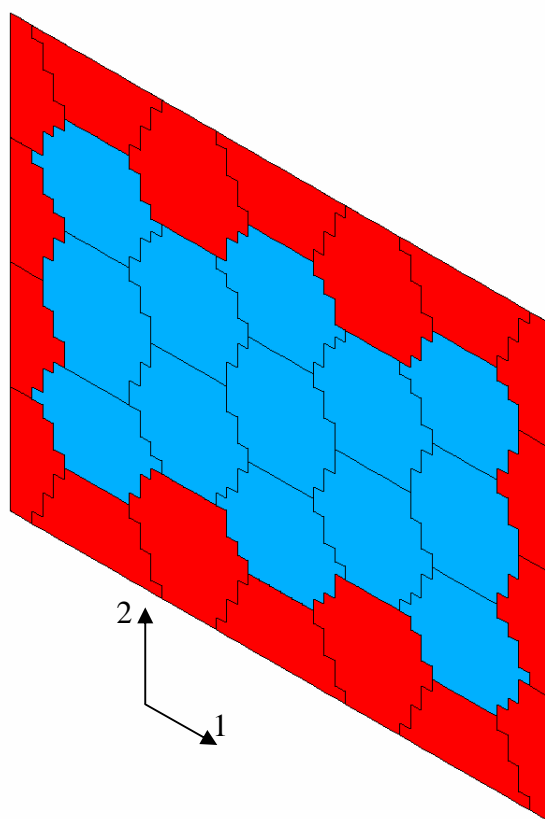


Figure 108 : Représentation des grains de surface dans une coupe à mi-épaisseur de l'éprouvette du cas n°7. (En rouge les grains de surface, en bleu les grains de volume).

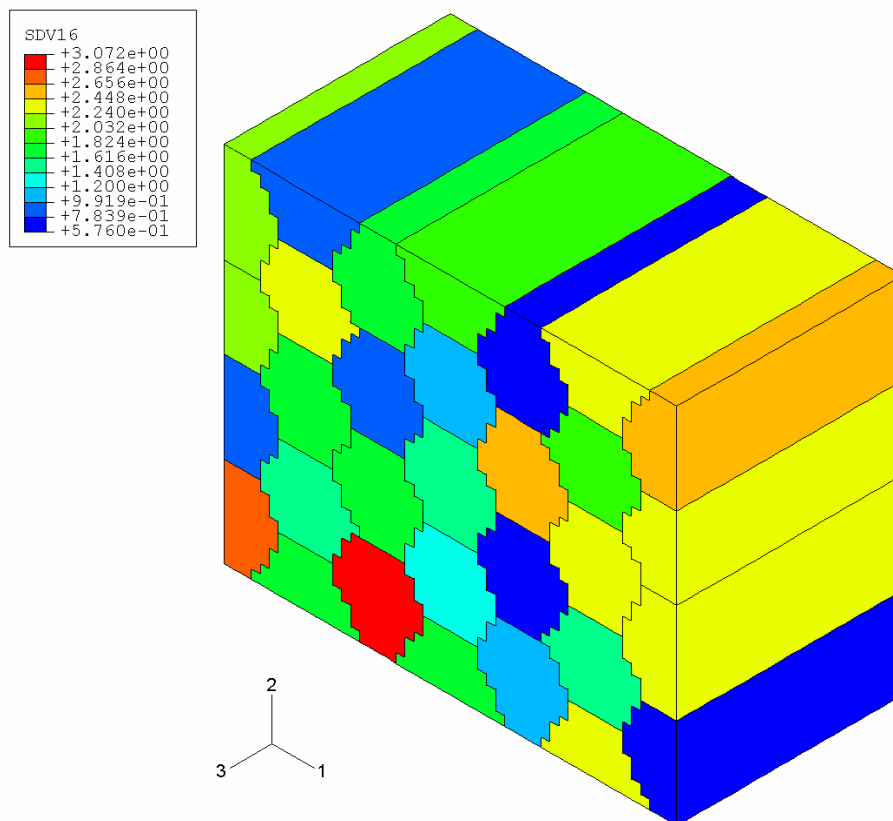


Figure 109 : Représentation de l'angle d'Euler Φ (en Rad) des grains du cas n°9.

Dans les trois cas présentés ci avant les conditions et paramètres suivants sont utilisés :

- Afin de limiter les perturbations provoquées par les conditions aux limites, une extension de longueur 0,2 mm est accolée de part et d'autre de l'éprouvette dans la direction 1.
- La loi de comportement monocristalline élasto-viscoplastique est mise en œuvre sur la partie centrale de l'éprouvette. Cette loi est calée sur un essai de traction réalisé sur une feuille de cuivre recuite de 100 μ m d'épaisseur, dont la caractéristique contrainte-déformation est représentée sur la Figure 110. L'identification est réalisée par itérations manuelles. Un certain nombre de paramètres trouvés dans la littérature sont figés dès le début des itérations. Le Tableau 10 regroupe les valeurs prises par les différents paramètres de la loi. Les paramètres marqués d'un astérisque sont issus des travaux de M. Fivel [FIV97].
- Une loi de comportement phénoménologique, du même type que celle décrite au paragraphe 2.2.2 du chapitre 3, est mise en œuvre au niveau des extensions. La caractéristique de cette loi est représentée sur la Figure 110. Elle génère un comportement légèrement plus rigide que la loi monocristalline calée sur le relevé expérimental. Ce décalage permet d'éviter toute localisation de la déformation aux extrémités de l'éprouvette.
- Une extrémité ($x=0$) de l'éprouvette est bloquée afin de supprimer tout mouvement de corps rigide, tandis qu'est imposé un déplacement de 0,5mm suivant x en 1 seconde aux noeuds de l'autre face extrême ($x=0,9$ mm).

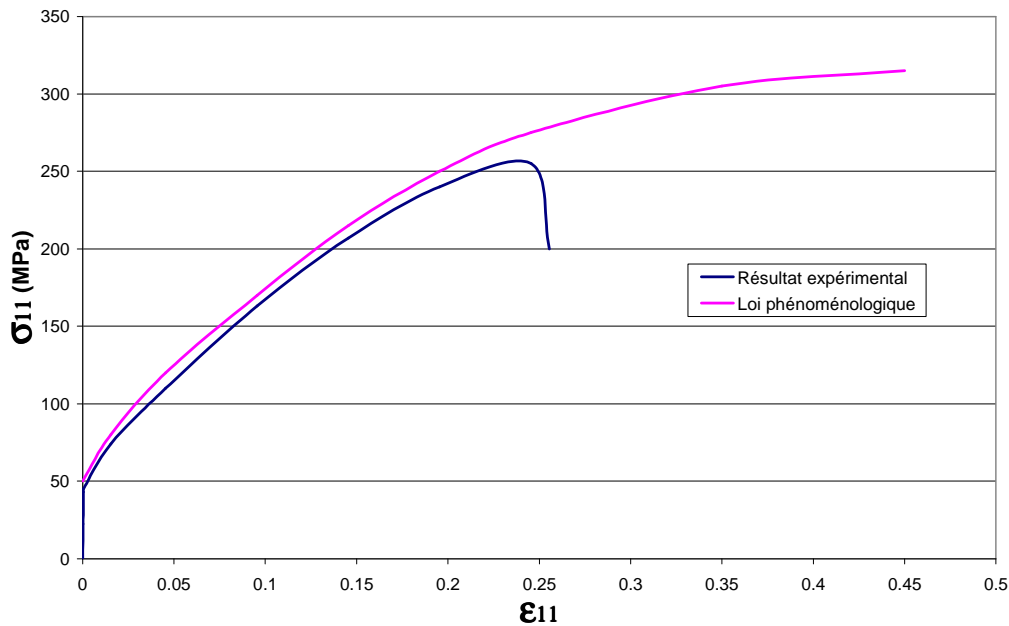


Figure 110 : Courbes contrainte-déformation de la loi phénoménologique et de l'essai de traction ayant servi au calage de la loi monocristalline.

C_{11}^* (MPa)	C_{12}^* (MPa)	a_0^*	a_1^*	a_2^*	b^* (m)	α^*	τ_{c_0} (MPa)	m	$\dot{\gamma}_0$ (s ⁻¹)	K	Y_c	ρ_0 (m ⁻²)
$1.47 \cdot 10^5$	$6.3 \cdot 10^4$	0.6	0.77	0.96	$2.56 \cdot 10^{-10}$	0.3	8.5	0.05	10^{-7}	48	$1.5 \cdot 10^{-9}$	10^{10}

Tableau 10 : Valeurs des paramètres matériaux figés pour les cas n°7, n°8 et n°9.
(* paramètres tirés de [FIV97])

2.3.2. Analyse des résultats

Le comportement des éprouvettes est étudié par le biais des courbes contrainte-déformation fournies par les 3 simulations. La Figure 111 permet la comparaison des résultats des 3 cas ; la courbe issue de l'essai de traction réel sur une tôle de 100 μm y est également représentée.

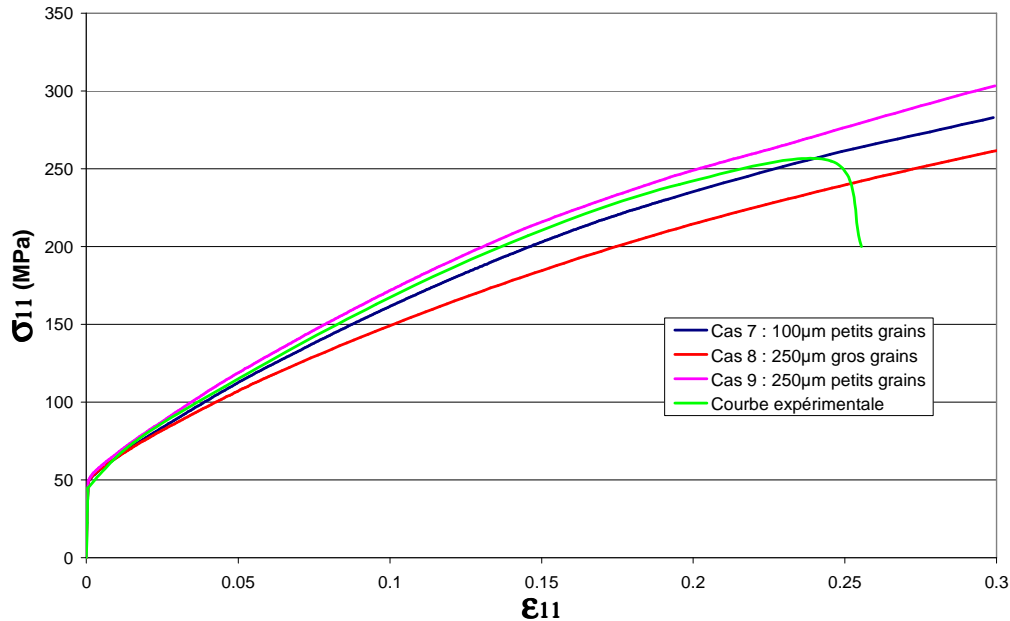


Figure 111 : Comparaison des courbes contrainte-déformation pour les cas n°7, cas n°8, cas n°9 et pour un essai de traction réel sur une tôle de 100 μm d'épaisseur.

Les 3 cas présentent un comportement voisin de l'essai de traction réel qui a permis le calage des paramètres de la loi monocristalline. Cependant, sur la Figure 111 nous mettons en évidence une nette différence entre les cas étudiés, imputable tantôt à la modification de la géométrie de l'éprouvette tantôt à la microstructure.

Par rapport au comportement référence du cas n°7, le cas n°9 présente une augmentation de la contrainte d'écoulement de 15 MPa pour une déformation de 0,2 soit environ 6% d'écart. Nous rappelons que les deux différences entre ces deux calculs proviennent (1) de l'épaisseur de l'éprouvette modélisée (2) du volume de chacun des grains. Il apparaît alors clairement que la diminution du ratio s/V engendre une contrainte d'écoulement supérieure, comme nous l'avons relevé expérimentalement (voir chapitre 1). Cependant la plage de variation de ce ratio est légèrement plus réduite qu'expérimentalement, comme le montre le Tableau 11. L'effet de taille de grain classique n'est pas détecté ici, probablement masqué par l'effet de la surface libre.

	Cas n°1	Cas n°2 et n°3	Expérimental 100 μm	Expérimental 250 μm
Longueur (mm)	0,5	0,5	20	20
Largeur (mm)	0,4	0,4	8	8
Epaisseur (μm)	100	250	100	250
s/V (mm^{-1})	20	12	20.2	10.3

Tableau 11 : Caractéristiques géométriques des éprouvettes utilisées pour les calculs et les essais expérimentaux.

Nous comparons maintenant les cas n°8 et n°9. L'influence de la surface libre n'est plus visible dans le cas n°8, puisque la contrainte d'écoulement y est plus faible que pour le cas n°9, alors que le ratio s/V est identique. Cette différence semble trouver son origine dans le

nombre de grains plus restreint du cas n°8 (11 grains contre 31 grains pour le cas 9). En effet, la fraction volumique de grains de surface fs du cas n°8 est supérieure comme le montre le Tableau 12. Nous pouvons donc penser que l'effet de la surface libre sur la réponse des grains y est plus marqué, car une grande majorité des grains disposent de 3 surfaces libres contrairement au cas n°9. Ces grains bénéficient d'une accommodation de la déformation facilitée qui, par conséquent, génère un écrouissage plus faible se répercutant sur la réponse globale par une contrainte d'écoulement moindre. Nous notons également que la taille moyenne des grains plus élevée dans le cas n°8, peut être à l'origine de la contrainte d'écoulement plus faible.

Nous combinons maintenant fs avec S/V . Le Tableau 12 indique pour les 3 cas la valeur de ce nouveau paramètre. Comme l'illustre la Figure 112, il apparaît que les valeurs prises par $S/V \cdot fs$ suivent l'évolution monotone de la contrainte d'écoulement : plus le paramètre est élevé, plus la contrainte d'écoulement est faible.

	Cas n°7	Cas n°8	Cas n°9
S/V (m ⁻¹)	20	12	12
fs	$\frac{6}{24}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{6}{24}$
$S/V \cdot fs$ (m ⁻¹)	5	10	3

Tableau 12 : Valeurs de $S/V \cdot fs$ pour les cas n°7 à 9.

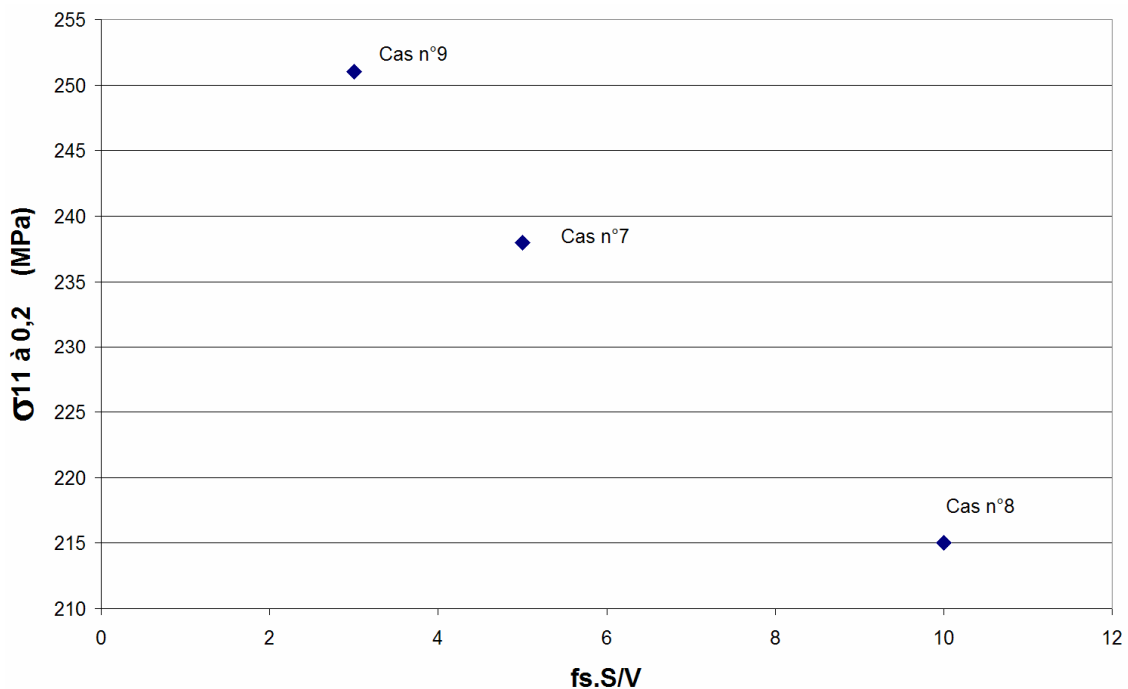


Figure 112 : Relation entre $S/V \cdot fs$ et σ_{11} pour une déformation totale de 0.2.

Le paramètre $S/V \cdot fs$ paraît donc être plus pertinent pour justifier les comportements obtenus par les simulations. Ce résultat est en accord avec les conclusions faites par différents auteurs à la suite d'essais expérimentaux [PIC99], [NEU92], [KEL89]. Ce paramètre peut être considéré comme un outil d'aide à la conception dans le cadre de la mise au point de

matériaux destinés aux mini-composants. En effet, afin d'augmenter les caractéristiques mécaniques des pièces, nous devons viser un $\frac{S}{V} \cdot fs$ le plus faible possible.

2.4. Influence de la distribution de taille de grains

Nous avons évoqué, dans le premier chapitre, le rôle important de la distribution de taille de grains sur le comportement des tôles minces. Pour mettre en évidence cette influence, nous réalisons un dernier calcul qui se base sur le cas n°7 en modifiant simplement la taille des différents grains.

2.4.1. Description du modèle

Le modèle est obtenu à partir de la géométrie de l'éprouvette du cas n°7 (0,5x 0,4 x 0,1 mm³). En utilisant les mêmes positions des germes, nous avons réalisé une croissance des 31 grains avec une vitesse variable dans une plage de $\pm 50\%$ d'un grain à l'autre. La microstructure ainsi obtenue est représentée sur la Figure 113. Ce dernier calcul est appelé cas n°10. La taille de grain moyenne est de 105µm, soit quasi-identique à celle des cas n°7 et n°9.

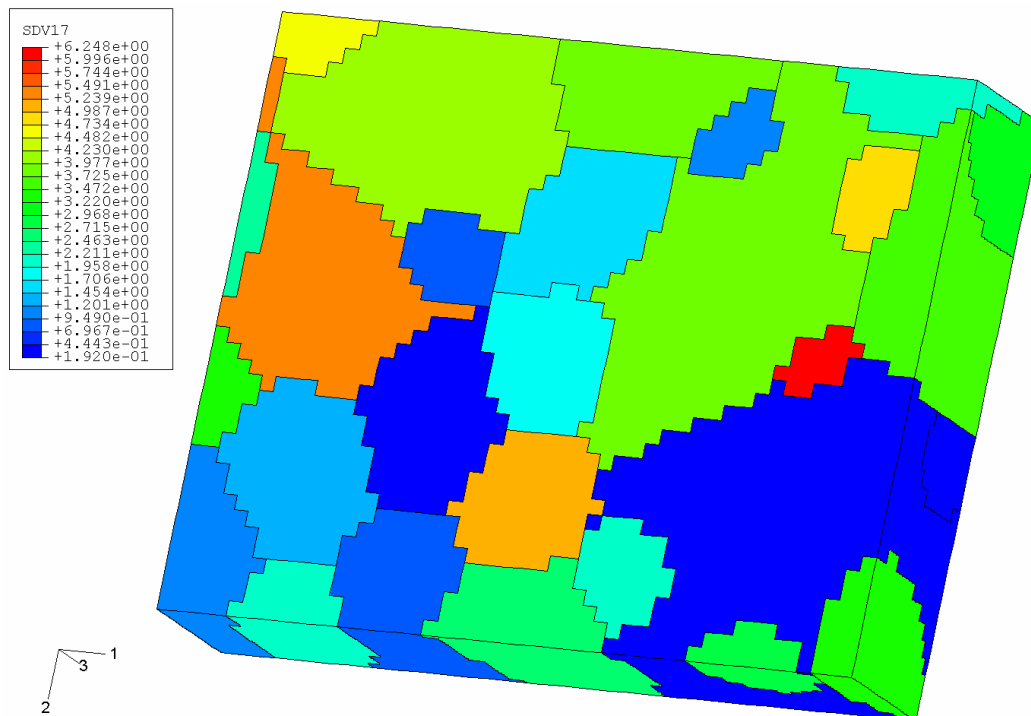


Figure 113 : Représentation de la microstructure du cas n°10 par le biais de l'angle d'Euler φ_2 (en Rad).

La distribution de taille de grains du cas n°10 est représentée sur la Figure 114 avec en référence le cas n°7. Nous remarquons que la distribution du dernier cas est plus étalée que le cas dont il est issu. Ceci signifie que de plus petits grains coexisteront avec de plus gros.

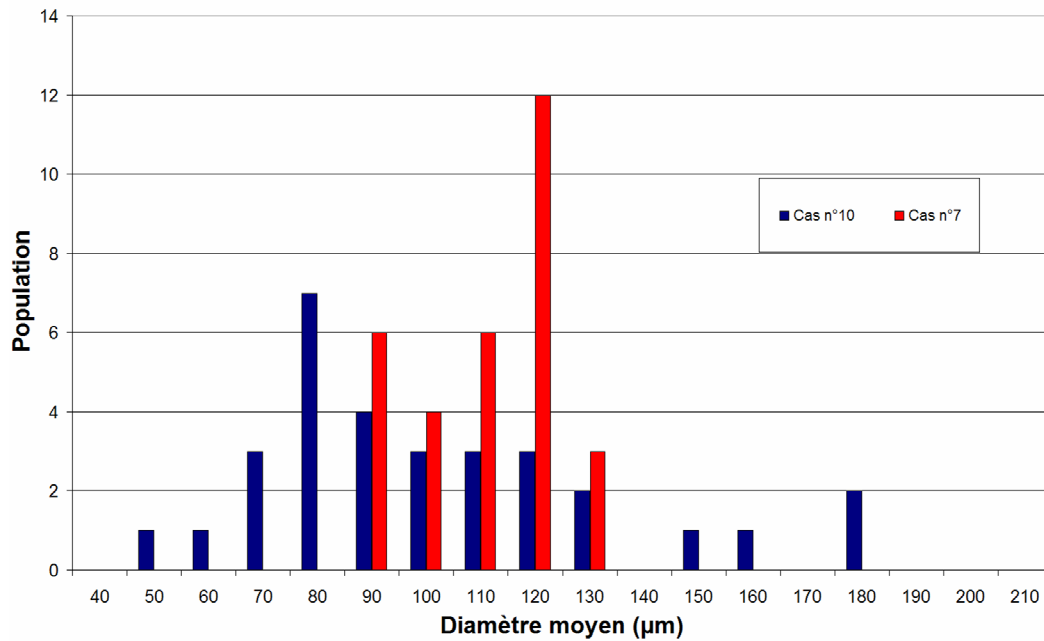


Figure 114 : Histogrammes des répartitions des tailles de grains pour les cas n°7 et 10.

2.4.2. Analyse des résultats

Le comportement de l'éprouvette est analysé par l'intermédiaire de la courbe contrainte-déformation, que nous comparons sur la Figure 115 à la même courbe issue du calcul n°7. Nous constatons une légère différence entre les deux courbes démontrant l'influence de la distribution de taille sur la réponse macroscopique. Plus précisément, la limite élastique apparente du cas n°10 est légèrement supérieure à celle du cas n°7, alors que pour les grandes déformations, nous observons une contrainte d'écoulement dans le cas n°10 inférieure à celle du cas n°7. Nous rappelons que dans notre modélisation, aucune influence directe de la taille de grain sur la cission critique n'est prise en compte.

Bien que la différence entre les deux calculs soit peu marquée, les tendances observées sont en accord avec les analyses expérimentales. Aux grandes déformations, le comportement est contrôlé par les « gros » grains. Ceux-ci étant de taille plus importante dans le cas n°10 que dans le cas n°7, la contrainte d'écoulement est plus faible dans le cas n°10. Les résultats obtenus aux petites déformations ne sont, pour le moment, pas expliqués.

La distribution de taille de grain est bien un facteur à prendre en compte lors de l'étude de la mise en forme de tôles minces. Pour expliquer ces observations, nous concentrerons notre analyse, dans la partie 3, sur deux grains particuliers.

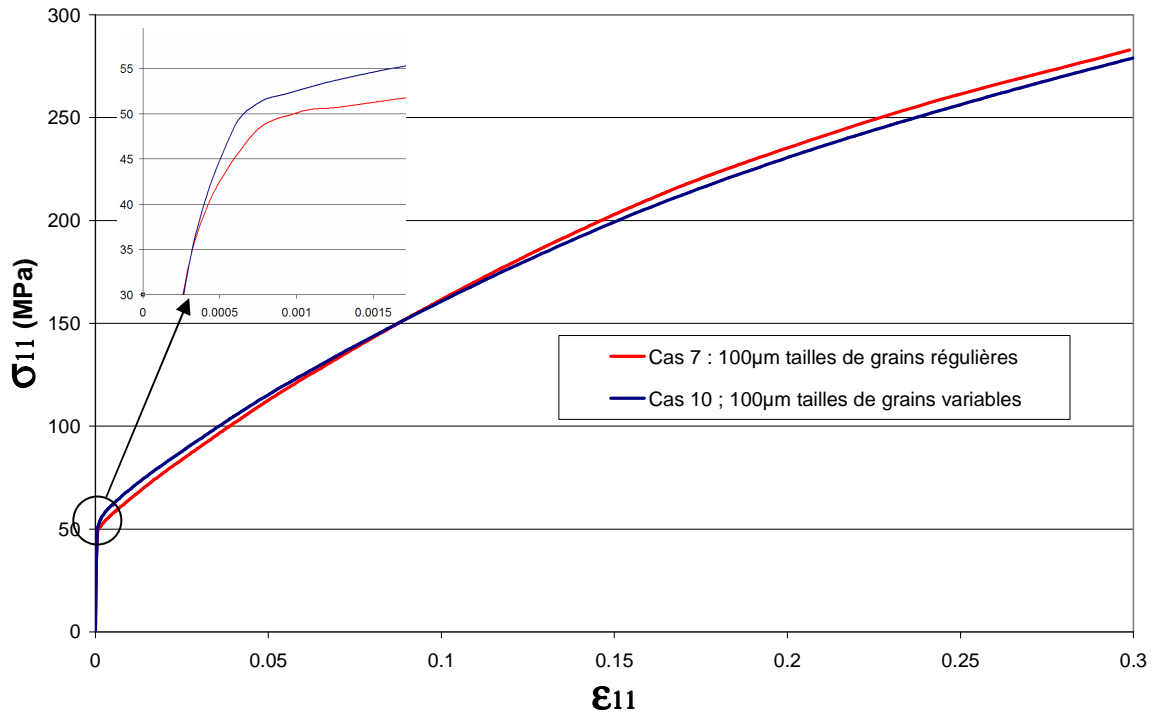


Figure 115 : Comparaison des courbes contrainte-déformation pour deux distributions de tailles de grains différentes.

2.5. Analyse de l'effet peau d'orange

Pour la suite de l'analyse, il est important de noter l'apparition du phénomène appelé peau d'orange qui se manifeste par le plissement des surfaces libres initialement planes. Cette déformation, qui peut paraître chaotique, est due aux différences d'orientation des grains qui vont se cisailer suivant des directions variables, provoquant ainsi des vallées et des pics comme l'illustrent les Figure 116 et Figure 117.

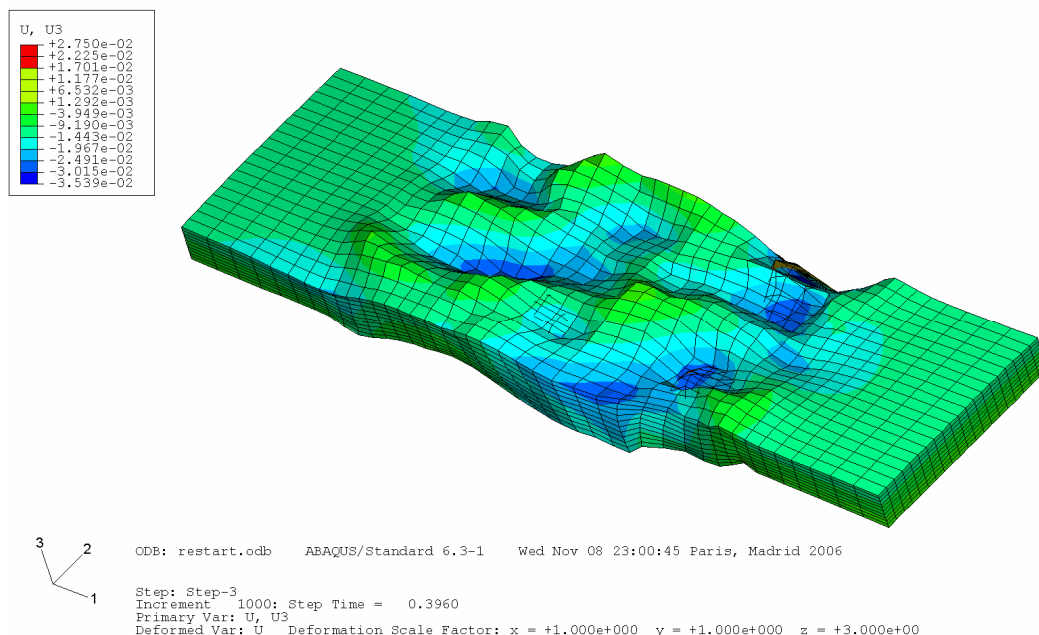


Figure 116 : Déplacement suivant l'axe 3 représenté sur la déformée de l'éprouvette complète (partie centrale + extensions) pour une déformation globale de 0,2 dans le cas n°7.

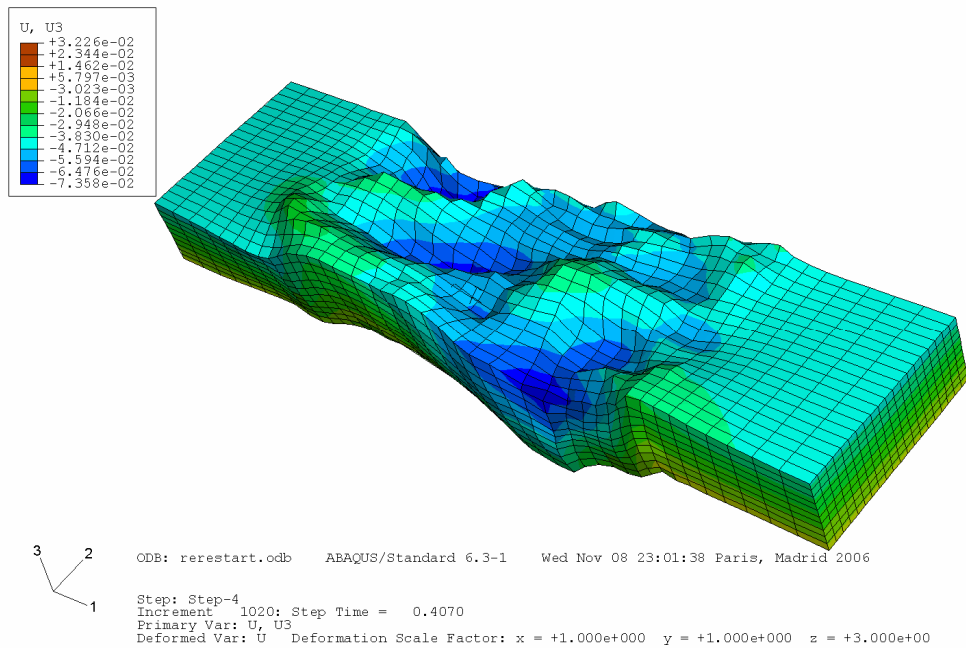


Figure 117 : Déplacement suivant l'axe 3 représenté sur la déformée de l'éprouvette complète (partie centrale + extensions) pour une déformation globale de 0,2 dans le cas n°8.

Remarques : Les facteurs d'échelle de déformation suivants sont utilisés sur les Figure 116 et Figure 117 :

- suivant l'axe 1 : 1
- suivant l'axe 2 : 1
- suivant l'axe 3 : 3

3. Analyse à l'échelle du grain

Dans cette partie, nous analysons les comportements obtenus par le biais des différents calculs à l'échelle du grain. Dans un premier temps, nous étudions l'influence de la surface libre pour ensuite nous concentrer sur l'influence de la distribution de taille de grains.

3.1. Influence de la surface libre

Le dépouillement des résultats à l'échelle du grain est effectué à l'incrément de temps correspondant à une déformation moyenne de l'éprouvette de 0,2. Nous analysons deux grains particuliers pour chaque calcul :

- le grain n°1 se situant au milieu de l'éprouvette ($\varphi_1 = 4,45$ rad, $\Phi = 1,6$ rad, $\varphi_2 = 1,9$ rad),
- et le grain n°5 se trouvant sur l'une des faces latérales de l'éprouvette ($\varphi_1 = 5,49$ rad, $\Phi = 1,81$ rad, $\varphi_2 = 3.75$ rad).

Le grain n°1 est choisi pour sa position centrale, donc comportant 2 surfaces libres, et le grain n°5 est retenu car il présente 3 surfaces libres. Ces deux grains sont localisés dans le cas n°7 sur la Figure 118. Leur orientation est représentée sur la figure de pôle inverse.

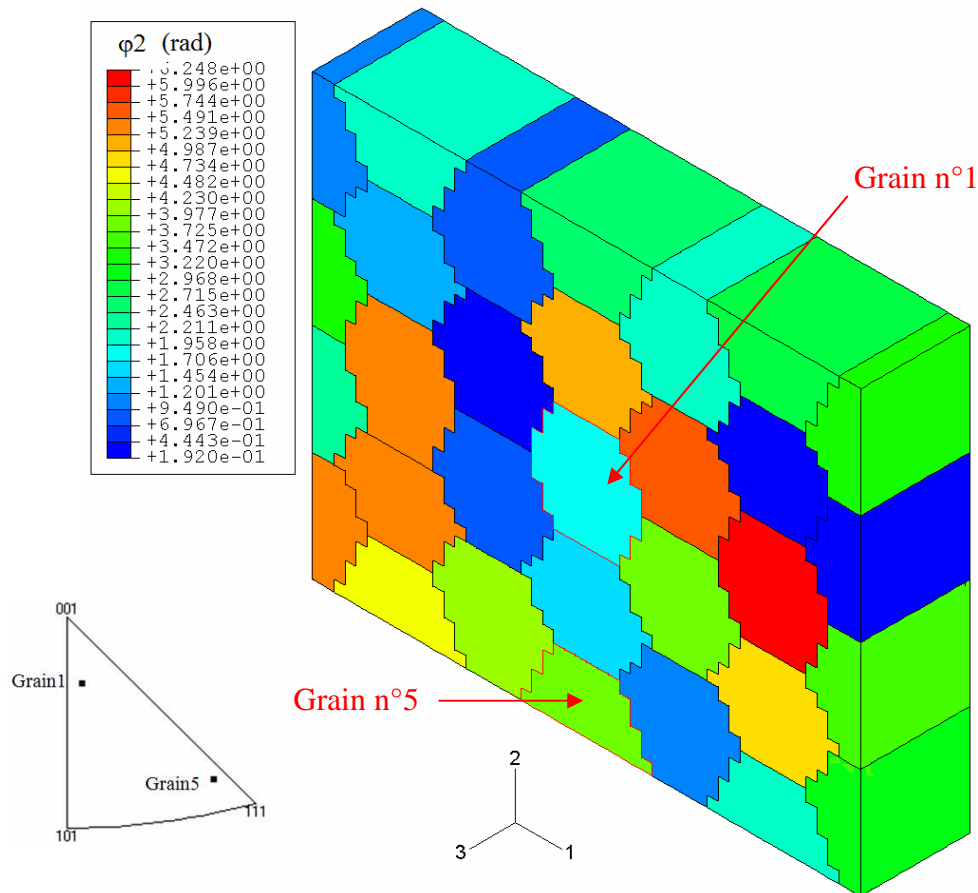


Figure 118 : Représentation de la position et de l'orientation des grains n°1 et n°5 dans le cas n°7.

Les courbes proposées par la suite sont obtenues en traçant l'évolution des grandeurs calculées suivant des segments de droite traversant l'épaisseur de l'éprouvette, parallèlement à l'axe 3 du repère global. Pour le grain n°1, ce segment passe par le centre du grain. Dans le cas du grain n°5, l'axe passe par le centre virtuel du grain non tronqué et par conséquent, il se trouve confondu avec la surface latérale de l'éprouvette.

3.1.1. Analyse de la pression hydrostatique

Pour commencer cette analyse à l'échelle granulaire, nous étudions l'évolution de la pression hydrostatique. Nous utilisons cette grandeur car elle nous paraît être la plus représentative de l'état moyen de contrainte régnant à l'intérieur d'un grain. De plus, elle permet de rendre compte de l'état de contrainte résiduelle généré dans les grains suite au déchargement. Elle est, enfin, directement liée aux actions des grains voisins sur le grain étudié.

Les Figure 119, Figure 120 et Figure 121 donnent l'évolution à travers l'épaisseur de cette pression pour les grains n°1 et n°5, en fonction du cas de calcul. Sur ces figures apparaît clairement l'effet de surface puisque la pression hydrostatique, à travers l'épaisseur d'un grain, est globalement plus élevée au cœur qu'en peau. Cette remarque se vérifie également lorsque l'on compare les deux grains. En effet, nous constatons que le grain ayant trois surfaces libres est soumis en moyenne à moins de pression que le grain situé au cœur de l'éprouvette.

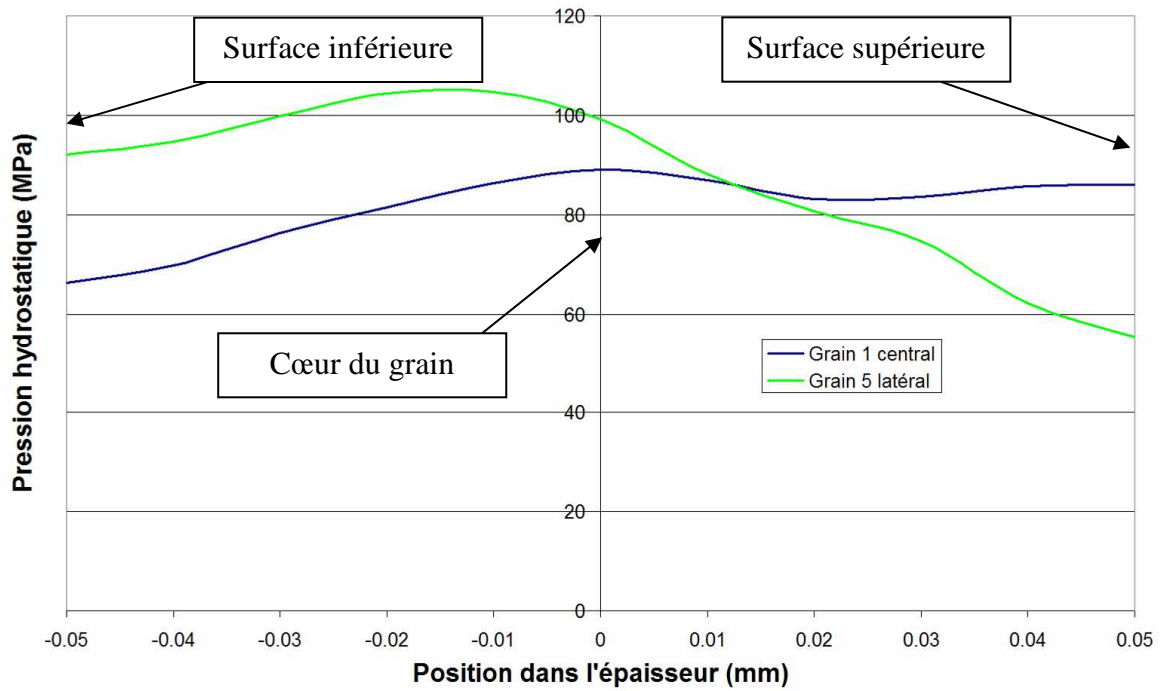


Figure 119 : Evolution de la pression hydrostatique à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°7.

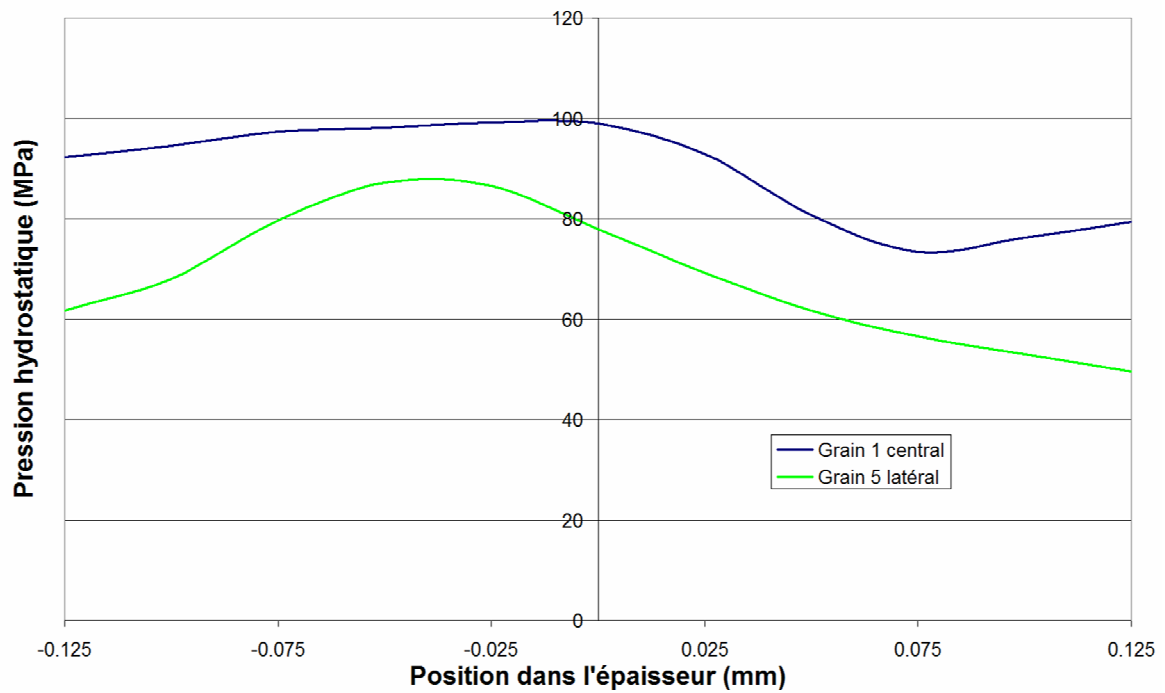


Figure 120 : Evolution de la pression hydrostatique à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°8.

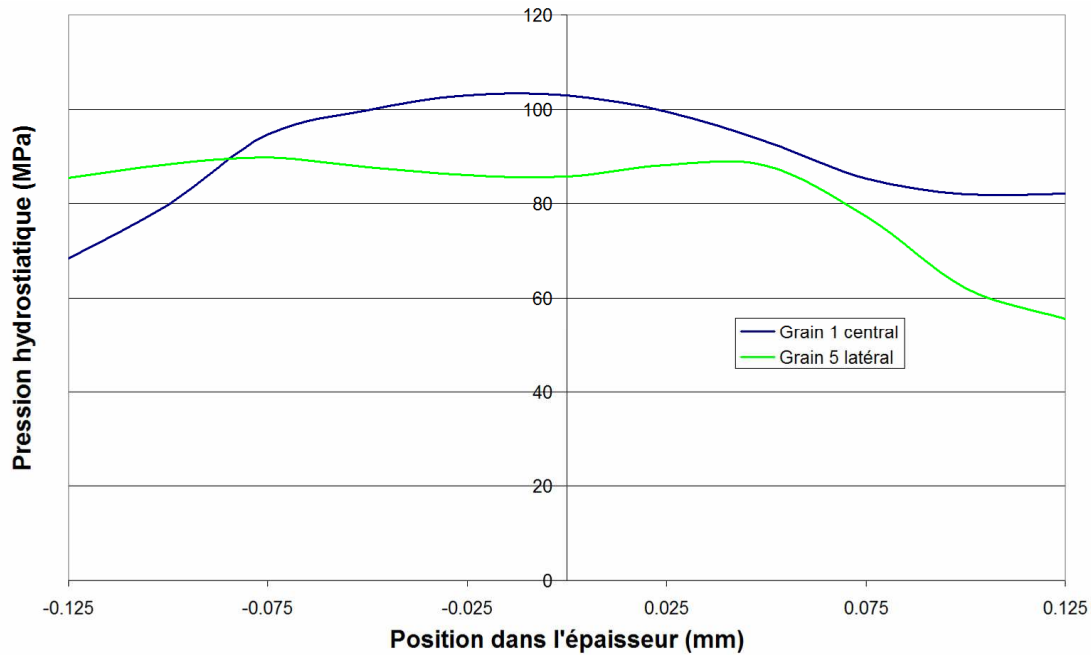


Figure 121 : Evolution de la pression hydrostatique à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°9.

Lorsque nous comparons le niveau de pression hydrostatique dans le grain n°1 obtenus par les différents calculs (voir Figure 122), il apparaît que dans le cas n°9, la contrainte au cœur du grain est plus élevée que dans le cas n°7, alors qu'en surface les valeurs sont semblables. Plus le grain est épais (plus son rapport $\frac{b}{h}$ est faible), plus la pression hydrostatique moyenne qui s'exerce dans ce grain est importante. Ceci explique, par ailleurs, la différence de comportement observée au niveau global entre ces deux cas.

La Figure 123 représente la pression hydrostatique mesurée en surface du grain latéral. Aucune tendance claire ne peut être tirée de ces courbes.

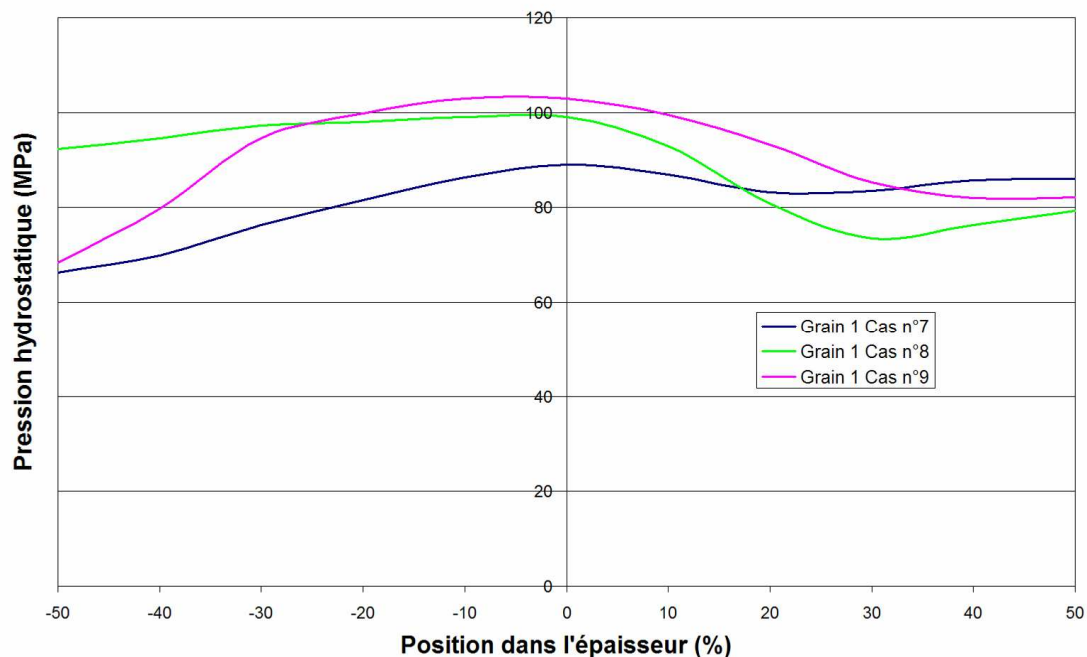


Figure 122 : Evolution de la pression hydrostatique à travers le grain n°1 en fonction du cas de calcul.

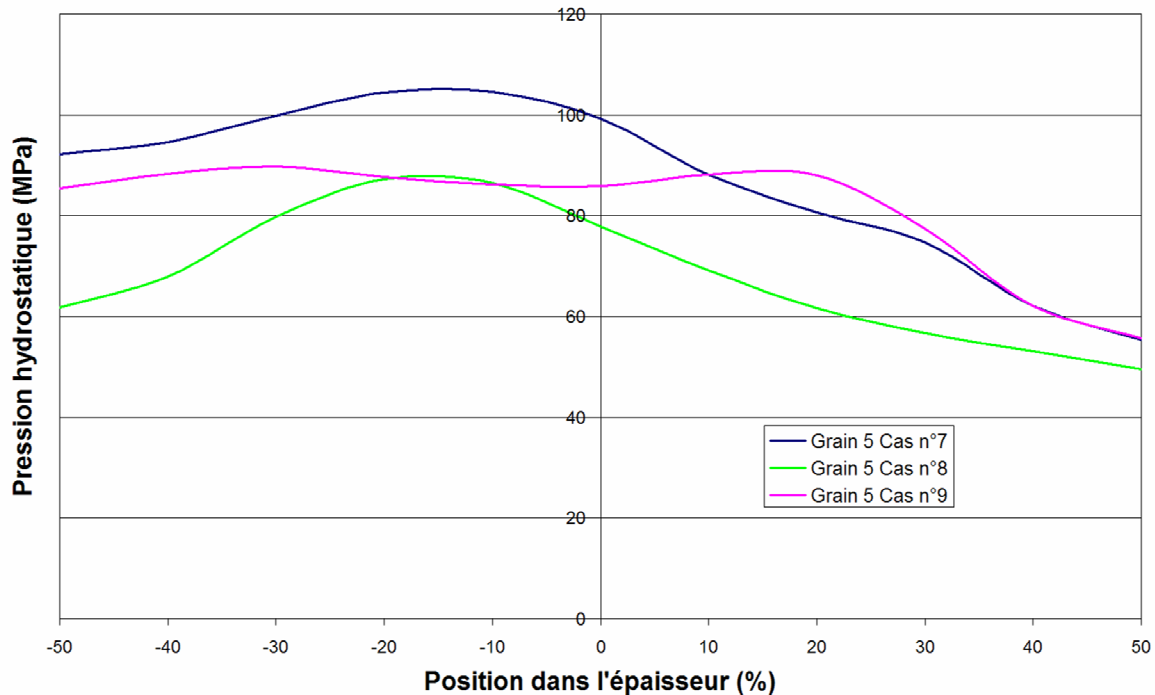


Figure 123 : Evolution de la pression hydrostatique à travers le grain n°5 en fonction du cas de calcul.

3.1.2. Analyse du nombre de systèmes actifs

Avant d'étudier en détail les résultats concernant les systèmes actifs, il est important de rappeler que la loi de comportement mise en œuvre prend en compte la viscosité du matériau. Bien que dans le cas du cuivre pur, la sensibilité à la vitesse de déformation soit faible, le nombre de systèmes actifs, c'est-à-dire ici les systèmes pour lesquels la cisssion résolue est supérieure à la cisssion critique, est d'environ 7 comme le montrent les Figure 124 à Figure 126. Cette valeur est obtenue dans les trois cas pour une vitesse de déformation moyenne de $0,6s^{-1}$ mais est légèrement surestimée par comparaison à celle relevée expérimentalement. Cette différence est liée à la formulation visqueuse choisie pour décrire la plasticité. En fait, l'analyse des valeurs des vitesses de glissement permet de distinguer les systèmes majeurs, mineurs et résiduels. Les systèmes majeurs ont une vitesse de glissement dix fois plus élevée que celles des systèmes mineurs, et mille fois plus élevée que celle des systèmes résiduels [LOR04]. Ce classement permet d'estimer à 3-4 le nombre de systèmes majeurs conformément aux observations expérimentales dans le cas des structures cristallines de type CFC [KOC03]. Dans la suite, les systèmes dits actifs sont comptabilisés selon le critère de comparaison entre la cisssion résolue et la cisssion critique.

Les Figure 124, Figure 125 et Figure 126 donnent l'évolution du nombre de systèmes actifs selon la position dans l'épaisseur des grains 1 et 5, respectivement dans les cas n°7, n°8 et n°9. Nous constatons que le nombre de systèmes actifs est plus faible près de la surface qu'au centre d'un même grain. Cette tendance est observable pour la majorité des grains. Par ailleurs, le nombre de systèmes actifs est moindre dans le grain latéral que dans le grain central. En effet, le grain central présente en moyenne deux systèmes actifs de plus que le grain latéral.

Ces deux résultats sont attribués à la présence de surfaces libres qui facilitent l'écoulement plastique. En effet, l'accommodation plastique requiert moins de systèmes actifs lorsque le grain est en surface que dans le cas où il est plus enrobé.

Remarque : les courbes des Figure 124 à Figure 126 sont obtenues à partir de valeurs extrapolées aux nœuds et par conséquent le nombre de système actifs n'est pas un entier.

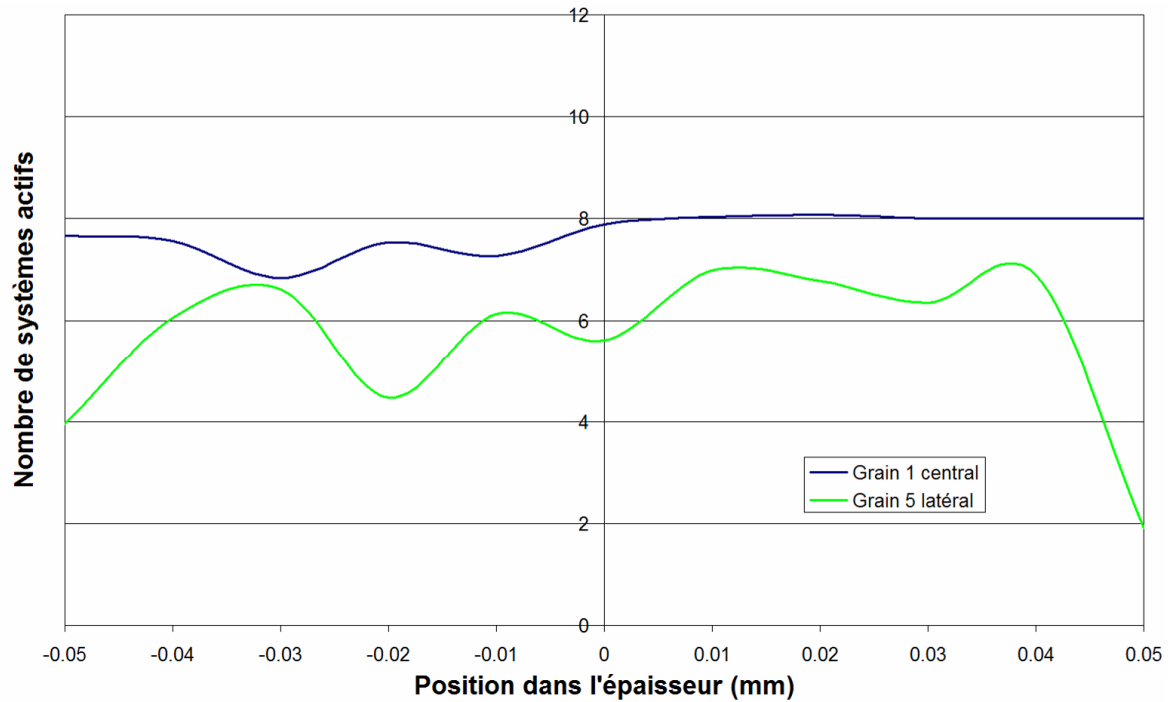


Figure 124 : Evolution du nombre de systèmes actifs à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°7.

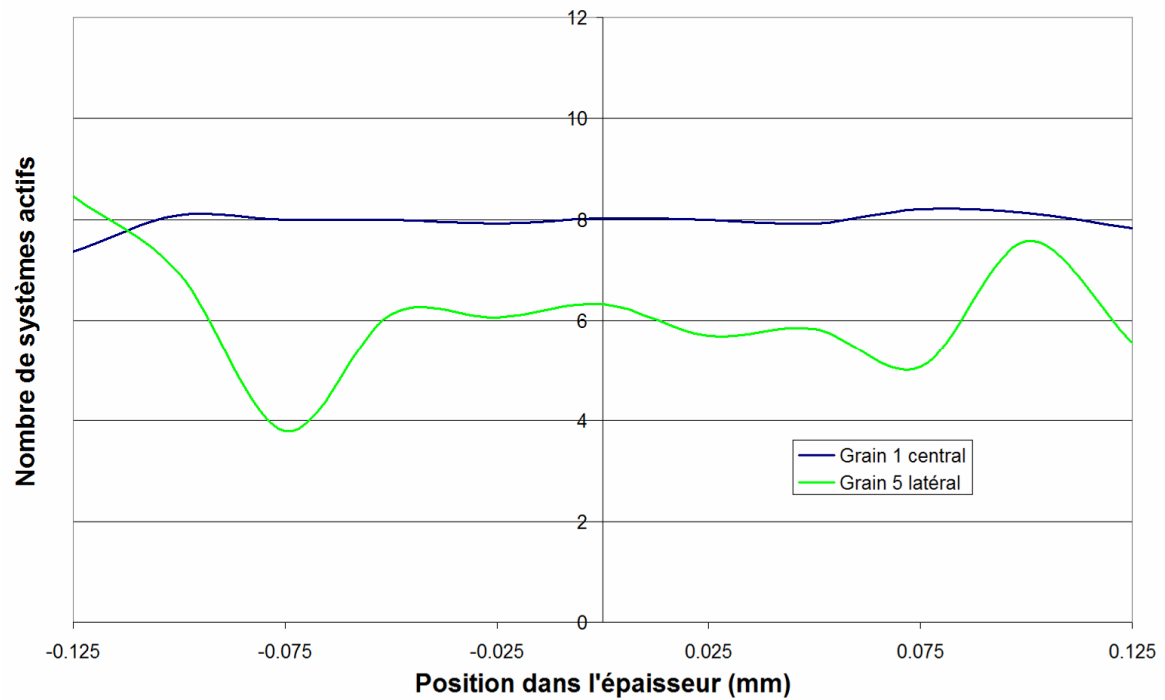


Figure 125 : Evolution du nombre de systèmes actifs à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°8.

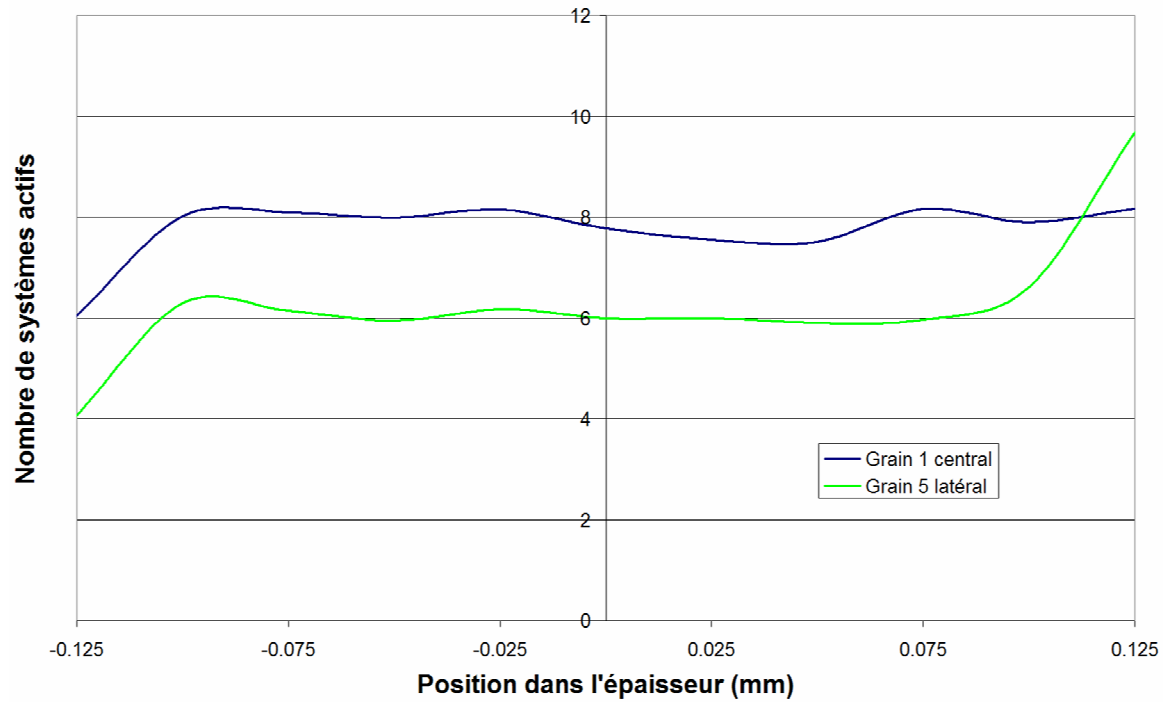


Figure 126 : Evolution du nombre de systèmes actifs à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°9.

Les Figure 127 et Figure 128 permettent la comparaison du nombre de systèmes actifs, pour un grain donné, dans les différents cas. Ces figures ne mettent pas en évidence une influence marquée du ratio $\frac{V}{V_0}$ global de l'éprouvette ou de la taille des grains sur le nombre de systèmes actifs.

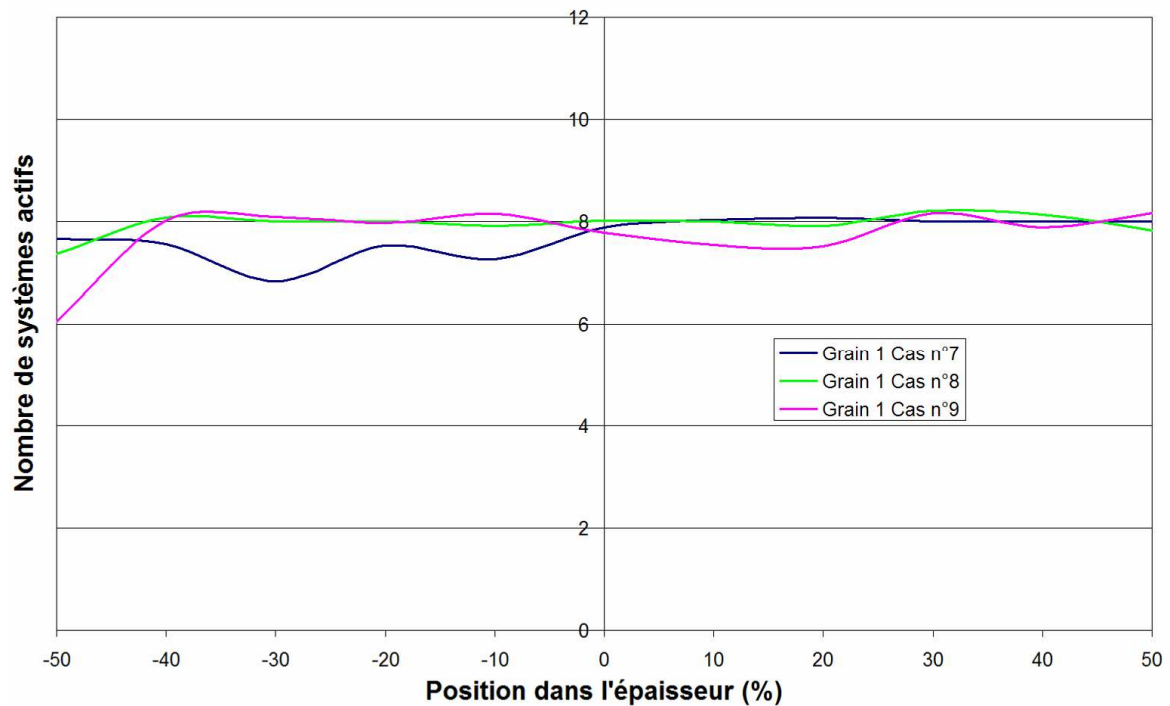


Figure 127 : Evolution du nombre de systèmes actifs à travers le grain n°1 en fonction du cas de calcul.

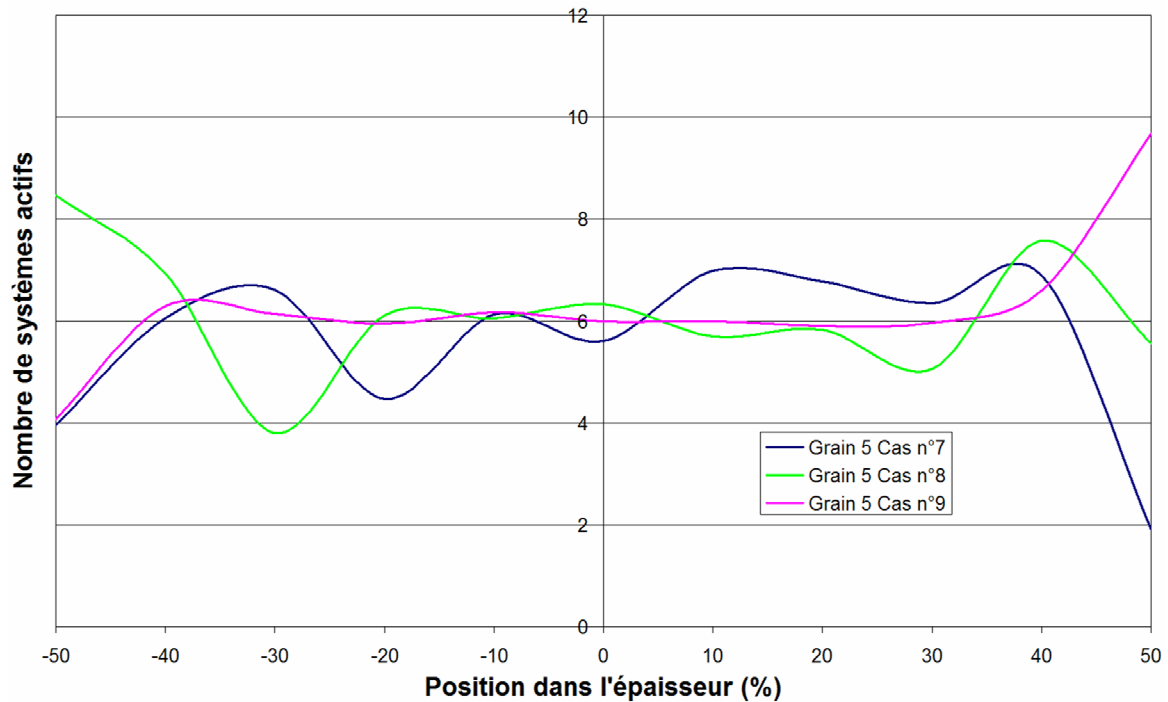


Figure 128 : Evolution du nombre de systèmes actifs à travers le grain n°5 en fonction du cas de calcul.

3.1.3. Analyse de la densité moyenne de dislocations

Les Figure 129 à Figure 131 présentent l'évolution de la densité moyenne de dislocations des grains n°1 et n°5 pour les trois cas. Cette valeur est obtenue en réalisant la moyenne des densités sur les 12 systèmes. De manière générale, la densité moyenne de dislocations est plus importante dans le grain central, plus contraint par son voisinage, que dans le grain latéral bénéficiant proportionnellement à son volume de plus de surface libre. Ceci peut être directement relié au nombre de systèmes actifs présents dans les grains. En effet, plus le nombre de systèmes actifs est important, plus le libre parcours moyen des dislocations est réduit. Ainsi pour un système de glissement, le terme de stockage est plus élevé et par conséquent la densité de dislocation augmente. Nous notons qu'à travers l'épaisseur d'un grain, la densité de dislocation subit de fortes variations et présente une évolution non symétrique par rapport au centre du grain. Le phénomène peau d'orange évoqué dans la partie 2.5. explique la dissymétrie importante des courbes par rapport à l'axe des ordonnées représentant ici la « fibre neutre » de l'éprouvette.

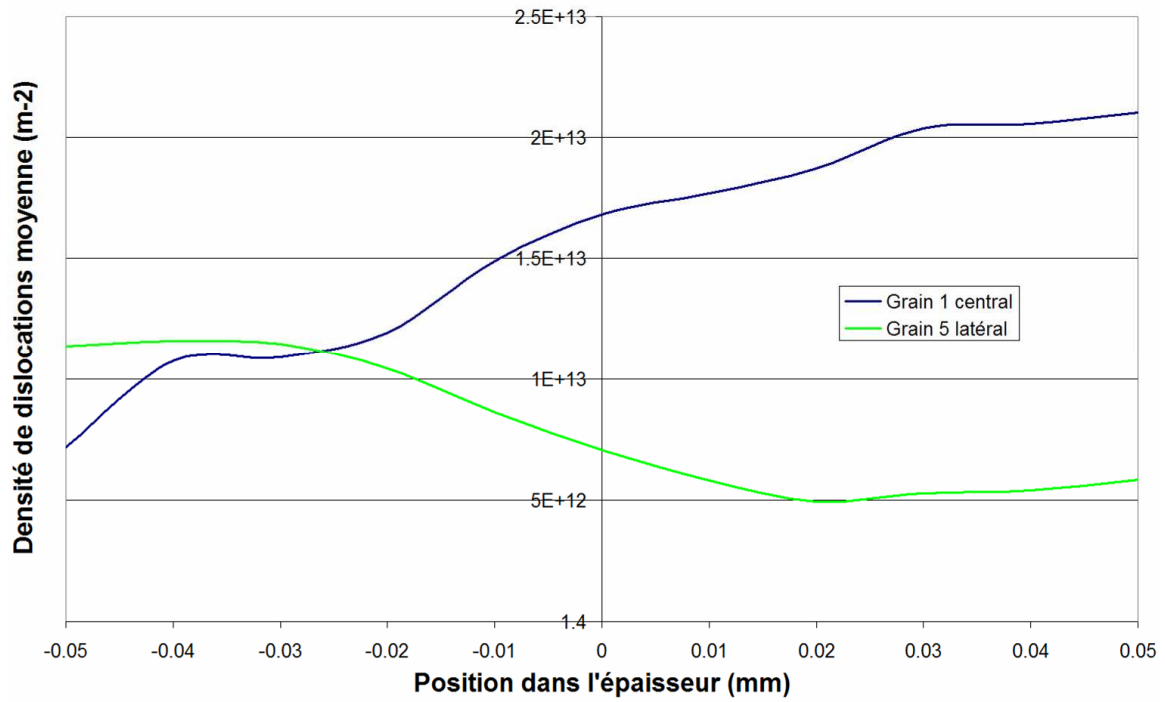


Figure 129 : Evolution de la densité de dislocations moyenne à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°7.

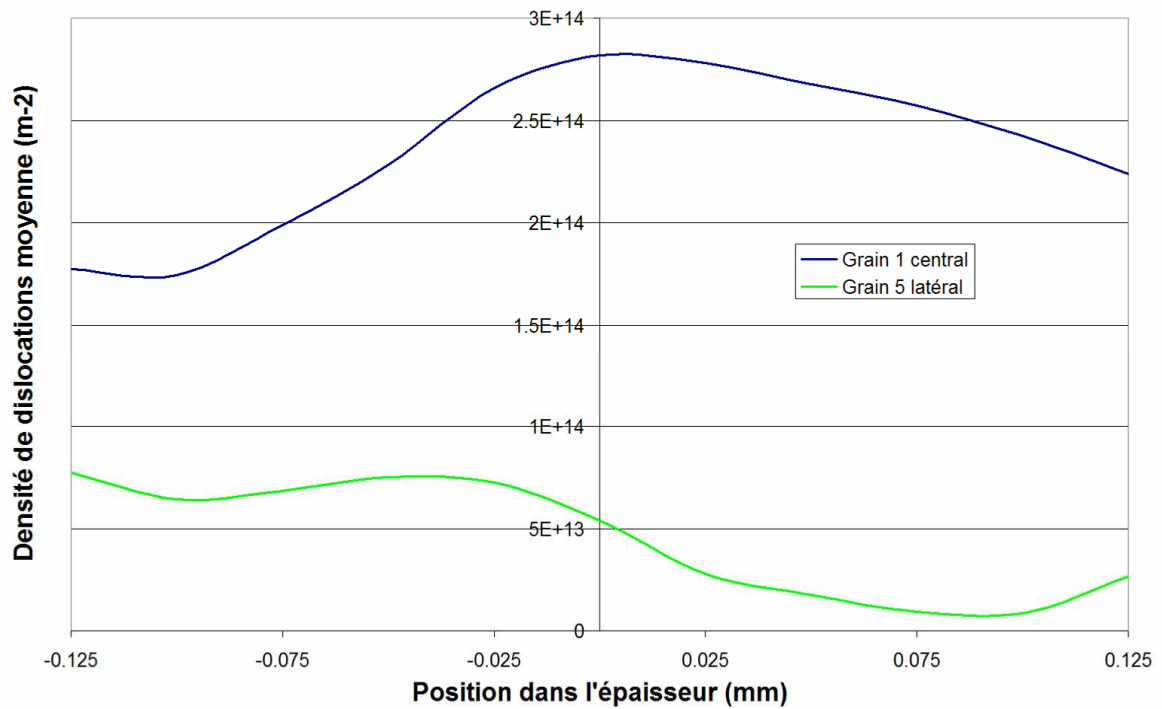


Figure 130 : Evolution de la densité de dislocations moyenne à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°8.

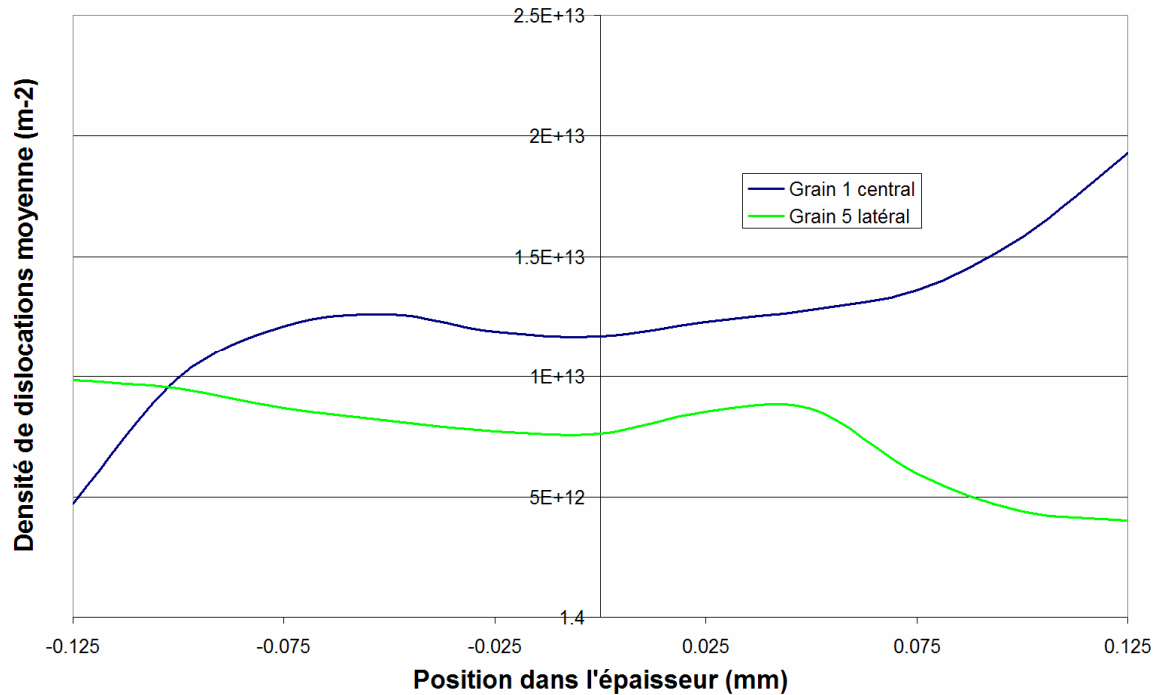


Figure 131 : Evolution de la densité de dislocations moyenne à travers les grains n°1 et n°5 dans le cas n°9.

Les Figure 132 et Figure 133 permettent de comparer les densités de dislocations moyennes obtenues pour chacun des deux grains étudiés en fonction du modèle. Dans les cas n°7 et 9, l'évolution de la densité de dislocations moyenne est quasi-identique, alors que le cas n°8 se démarque très nettement en affichant une densité moyenne sensiblement supérieure.

L'étude globale ayant mis en évidence un écrouissage plus faible du cas n°8, il apparaît que les deux grains utilisés pour le dépouillement des résultats ne sont pas représentatifs de l'ensemble de la population. En effet, ils présentent tous les deux une densité de dislocations moyenne assez importante, ce qui semble en contradiction avec le comportement relativement souple obtenu globalement.

Comme nous l'avons spécifié en introduction de cette étude, les valeurs de densité de dislocations sont données pour une déformation globale de l'éprouvette de 0,2 mesurée dans la direction de traction. Or une analyse de la déformation au niveau des grains met en évidence une forte disparité en fonction des cas. Par exemple, pour cette valeur de déformation globale de 0,2, le grain n°1 présente pour les cas n°7 et n°9 une déformation totale mesurée suivant la direction de traction de l'ordre de 0,22 alors que dans le cas n°8 ce même grain atteint une valeur de 0,37. Cette forte valeur de déformation du grain n°1 dans le cas n°8 par rapport à celles des cas n°7 et n°9 explique l'importante densité moyenne de dislocations relevée par exemple sur la Figure 132.

Cette analyse illustre l'importance du voisinage sur le niveau de contrainte et donc sur la déformation d'un grain. En effet, seul la modification du voisinage permet d'expliquer pourquoi le grain n°1 dans le cas n°8 se déforme plus que dans les deux autres cas.

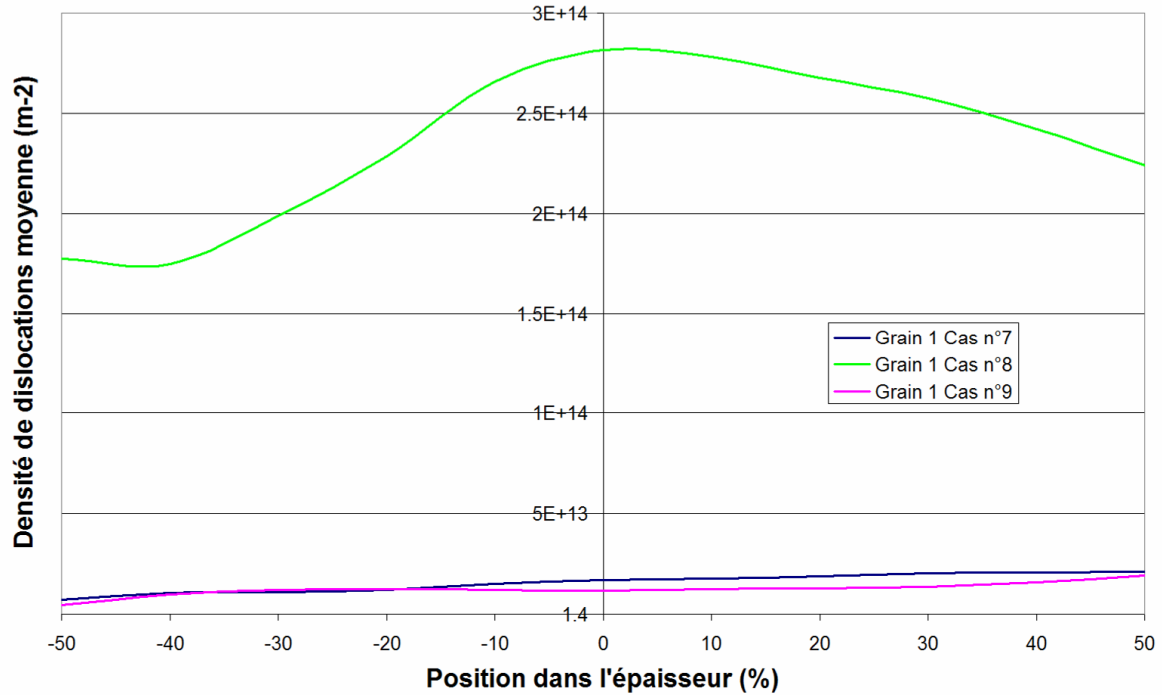


Figure 132 : Evolution de la densité de dislocations moyenne à travers le grain n°1 en fonction du cas de calcul.

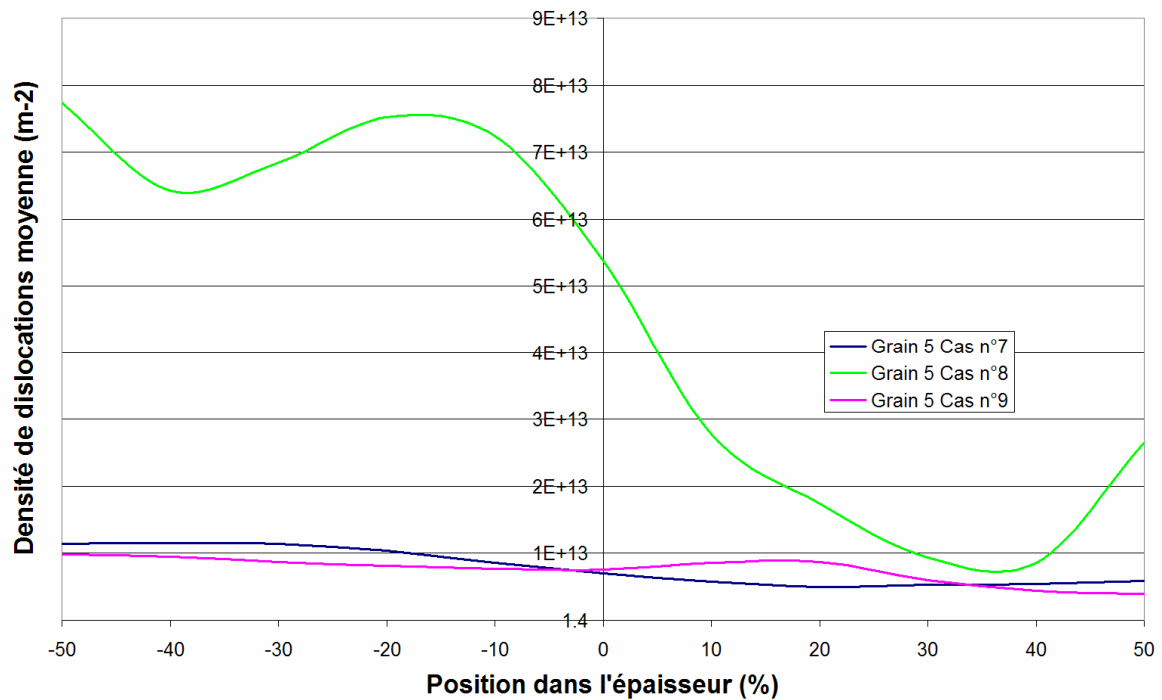


Figure 133 : Evolution de la densité de dislocations moyenne à travers le grain n°5 en fonction du cas de calcul.

3.2. Influence de la distribution de taille de grains

La germination avec une vitesse de croissance des grains variable conduit, comme nous l'avons vu sur la Figure 114, à une distribution de tailles de grains étendue. Nous analysons ici deux grains dont le diamètre est différent, afin de vérifier si l'hypothèse que nous avons avancée concernant l'influence des gros grains se vérifie. Pour cela, un petit grain ainsi qu'un

gros grain sont sélectionnés. Les caractéristiques de ces deux grains sont données dans le Tableau 13 et sur la Figure 134. Sur cette dernière figure, la direction de traction correspond au pôle 001.

Dans la suite, les évolutions des variables d'états sont obtenues en effectuant la moyenne des valeurs aux points d'intégration des éléments appartenant entièrement au grain considéré.

N° de grain	Diamètre (μm)	φ_1 (Rad)	Φ (Rad)	φ_2 (Rad)
2	70	0,76	1,15	5,23
18	170	4,45	0,57	3,85

Tableau 13 : Diamètre et orientation des grains n°2 et n°18 dans le cas de calcul n°10.

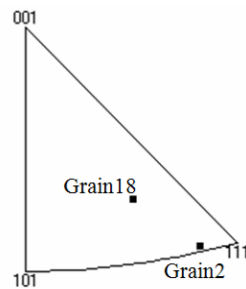


Figure 134 : Représentation sur une figure de pôles inverse des orientations des grains 2 et 18 dans le cas de calcul n°10.

3.2.1. Analyse de la relation contrainte-déformation

La Figure 135 permet la comparaison des courbes contrainte-déformation des deux grains avec la courbe obtenue sur l'éprouvette entière. Le comportement plus « raide » du petit grain y est clairement visible alors que le gros grain paraît plus souple en proposant un comportement proche de la réponse globale. Cette observation est confortée par la Figure 136 montrant, qu'à un instant de temps donné, la déformation plastique dans la direction de traction du gros grain est environ 50% supérieure à celle du grain n°2.

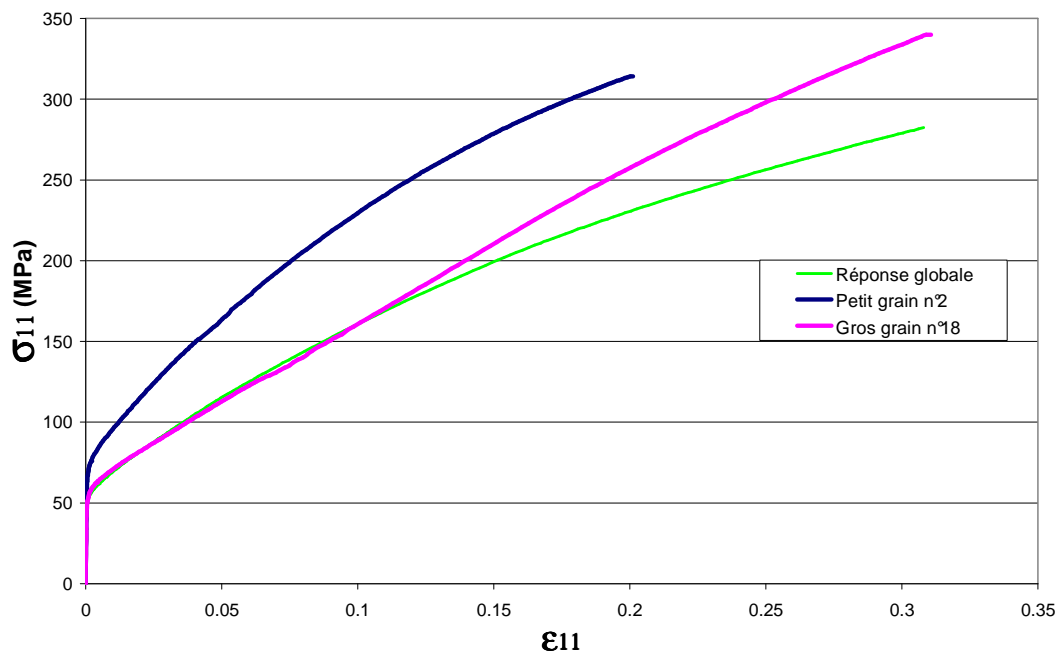


Figure 135 : Evolution de la contrainte dans la direction de traction à travers les grains n°2 et n°18 avec en référence le comportement global de l'éprouvette dans le cas n°10.

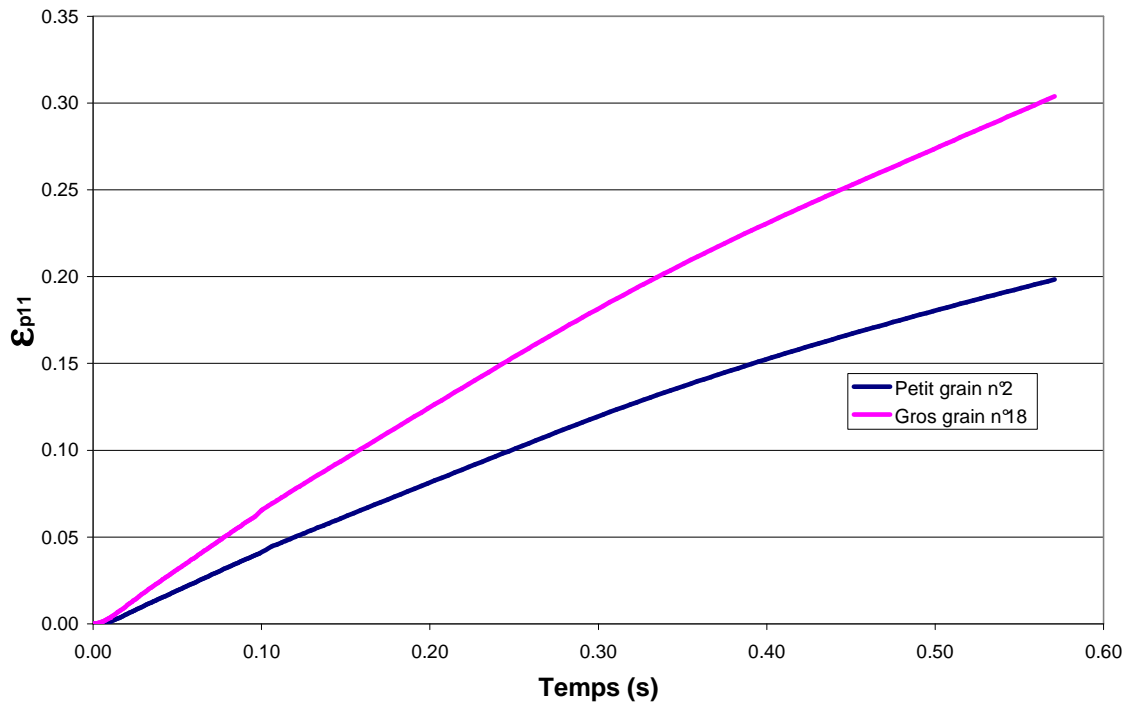


Figure 136 : Evolution de la déformation plastique dans la direction de traction des grains n°2 et n°18 dans le cas n°10.

La différence de fraction volumique de ces deux grains explique que le gros grain influence plus la réponse globale que le petit. Il est donc naturel d'obtenir un adoucissement du comportement lorsque des gros grains sont présents dans la structure, comme l'a illustré la Figure 115. Il est important de noter sur les Figure 135 et Figure 136 que le petit grain a une déformation maximale limitée. Par conséquent, nous sommes en droit d'imaginer que la localisation de la déformation, que nous avons évoquée à plusieurs reprises dans le premier chapitre, prendra naissance préférentiellement dans les gros grains.

Pour compléter l'exploitation de la Figure 135, nous remarquons que le petit grain a une limite élastique apparente 25% plus élevée que le gros grain. La forte activité plastique imposée au petit grain par son voisinage, pour permettre l'accommodation des déformations, se répercute sur la courbe globale contrainte-déformation. L'intensité de l'activité plastique est étudiée, dans le paragraphe suivant, par l'analyse de l'évolution du nombre de systèmes actifs puis de celle de la densité moyenne de dislocations dans les grains n°2 et 18.

3.2.2. Analyse des variables locales

La Figure 137 fournit l'évolution du nombre de systèmes actifs en fonction du temps. Les deux courbes présentées sur cette figure ont la même allure. En effet, le nombre de systèmes actifs augmente quasi-instantanément lors de l'initiation de la plasticité, pour ensuite rester constant. La comparaison des deux grains montre que le petit grain présente au début de la plasticité un nombre de systèmes actifs supérieur à celui du gros grain. Ceci traduit que le petit grain n°2 est plus contraint par son voisinage que le grain n°18. Cependant la faible différence observée ne peut, à elle seule, expliquer l'allure des courbes de la Figure 135.

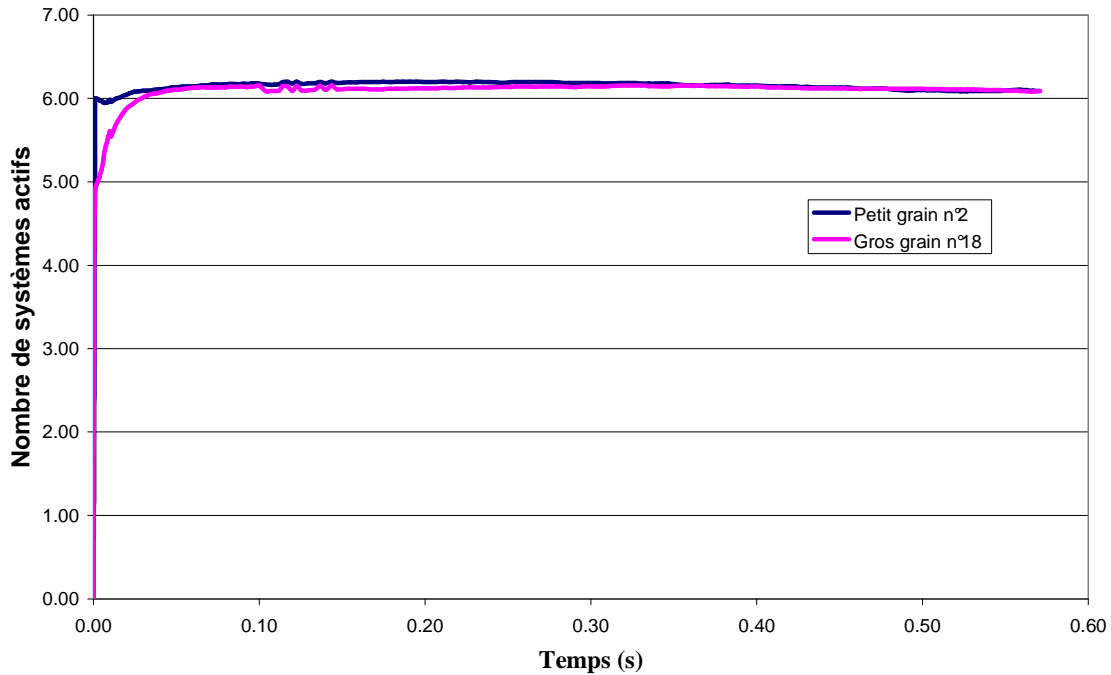


Figure 137 : Evolution du nombre de systèmes actifs en fonction du temps des grains n°2 et n°18 dans le cas n°10.

La Figure 138 représente l'évolution de la densité moyenne de dislocations en fonction de la déformation totale dans la direction de traction. Le petit grain présente une densité de dislocations toujours supérieure à celle du gros grain. Dès le début de la déformation, le petit grain voit sa densité moyenne de dislocations augmenter plus rapidement que celle du gros grain. Deux phénomènes conduisent à ce résultat :

- l'accommodation de la déformation imposée au petit grain par son voisinage implique une production de dislocations élevée,
- parallèlement, la faible surface libre du petit grain ne permet pas une annihilation des dislocations importante.

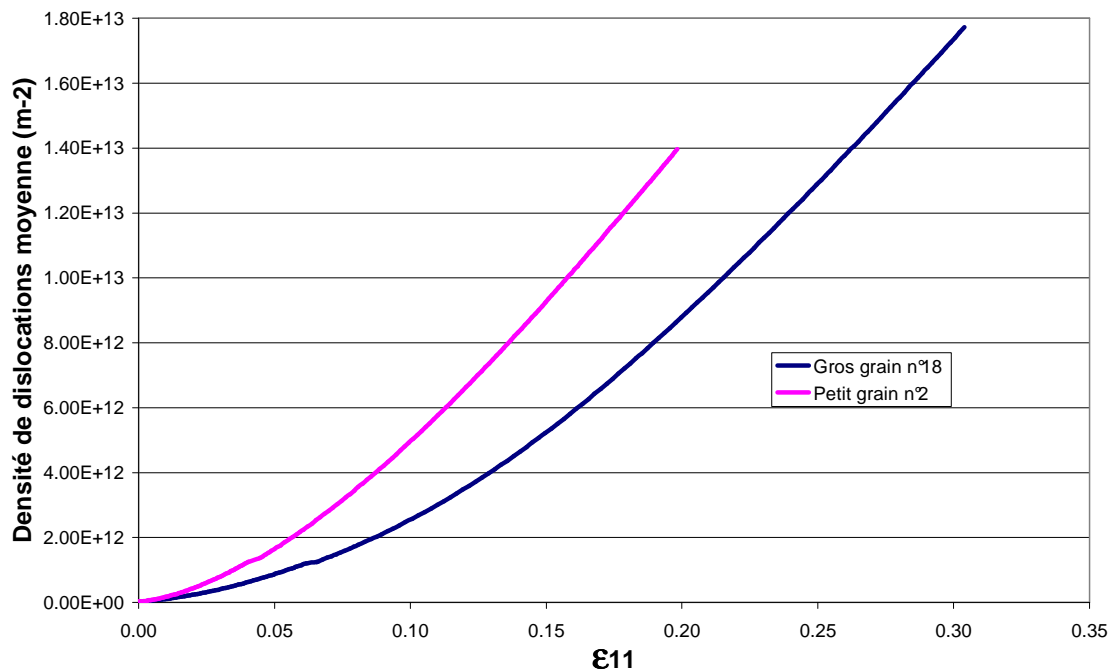


Figure 138 : Evolution de la densité de dislocations moyenne des grains n°2 et n°18 dans le cas n°10.

4. Bilan

Le chapitre 4 démontre que l'approche développée est fonctionnelle et qu'elle est non seulement un outil de dimensionnement, ce pour quoi elle a été initialement développée, mais également un laboratoire virtuel dans lequel peuvent être conduits de nombreux essais et observations. Grâce à cet outil, nous avons pu vérifier que la surface libre est la clé de la modification du comportement du matériau dans le cas des tôles minces. Son influence est prise en compte soit :

- par le ratio S/V ,
- par la fraction volumique de grains surfaciques f_s ,
- par le couplage de ces deux paramètres $S/V \cdot f_s$. Ce dernier paramètre est, apparemment, en relation quasi-proportionnel avec la contrainte d'écoulement macroscopique.

Une distribution de taille de grains étalée impliquant la présence de gros grains en comparaison de l'épaisseur de la structure peut aussi accentuer l'influence de la surface libre. En effet, les gros grains ont statistiquement une surface libre importante et présentent par conséquent un comportement adouci par rapport aux grains noyés dans le volume. Du fait de leur forte fraction volumique, ces gros grains conduisent à un adoucissement global du comportement macroscopique. La fraction volumique de grains surfaciques contenus dans le volume étudié intervient pour qualifier de façon pertinente le comportement des tôles minces. Dans le cas d'une taille de grains régulière, cette proportion est facilement quantifiable. A contrario, si la distribution de taille de grains est large, l'estimation de la fraction volumique de grains surfaciques est beaucoup plus délicate. Ainsi, la prise en compte des gros grains seuls fournit une bonne représentativité du comportement global.

L'étude locale que nous avons menée dans un deuxième temps a permis de vérifier, qu'à l'échelle du grain, le voisinage a une incidence très marquée sur la réponse macroscopique.

A terme, l'approche développée doit être appliquées aux mini-composants. Il est alors nécessaire de valider le modèle dans des conditions proches de celles rencontrées en mise en forme. Cette phase nécessite la mise en œuvre d'une machine d'essai in situ spécifique. Le chapitre suivant décrit la conception, la réalisation et la mise au point de cette machine. Les premiers résultats expérimentaux obtenus sont également présentés.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [DOD87] B. Dodd, Y. Bai, *Ductile Fracture and Ductility*, Academic Press, London, p. 2-28, 1987.
- [FRA91] D. François, A. Pineau, A. Zaoui, *Comportement mécanique des matériaux Volume I*, Editions HERMES, 1991.
- [FIV97] M. Fivel, *Etudes numériques à différentes échelles de la déformation plastique des monocristaux de structure CFC*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1997.
- [HAL51] E.O. Hall, Proc. Phys. Soc. London, Vol B64, p. 747-53, 1951.
- [KAL00] T.A. Kals, R. Eckstein, *Miniaturization in sheet metal working*, Journal of Materials Processing Technology 103, p. 95-101, 2000.
- [KEL89] R. Keller, W. Zielinski, W.W. Gerberich, *On the onset of low-energy dislocation substructures in fatigue: grain size effects*, Mater. Sci. Eng. A113, p. 267-280, 1989.
- [KOC03] U.F. Kocks, H. Mecking, *Physics and phenomenology of strain hardening: the FCC case*, Progress in Materials Science 48, p. 171-273, 2003.
- [LOR04] J.P. Lorrain, *Critère de ductilité basé sur la perte d'ellipticité du module tangent élastoplastique déduit d'un modèle autocohérent*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Metz, 2004.
- [MIY79] S. Miyazaki, H. Fujita, H. Hiraoka, *Effect of specimen size on the flow stress of rod specimens of polycrystalline Cu-Al alloy*, Scripta Metall 13, p. 447-449, 1979.
- [NEU92] P. Neumann, *The effect of surface related grain boundary stresses on fatigue*, Scripta Metall. 26, p. 1535-1540, 1992.
- [PET53] N.J. Petch, J. Iron Steel Inst, Vol 17, p. 25-28, 1953.
- [PIC99] P. Picart, *Characterization and modelisation of metal forming for micro components*, Proceedings of the Sixth International Conference of Technology of Plasticity, p. 33-36, 1999.
- [WEI02] B. Weiss, V. Gröger, G. Khabti, A. Kotas, P. Zimprich, R. Stickler, B. Zagar, *Characterization of mechanical and thermal properties of thin Cu foils and wires*, Sensors and actuators A 99, p. 172-182, 2002.

CHAPITRE 5 : DEVELOPPEMENT D'UNE MINI-MACHINE D'ESSAI ERICHSEN MODIFIE ET PREMIERS RESULTATS

Afin d'exploiter pleinement les capacités du nouvel outil numérique que nous avons développé, il nous faut acquérir un certain nombre d'informations expérimentales qui ne peuvent pas être obtenues uniquement par le biais de la mini-machine de traction.

Une nouvelle mini-machine d'essai a donc été conçue afin de permettre de :

- collecter les paramètres matériaux liés à la sensibilité à la vitesse de déformation. Les essais de traction étant réalisés en quasi-statique, les coefficients de viscosité de la loi de comportement ne peuvent être identifiés précisément. De plus, nous avons vu dans le chapitre 3 que la loi de comportement développée est très sensible à ces paramètres et en particulier à l'exposant m . La nouvelle mini-machine doit donc couvrir une grande gamme de vitesse de sollicitation.
- valider la loi de comportement sur un essai mécanique générant des champs de contrainte et de déformation plus complexes qu'un simple essai de traction. En effet, pour être représentatives, l'observation des mécanismes de déformation plastique et la mesure du comportement des tôles minces doivent être conduites dans des conditions de chargement les plus proches possibles des conditions réelles de mise en forme des mini composants.

Ce chapitre présente dans un premier temps la démarche de conception, la réalisation, la mise au point de cette machine. Les perspectives d'exploitation de cette machine étant nombreuses, les premiers résultats expérimentaux sont exposés en s'appuyant sur quelques exemples d'utilisation.

1. Développement d'une nouvelle mini-machine d'essai

Dans cette partie nous décrivons de manière chronologique les différentes étapes qui ont conduit au développement de la nouvelle mini-machine d'essai.

1.1. Cahier des charges

Afin de répondre aux attentes de notre étude, le test que nous devons réaliser doit satisfaire le cahier des charges synthétisé ci-après.

Certaines contraintes sont à respecter « impérativement », tandis que d'autres sont « optionnelles » en fonction des caractéristiques microstructurales que nous souhaitons mesurer.

Les contraintes « impératives » :

- permettre la mesure de la réponse globale dans les domaines élastique et surtout plastique d'une éprouvette d'épaisseur 0,1mm,
- offrir une large gamme de vitesses de déformation : $0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^1 s^{-1}$,
- introduire un état de déformation complexe dans l'éprouvette afin de compléter l'essai de traction uniaxiale,
- permettre une déformation homogène de l'ordre de 0.5,
- permettre l'observation in situ de la surface de l'échantillon par le biais d'un microscope optique ou à balayage électronique. Dans ce cas il faut éviter la refocalisation en présentant une surface observable de l'échantillon fixe.
- fonctionner sous atmosphère réduite (pression absolue de l'ordre de 10^{-4} bars) et ne pas générer de pollution dans la chambre du microscope à balayage,
- le volume du dispositif ne doit pas excéder les dimensions disponibles dans la chambre du microscope électronique à savoir : $100 \times 100 \times 70 \text{ mm}^3$.

Les contraintes « optionnelles » :

- observer in situ l'apparition et l'évolution de la microstructure de déformation (systèmes de glissement actifs, zones de déformation intenses, endommagement...),
- observer l'évolution de morphologie des grains in situ,
- observer l'évolution de la texture cristallographique in situ. Pour ce faire, la surface de l'échantillon doit être fixe et accessible par des rayons à incidence quasi-rasante (dans le cas de la mesure de texture par diffraction des rayons X).

L'analyse critique des tests existants présentée ci-après est conduite en fonction de ces critères. Dans un souci de simplification, les principes de fonctionnement et d'analyse se limitent au cas du comportement élastique linéaire du matériau testé. Cependant, des traitements de données plus élaborés permettent dans tous les cas d'accéder au comportement plastique.

1.2. Revue des essais mécaniques sur tôles minces

Dans cette partie nous effectuons une revue bibliographique des différents tests mécaniques pouvant être mise en œuvre sur des tôles minces.

1.2.1. Test de micro-indentation [KRA01], [LI01]

Principe de l'essai : Un indenteur est pressé sur un film comme schématisé Figure 139. La relation entre le chargement et l'enfoncement de l'indenteur est enregistrée pour l'interprétation. La technique de l'indentation fournit un moyen simple de déterminer le module élastique du film étudié. Lors du retrait de l'indenteur, la profondeur de l'empreinte rémanente est fonction du retour élastique du matériau.

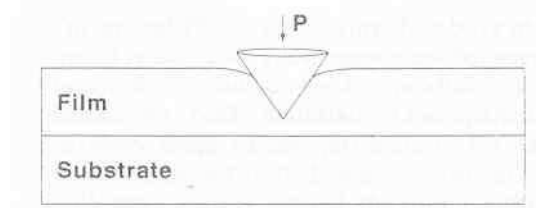


Figure 139. Schéma illustrant l'essai de micro-indentation.

Le module d'Young effectif E_r est obtenu à partir de la pente de la courbe de déchargement :

$$\frac{dP}{dH} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \beta \sqrt{AE_r} \quad (5.1)$$

où P est la force appliquée, H la hauteur de pénétration, A l'aire de contact et β un paramètre adimensionnel dépendant de la géométrie de l'indenteur.

Principal inconvénient : Il n'est pas possible d'observer la surface déformée pendant l'essai puisqu'elle est masquée par l'indenteur.

1.2.2. Flexion deux points [KRA01], [FER01], [FU01]

Principe de l'essai : Une micro-poutre est chargée à l'aide d'un indenteur, voir Figure 140. Les propriétés mécaniques du matériau testé sont obtenues grâce à la courbe charge-déflexion. Quand les déplacements sont faibles et que le matériau est considéré homogène et isotrope, l'équation classique s'appliquant à une poutre encastrée-libre permet d'obtenir facilement le module d'Young E du matériau. La relation entre la déflexion δ sous une charge

P appliquée à l'extrémité libre de la poutre de longueur L , de largeur b , et de hauteur h , est la suivante:

$$\delta = \frac{4PL^3}{bEh^3} \quad (5.2)$$

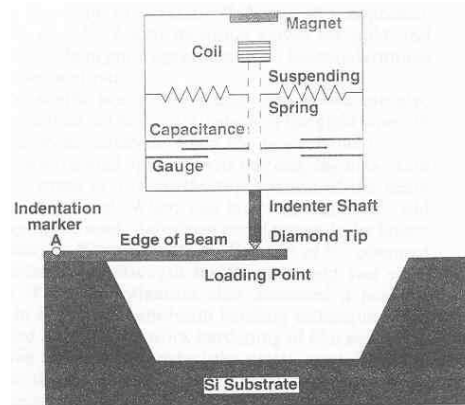


Figure 140. Schéma d'un nano-indenteur utilisé pour l'essai de flexion d'une micro-poutre encastrée.

Principal inconvénient : La zone déformée est en mouvement pendant l'essai donc difficile à observer et les déformations générées sont faibles.

1.2.3. Flexion trois points [STO98]

Principe de l'essai : Ce test est basé sur le même principe que le test de flexion deux points. Les deux extrémités de la poutre sont fixées pendant qu'une charge est appliquée au milieu de celle-ci. Une autre façon de réaliser ce test et de fixer le point milieu de la poutre est de charger ses extrémités comme l'illustre la Figure 141. Dans ce cas, la partie la plus déformée au milieu de la poutre n'est pas mobile et peut donc faire l'objet d'une observation in situ aisée.

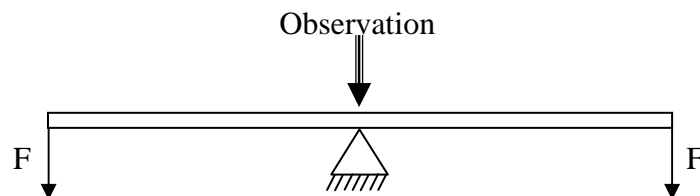


Figure 141. Schéma du test de flexion trois points permettant l'observation in situ.

Principal inconvénient : Ce test n'est pas complémentaire de l'essai de traction car l'état de contrainte de la zone observable est trop proche de celui obtenu en traction uniaxiale.

1.2.4. Test de traction biaxé

Principe de l'essai : Le test de traction biaxé, schématiquement représenté sur la Figure 142, présente les mêmes avantages que l'essai de traction uniaxiale tout en permettant des trajets de déformation plus complexes.

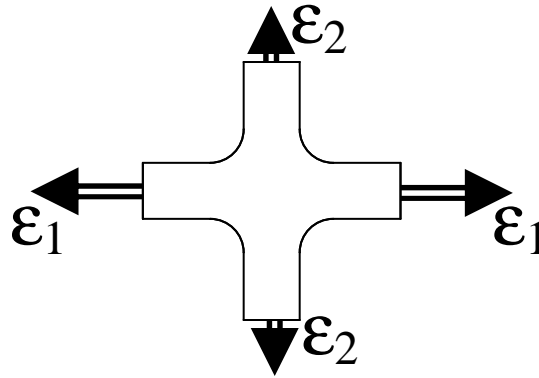


Figure 142. Schéma de principe du test de traction biaxé.

Principaux inconvénients : Les déformations obtenues au centre de l'échantillon restent faibles avant rupture. De plus la cinématique d'une telle machine est complexe de par le fait qu'il y ait deux mouvements totalement indépendants à générer et piloter.

1.2.5. Test d'emboutissage [SAO01]

Principe de l'essai : Le principe de ce test est schématisé Figure 143. L'état de contrainte obtenu au centre de l'échantillon est un état de traction biaxiale. Les principaux avantages de cette méthode sont :

- Dans le cas où le poinçon est fixe et la matrice mobile, l'observation de la partie centrale du flan est possible pendant le chargement à condition que la matrice soit débouchante,
- en fonction de la forme du flan de départ, le chargement peut varier d'un état de contrainte de traction uniaxiale à biaxiale.

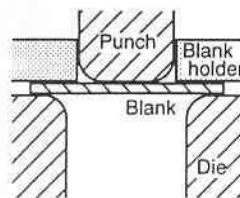


Figure 143. Vue en section d'un outillage de micro-emboutissage dans une configuration classique.

Principal inconvénient : Si le serre-flan n'est pas utilisé pour brider complètement l'échantillon, un glissement de ce dernier intervient en générant des frottements qui perturbent l'interprétation des résultats. A cause de ces problèmes de frottement, il est nécessaire de modifier la forme du poinçon afin d'obtenir des déformations importantes.

1.2.6. Essai de gonflement [KRA01], [MEN59]

Principe de l'essai : Ce test produit un état de contrainte similaire à celui obtenu avec les tests de traction biaxée ou d'emboutissage présenté plus loin. Un flan circulaire, dont le pourtour est bridé, est utilisé comme une membrane, voir Figure 144. L'application d'une pression par le biais d'un fluide sur l'une des faces de l'échantillon, provoque son gonflement. L'état de contraintes n'est perturbé par aucun effet de bord.

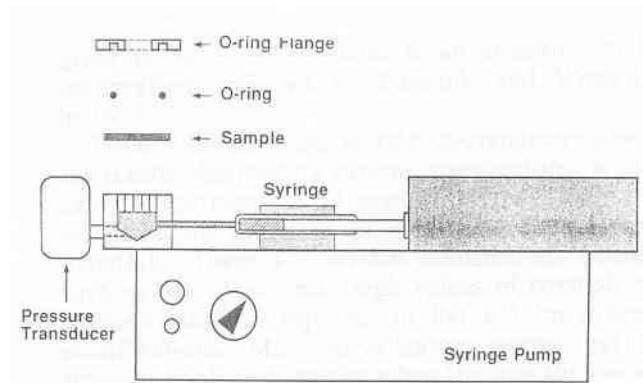


Figure 144. Schéma de principe d'une machine de bombement.

Principaux inconvénients : Ce test apparaît d'emblée incompatible avec une utilisation sous MEB en raison de la dépression régnant dans la chambre du canon à électrons. De plus la surface déformée est en mouvement pendant la déformation et ne peut donc pas être observée facilement.

1.2.7. Test de torsion de disque [SZC90]

Principe de l'essai : Un disque troué en son centre est bridé au niveau de ses pourtours extérieur et intérieur, voir Figure 145. L'une des deux brides tourne autour de l'axe de l'échantillon pendant que l'autre est fixe. L'évolution du couple et de l'angle de rotation résultants de ce mouvement est enregistrée. Un réseau de lignes radiales et concentriques est au préalable déposé sur le disque comme le montre la Figure 146. L'analyse de la déformée des lignes et de l'enregistrement du couple permet de déterminer la relation contrainte/déformation du matériau

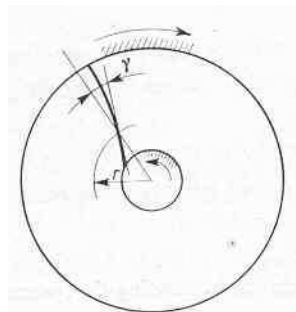


Figure 145. Détermination des déformations à partir des mesures de la distorsion des rayons.

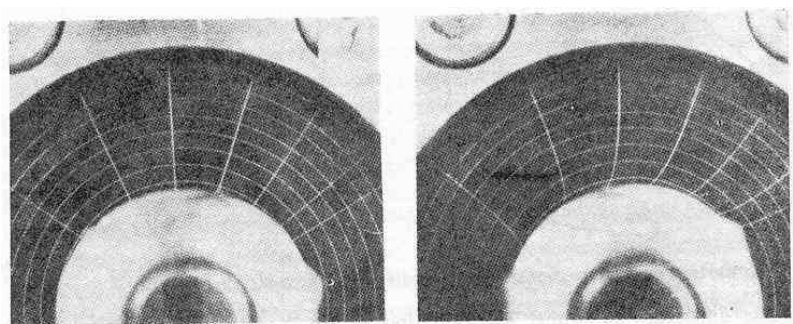


Figure 146. Déformation des rayons sur un disque en torsion.

La contrainte de cisaillement est calculée en tout point de la manière suivante:

$$\tau = \frac{M}{2\pi r^2 h} \quad (5.3)$$

avec : M le couple, r le rayon et h l'épaisseur du film.

Principal inconvénient : Les champs de contrainte et de déformation sont variables en fonction du rayon, ce qui rend difficile l'exploitation directe des observations.

1.3. Description du test retenu

1.3.1. Principe du test

L'étude bibliographique synthétisée précédemment n'a pas mis en évidence un test répondant aux critères fixés. Pour respecter au mieux le cahier des charges, nous avons associé plusieurs principes vus précédemment. L'essai de bombement combiné à l'essai d'emboutissage nous paraît être un bon compromis, à condition d'éliminer leurs défauts respectifs. La Figure 147 présente un schéma de l'essai développé. Il est nommé dans la suite du document « essai d'Erichsen modifié » en raison des similitudes qu'il présente avec le test d'expansion sur poinçon largement répandu pour la mesure de l'aptitude au formage de tôles d'épaisseurs millimétriques [NF03]. Sur ce schéma, l'échantillon est d'une épaisseur de 0,1mm. Pour limiter les perturbations liées au frottement, le serre-flan est bridé de façon à interdire tout glissement de l'échantillon. Le poinçon étant fixe, la partie centrale de l'échantillon peut donc être observée pendant la déformation au travers de la matrice qui est débouchante et chanfreinée pour libérer un large angle de vision.

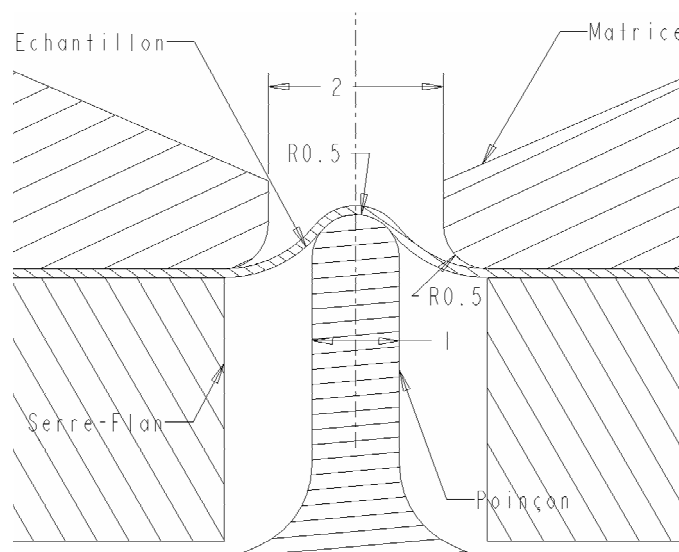


Figure 147. Schéma de l'essai d'Erichsen modifié représenté dans une configuration échantillon déformé (cotes en millimètres).

1.3.2. Etude de pré dimensionnement

Une simulation numérique par éléments finis de l'essai est conduite pour évaluer :

- la course nécessaire pour atteindre une déformation de 0,5 dans la zone observable,
- la force à développer pour obtenir cette course.

Le code généraliste MSC Marc® est mis en œuvre pour conduire ce calcul. Un modèle de comportement élastoplastique est défini pour le flan. Le comportement élastique est supposé isotrope et le comportement plastique est décrit par le critère de Von Mises avec une loi

d'écoulement associée. Les tests devant être réalisés sur différents matériaux, la simulation est réalisée dans le cas le plus défavorable de l'acier inoxydable de type 316L dont les caractéristiques mécaniques à température ambiante sont parmi les plus élevées. L'épaisseur de la feuille est choisie de 0,1mm. Par conséquent, les propriétés élastiques employées sont :

- Module d'Young = 198 000 MPa,
- Coefficient de Poisson = 0,3.

La loi d'écoulement est rentrée point par point et correspond à la courbe expérimentale contrainte-déformation représentée sur la Figure 148. Cette courbe est reproduite jusqu'à 52% de déformation. Au-delà de cette valeur une réponse parfaitement plastique est admise.

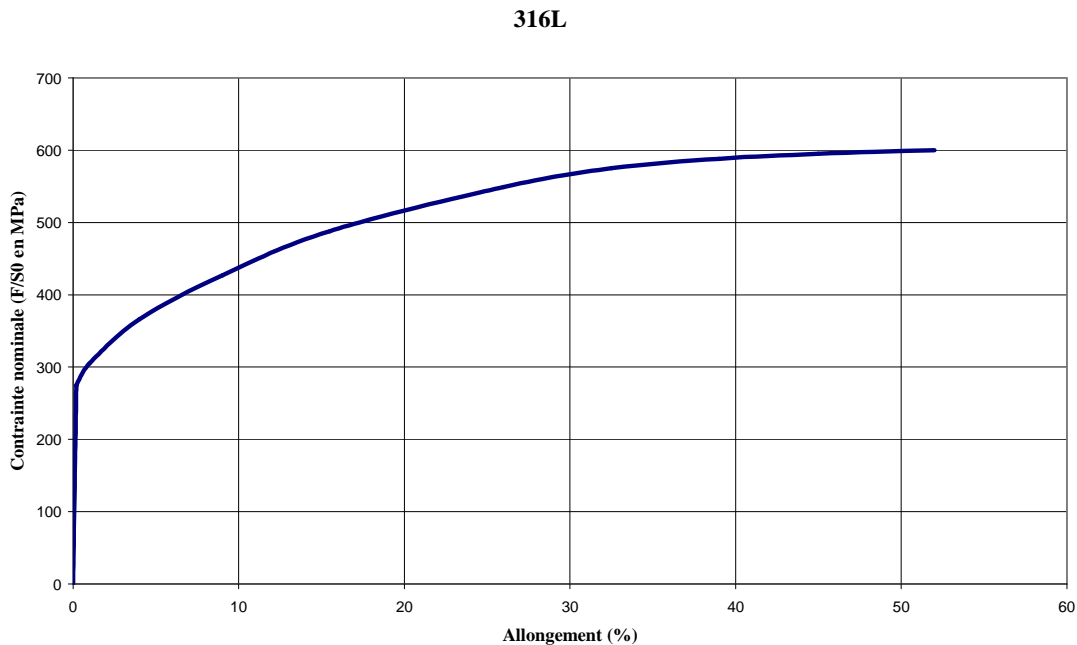


Figure 148. Courbe contrainte/allongement d'un acier inoxydable 316L obtenue en traction.

Une modélisation axisymétrique de la géométrie est retenue. Le maillage du flan circulaire d'épaisseur 0,1mm est constitué de 9600 éléments toriques de section quadrangulaire (4 éléments dans l'épaisseur). Les noeuds à la périphérie du flan sont bloqués radialement de façon à reproduire le bridage du serre-flan. Le poinçon et la matrice ont les dimensions données sur la Figure 147, pour la simulation ils sont représentés par des surfaces analytiques rigides. Un chargement cinématique est imposé par le mouvement relatif entre le poinçon et la matrice. La Figure 149 illustre le champ de déformation plastique généré pour une course relative de 550 μ m. L'évolution, en fonction du temps, de la force de réaction estimée sur le poinçon est tracée sur la Figure 150. La force relevée de 58N correspond à la course visée de 550 μ m.

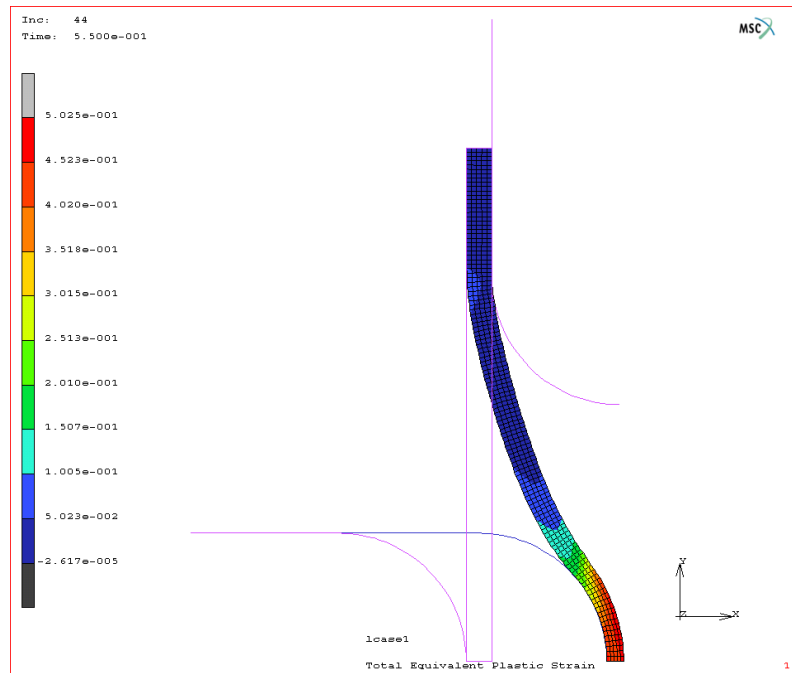


Figure 149. Carte des déformations plastiques équivalentes pour une course de 550µm. La position initiale du flan et du poinçon est représentée en traits roses fins.

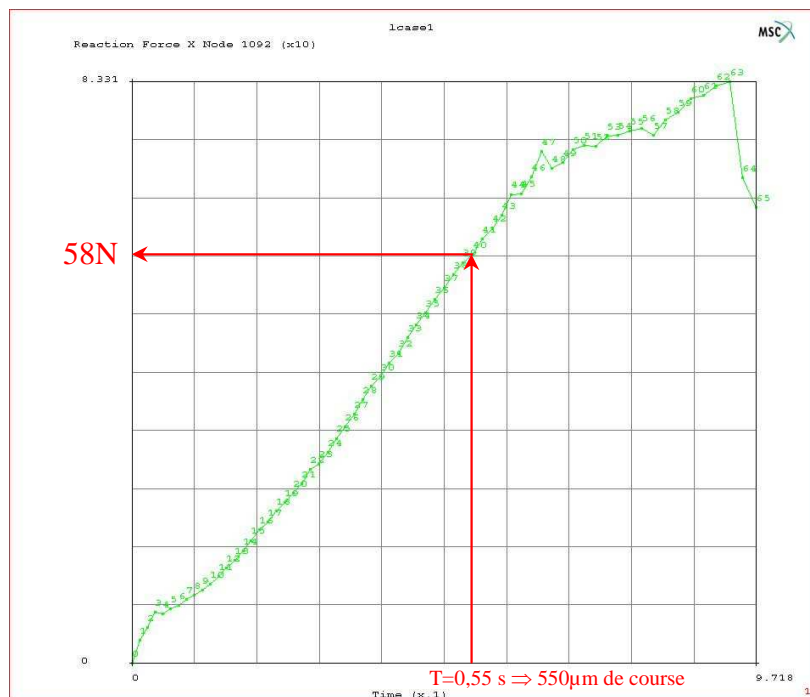


Figure 150. Evolution de la force de réaction sur le poinçon en fonction du temps.

Cette étude de pré dimensionnement nous permet de conclure que pour obtenir une déformation plastique de l'ordre de 50%, il est nécessaire de concevoir la machine de façon à développer un effort d'au moins 60N pour une course de 550µm. Ces deux valeurs constituent le point de départ de la démarche de détermination de l'actionneur qui sera implanté dans la machine.

1.4. Détails de conception de la machine d'essai

1.4.1. L'actionneur et son pilotage

1.4.1.1. Description des deux solutions envisagées

Deux solutions, répondant à première vue au cahier des charges, ont été envisagées et comparées :

- La solution n°1 utilise un moteur électrique pas à pas couplé à deux vis sans fin. Ces vis mettent en mouvement l'ensemble matrice serre-flan par l'intermédiaire d'écrous réglables de façon à en supprimer le jeu. Le schéma 3D de cette solution est présenté Figure 151. Cette solution a été écartée pour deux raisons :
 - L'alignement des axes du moteur et des vis impose une configuration peu compacte qui ne peut répondre à la contrainte d'encombrement du cahier des charges.
 - De plus, en fonction du rapport de réduction choisi pour les engrenages coniques, la machine ne sera pas capable de couvrir la gamme complète de vitesses de déformation imposée.

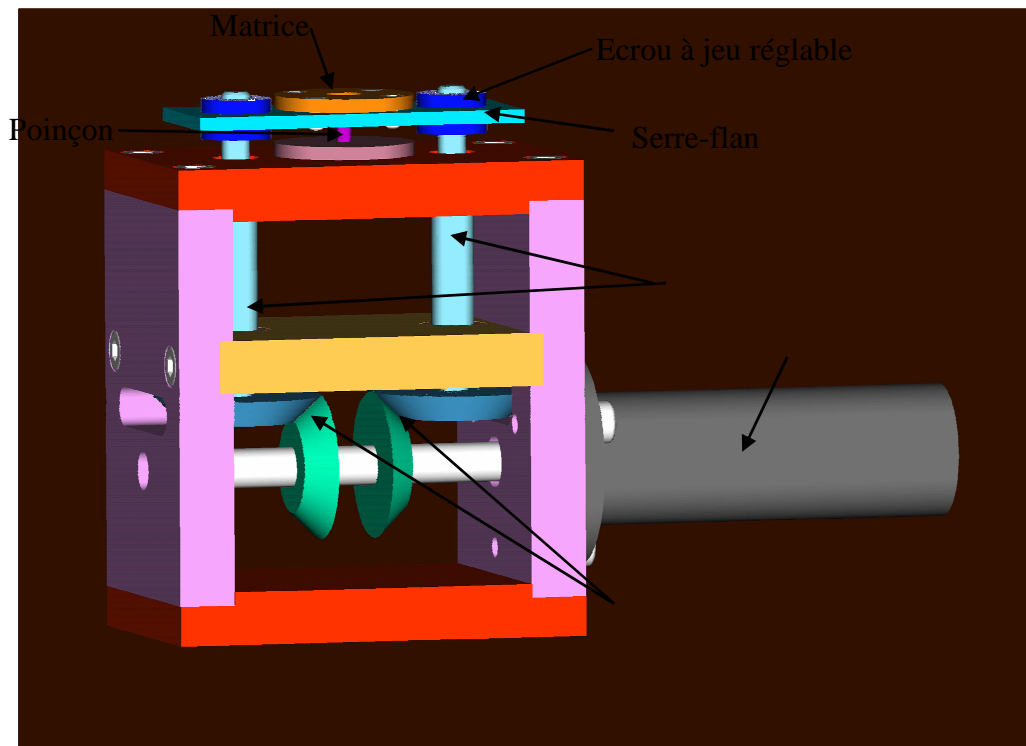


Figure 151. Schéma de principe de la solution n°1 avec moteur pas à pas.

- La solution n°2 met en œuvre un actionneur piézoélectrique. Les matériaux piézoélectriques ont la particularité de se déformer lorsqu'ils sont soumis à une tension électrique. L'idée dans ce cas est de fixer directement un ou plusieurs actionneurs piézoélectriques entre le bâti de la machine d'essai et l'ensemble mobile serre-flan+matrice comme l'illustre la Figure 152.

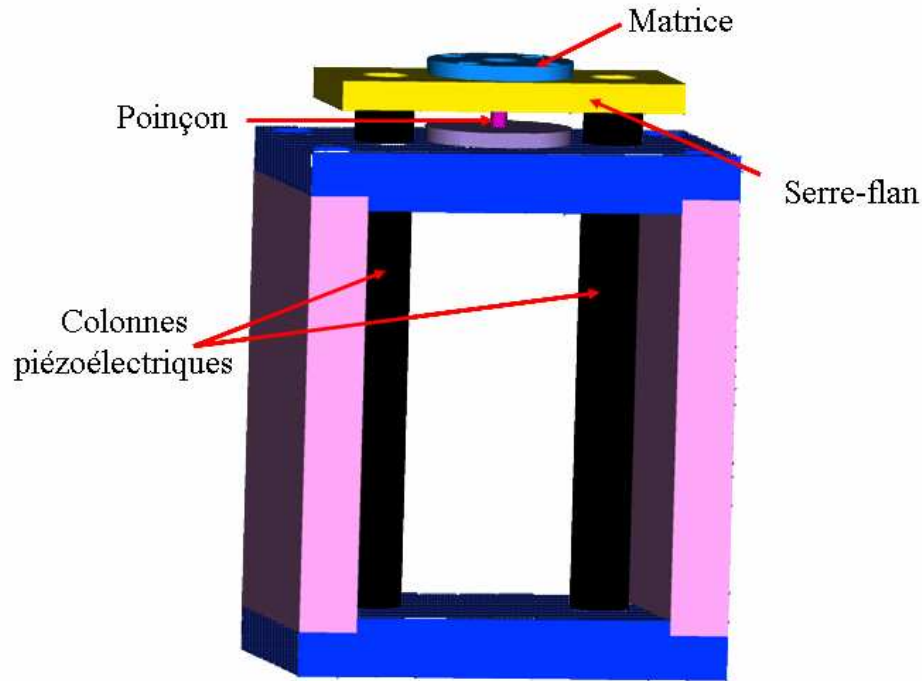


Figure 152. Schéma de la solution n°2 avec 2 actionneurs piézoélectriques.

Cette solution ne présente pas les inconvénients de la précédente. En effet, les vitesses de déplacement envisageables sont très élevées grâce aux actionneurs piézoélectriques conçus pour « vibrer » à des fréquences de l'ordre de quelques KHz. De plus, l'encombrement est très réduit puisque l'actionneur peut être fixé directement sur les pièces à déplacer. Il ne nécessite donc pas l'utilisation de pièce intermédiaire pour transformer le mouvement. Cependant un inconvénient apparaît lié à ce type d'actionneur : les courses classiquement développées sont souvent de l'ordre de quelques dizaines de microns, ce qui est trop peu pour convenir à notre application. Malgré ce verrou technologique, la solution n°2 est retenue mais impose la recherche d'actionneurs piézoélectriques spéciaux.

1.4.1.2. Choix de l'actionneur

Le marché propose actuellement une grande diversité d'actionneurs piézo-électriques en termes de géométrie, d'encombrement, de course et d'effort. Cependant, le choix du fournisseur d'actionneurs est imposé dans le cadre du projet européen MACHMINI, puisqu'un des partenaires, la société Noliac basée au Danemark, fabrique ce type de produit. Nous nous sommes donc limités aux produits proposés par cette société. Très rapidement, aux vues des courses et des efforts nécessaires, un type d'actionneur piézoélectrique a émergé. Il est dénommé « ring bender », voir Figure 153.

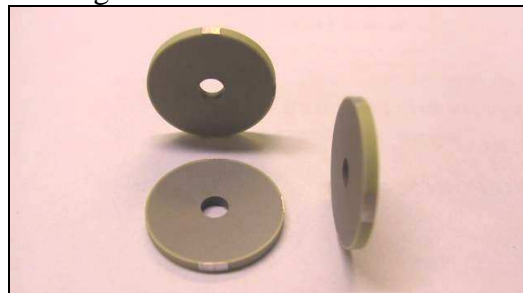


Figure 153 : « Ring benders » de type CMB-R3 (\varnothing_{int} : 4mm, \varnothing_{ext} : 20mm, ép : 1,75mm)

Ces actionneurs sont en fait des céramiques multicouches, séparées d'électrodes internes débouchant à la périphérie de l'anneau, voir Figure 154 et Figure 155.

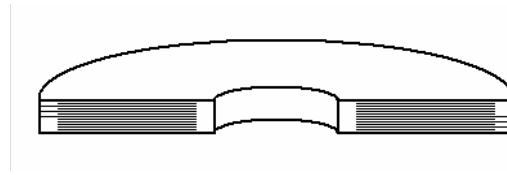


Figure 154. Coupe schématique de l'empilement multicouches céramiques-électrodes d'un « ring bender ».

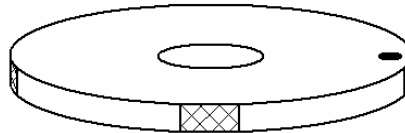


Figure 155. Schéma de la position des 3 électrodes externes.

Ces « ring benders » se bombent dans un sens sous l'action d'une tension positive et dans le sens opposé lorsque la tension est négative. Au repos, les anneaux sont plats. Leur mode de déformation est schématisé Figure 156

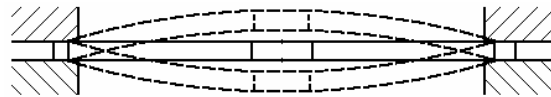


Figure 156. Schéma des modes de déformation d'un « ring bender ».

Le principal intérêt de ce type de piézoélectrique est de fournir une course importante en adéquation avec nos besoins. La caractéristique force-déplacement du modèle CMB-R8 est donnée sur la Figure 157.

Caractéristique Effort-Course d'un CMB-R8

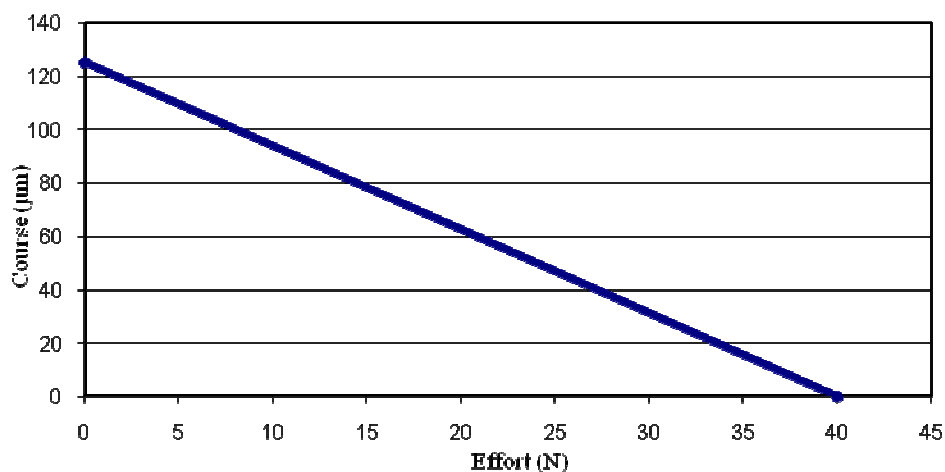


Figure 157. Relation Effort-Course pour un CMB-R8

Sachant que notre point de fonctionnement le plus contraignant correspond à une course de 550µm et une force de 60N il faut assembler plusieurs « ring benders » du même type pour obtenir la caractéristique voulue.

En réalisant 4 empilements parallèles de 13 « ring benders », théoriquement, il est possible de multiplier par 4 la force et par 13 la course développées par un seul CMB-R8. Les bornes des piézoélectriques sont reliées de manière à ce que 2 anneaux consécutifs se déforment en sens opposés comme l'illustre la Figure 158. La caractéristique course-effort d'une telle configuration est illustrée sur la Figure 159.

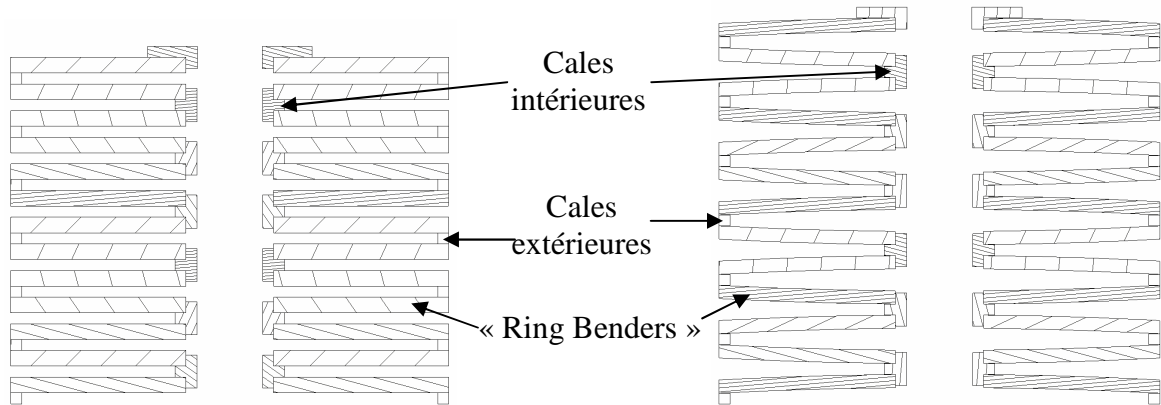


Figure 158. Comparaison entre l'empilement de 13 « ring benders » au repos (à gauche) et l'empilement déformé (à droite).

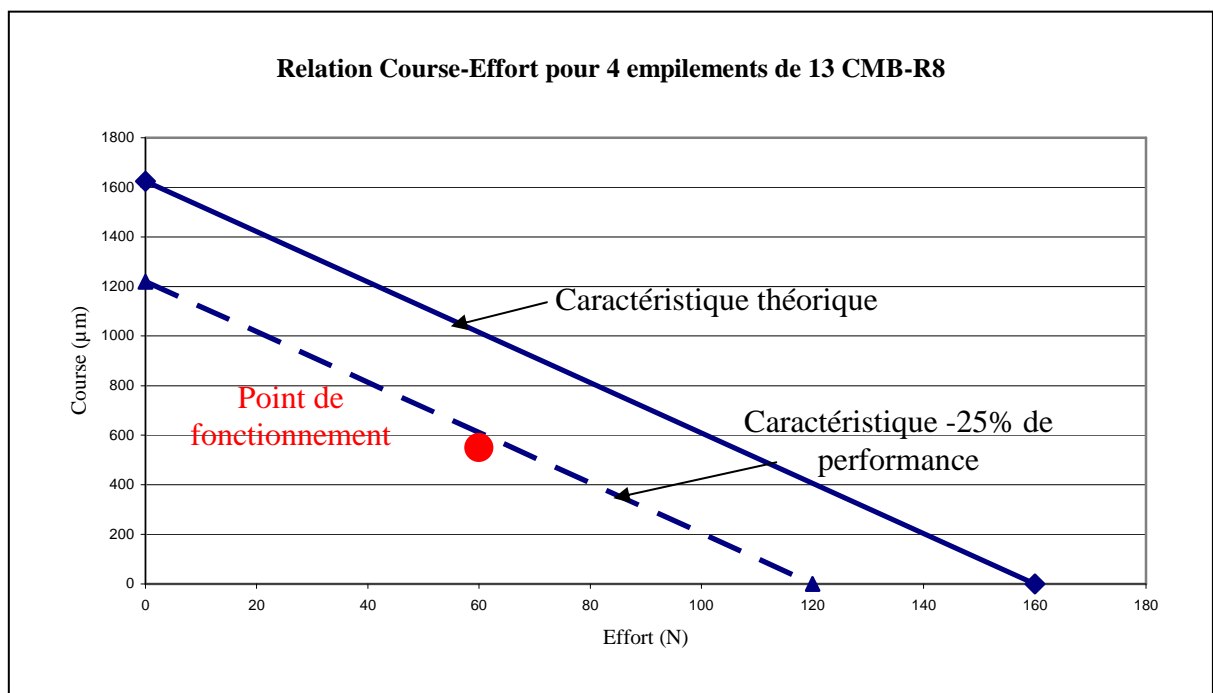


Figure 159. Relation Course-Effort de 4 empilements parallèles, chaque empilement étant composé de 13 anneaux comme illustré Figure 158.

Sur la figure 19, le segment de droite en pointillés représente une caractéristique théorique moins 25% de performance. Etant donné que le point de fonctionnement se trouve en deçà de cette droite, nous disposons d'une marge de sécurité confortable. Nous pouvons donc conclure que l'assemblage qui vient d'être défini semble répondre au cahier des charges.

1.4.1.3. Alimentation électrique

Les anneaux piézoélectriques doivent être alimentés en courant continu stabilisé. De la qualité de ce courant dépend directement la précision de pilotage en déplacement de la machine. La tension maximale applicable aux bornes des actionneurs est de 200V. Un boîtier d'alimentation spécial de marque Toellner est utilisé pour remplir cette fonction. Il est connectable à un ordinateur par le biais d'une interface RS232 ce qui permet de programmer des évolutions de tension complexes. Sachant que la déformation des piézoélectriques est quasi-proportionnelle à la tension, il est donc possible de programmer des vitesses de déplacement de la matrice variables en fonction de la pente de la rampe de tension imposée par l'ordinateur.

1.4.2. Dimensionnement et conception du bâti de la machine de test d'Erichsen modifié

Les actionneurs étant déterminés, la conception finale de la structure mécanique de la machine a été effectuée. Cette structure est décomposée en deux parties principales :

- Le bâti, qui par définition est fixe, sur lequel est positionné le poinçon,
- La partie mobile qui reçoit le serre-flan et la matrice.

Les empilements de piézo-électriques prennent place entre ces deux parties afin de générer le mouvement. La phase de conception des différentes pièces, d'assemblage et d'éditions des plans de détails et d'ensemble est réalisée sous le logiciel de CAO Pro-Engineer 2001. Une vue écorchée des trois quarts du modèle 3D de l'assemblage est présentée Figure 160. Afin de visualiser le système de guidage par colonne, un empilement est également caché sur cette vue. En plus des critères déjà énoncés jusqu'ici, les différentes pièces de la structure ont été dessinées de façon à être facilement usinables. Un matériau amagnétique est choisi de façon à éviter toute interférence avec le faisceau d'électrons lors des essais in situ dans le MEB. L'acier inoxydable de type 316L répond à ce critère tout en offrant de bonnes caractéristiques mécaniques et de longévité.

Afin de vérifier le dimensionnement des différentes pièces, un calcul par éléments finis est réalisé sur la structure complète par le biais du logiciel COSMOS/M. Seul le comportement élastique isotrope du matériau est introduit. La machine étant symétrique suivant deux plans, seul un quart de la structure est modélisé et maillé avec des éléments hexaédriques et pentaédriques, (Figure 161). Un effort de 25N correspondant à l'action d'un empilement piézo-électrique est appliqué sur ses surfaces de contact avec le bâti et la plaque intermédiaire. Les contacts flan-matrice et flan-poinçon sont pris en compte par le couplage en déplacement de certains noeuds. Des conditions de symétrie sont appliquées sur les deux plans de coupe. Le dépouillement des résultats a pour buts essentiels de vérifier que :

- les contraintes ne dépassent pas la contrainte admissible du matériau retenu (280 MPa),
- les déflexions cumulées des éléments de la machine ne sont pas trop importantes comparativement aux faibles déplacements fournis par les actionneurs.

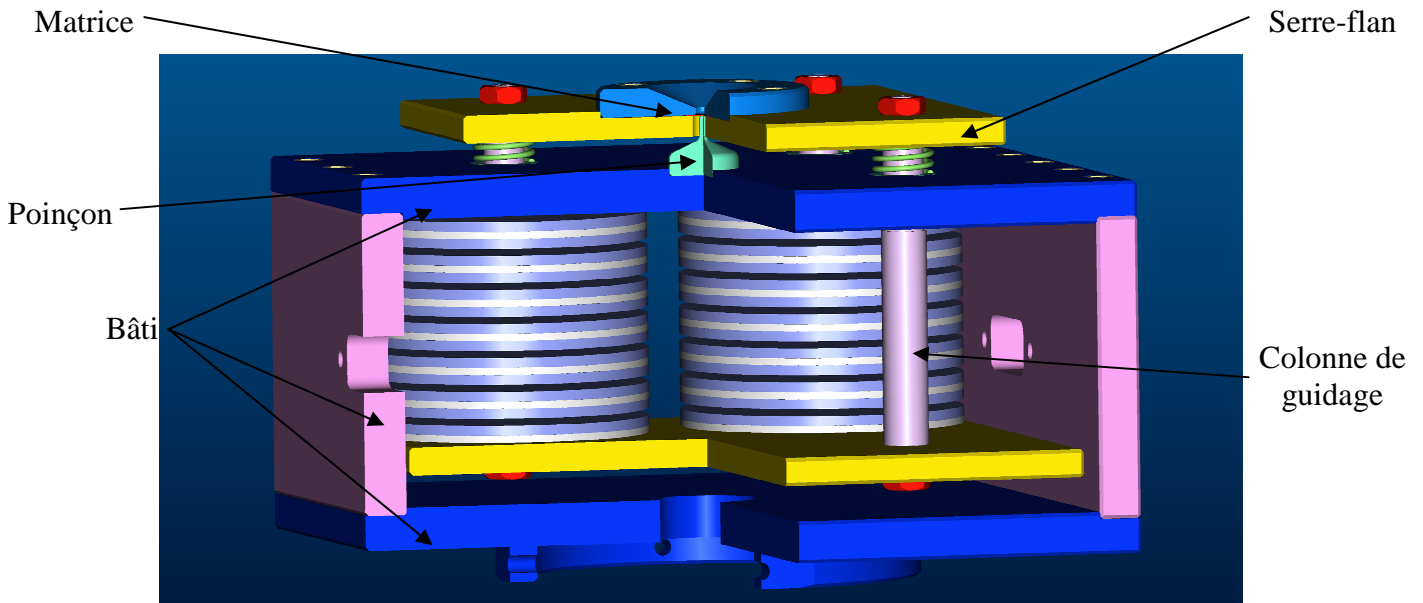


Figure 160. Vue en coupe du modèle 3D de la machine de test d'Erichsen modifié (dimensions enveloppes : $100 \times 100 \times 65 \text{ mm}^3$).

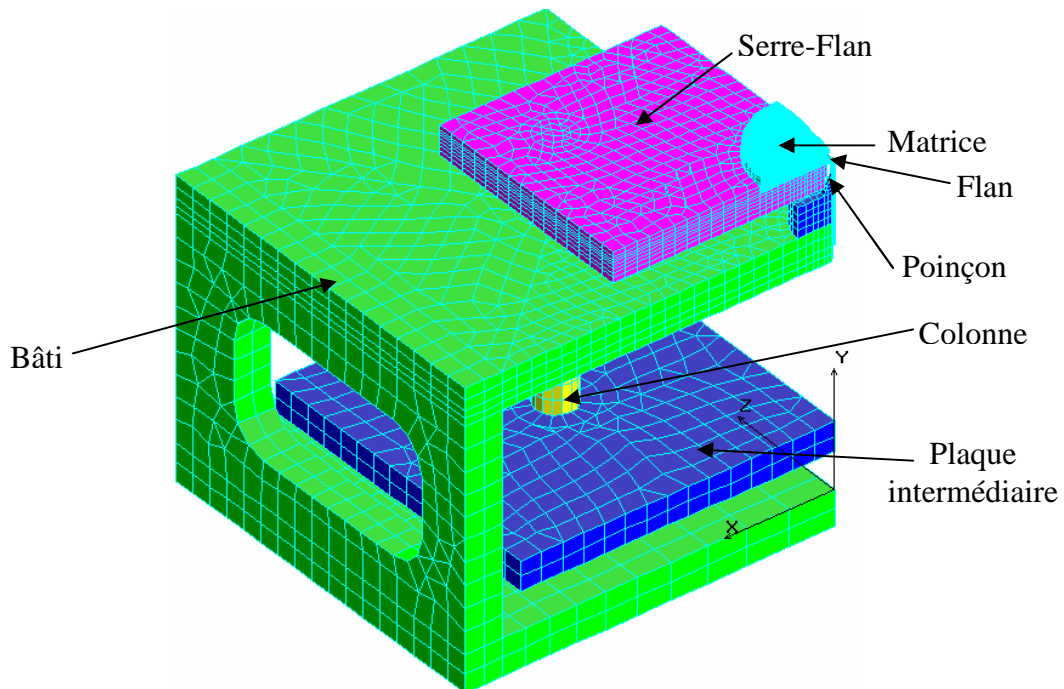


Figure 161. Vue du modèle éléments finis pour le calcul de la structure complète.

Les champs de déplacement et de contrainte des pièces sensibles sont représentés sur les Figure 162 à Figure 169. Le poinçon est bien sûr la pièce la plus sollicitée. Cependant le niveau de contrainte normale suivant l'axe du poinçon (σ_y) reste inférieur à 280MPa. De plus, le caractère pénalisant du type de contact imposé induit une surestimation des valeurs de contrainte calculées.

La rigidité des pièces est également satisfaisante. En effet le cumul des déflexions des différents organes suivant l'axe y donne une valeur de $13\mu\text{m}$. Cette perte de course utile au niveau de la matrice s'avère sans conséquence, étant donnée la marge de fonctionnement des actionneurs déjà mise en évidence Figure 159.

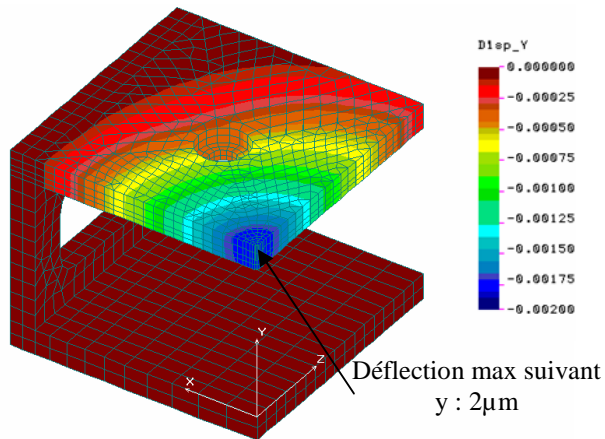


Figure 162 : Champ de déplacement suivant y (mm) du bâti

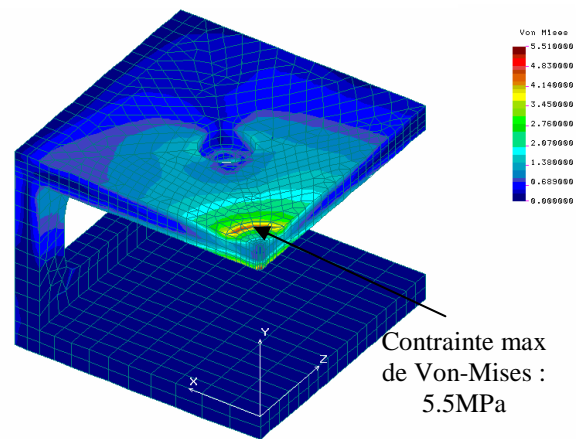


Figure 163 : Champ de contrainte de von-Mises (MPa) sur le bâti.

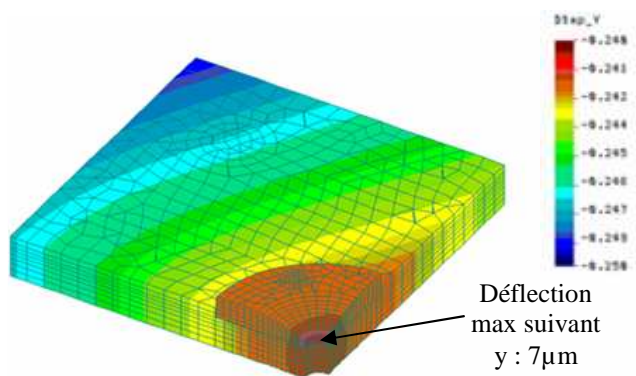


Figure 164 : Champ de déplacement suivant y (mm) de l'ensemble matrice+serre-flan.

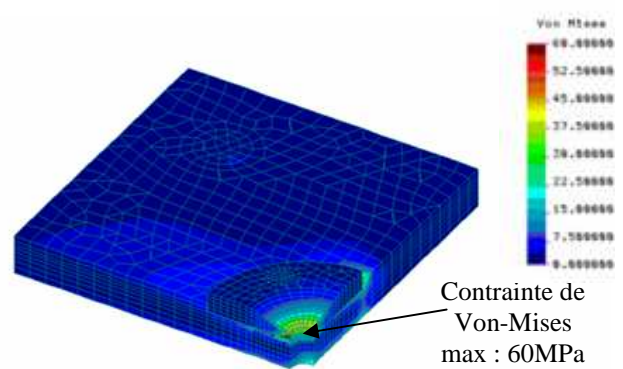


Figure 165 : Champ de contrainte de von-Mises (MPa) de l'ensemble.

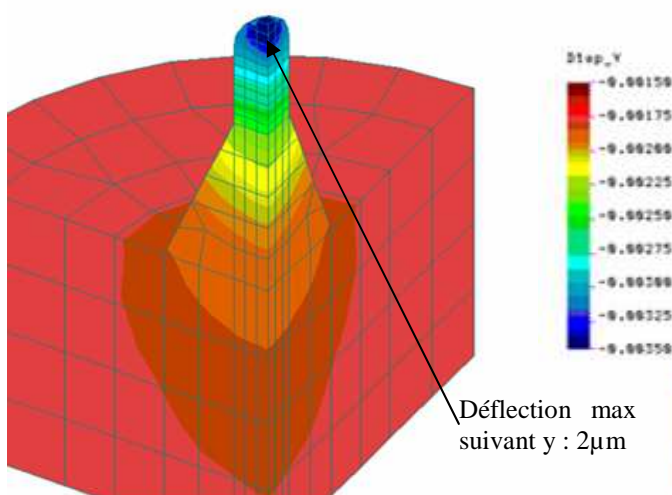


Figure 166 : Champ de déplacement suivant y (mm) sur le poinçon.

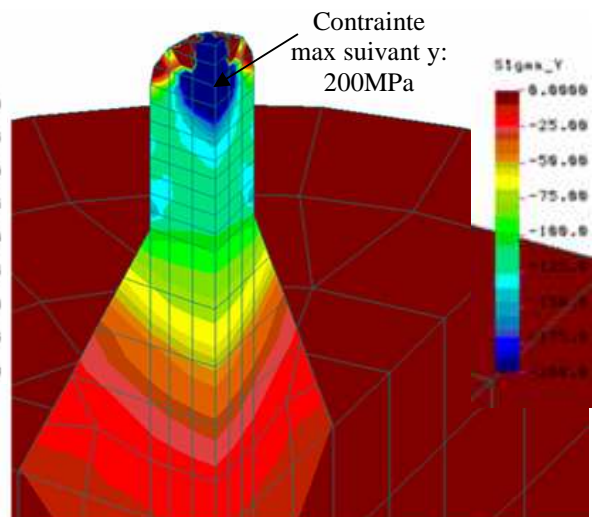
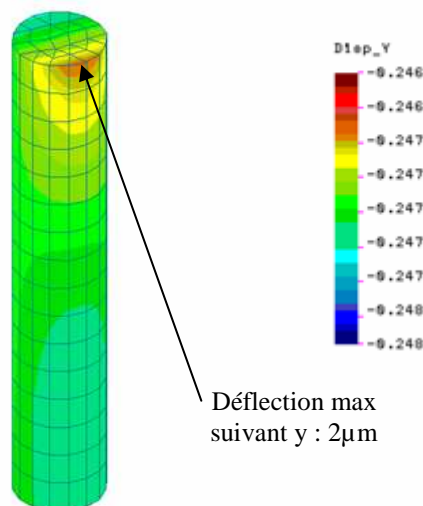
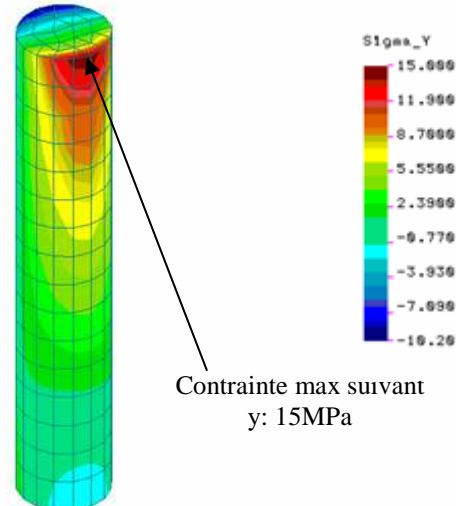


Figure 167 : Champ de contrainte suivant y (MPa) sur le poinçon.



Déflexion max
suivant y : 2μm

Figure 168 : Champ de déplacement
suivant y (mm) sur la colonne.



Contrainte max suivant
y: 15MPa

Figure 169 : Champ de contrainte suivant
y (MPa) sur la colonne.

Le calcul n'ayant mis en évidence aucun point faible lié au dimensionnement, la fabrication de la machine a été réalisée par une société Ecossaise basée à Glasgow spécialisée dans l'usinage de précision et partenaire dans le projet européen MACHMINI : Pascoe Engineering.

1.4.3. Mesure de l'effort et du déplacement de la matrice

L'exploitation optimale de la machine nécessite la mesure et l'enregistrement de l'effort et du déplacement pendant le test d'Erichsen modifié. Afin de mettre en œuvre une solution simple, la décision fut prise de réaliser, dans un premier temps, ces mesures en dehors du MEB ou du goniomètre.

1.4.3.1. Mesure de l'effort

Pour obtenir une mesure précise, l'effort doit être relevé au plus près du poinçon afin de s'affranchir des pertes liées aux frottements dans les guidages par exemple. Plusieurs solutions furent envisagées comme par exemple l'utilisation d'un mini-capteur d'effort piézoélectrique intercalé entre le poinçon et le bâti. Or, aucun capteur commercialisé ne peut être inséré dans le faible espace disponible.

La solution retenue consiste à mesurer la déformation de la plaque soutenant le poinçon par l'intermédiaire de jauges de déformation. L'objectif est d'assouplir la plaque afin de générer des déformations de l'ordre de 10^{-4} tout en limitant la déflexion verticale, pour ne pas absorber complètement la marge de course disponible d'environ 400μm. Plusieurs géométries de cette plaque ont été étudiées puis simulées afin d'optimiser les déformations mesurables. La solution retenue est présentée sur la Figure 170. La plaque support du poinçon est évidée afin de créer trois bras reliant l'embase du poinçon au reste de la plaque. De plus l'épaisseur de ces bras est diminuée par rapport au reste de la plaque afin de les rendre plus souples. La simulation par éléments finis du comportement de cette géométrie est réalisée sous Abaqus Standard V6.3 avec une loi de comportement élastique isotrope. Les deux surfaces d'appuis latérales sur le bâti sont encastées, un effort de 100N est réparti sur la surface d'appui du poinçon.

Les déformations obtenues sont représentées sur la Figure 171. Les déformations maximales au niveau de la partie centrale des trois bras atteignent 2.10^{-4} , ce qui permet d'espérer une bonne précision de mesure si la jauge est collée à ce niveau. Trois jauges de déformation sont utilisées afin d'assurer une mesure fiable. La déflexion verticale maximale

de la partie qui supporte le poinçon est de $25\mu\text{m}$ comme le montre la Figure 172. Ceci conduit, en intégrant les résultats du calcul précédent, à une déflexion totale de $36\mu\text{m}$ pour un effort de 100N . Le coefficient de souplesse s de la machine est donc estimé à $0,36\mu\text{m.N}^{-1}$.

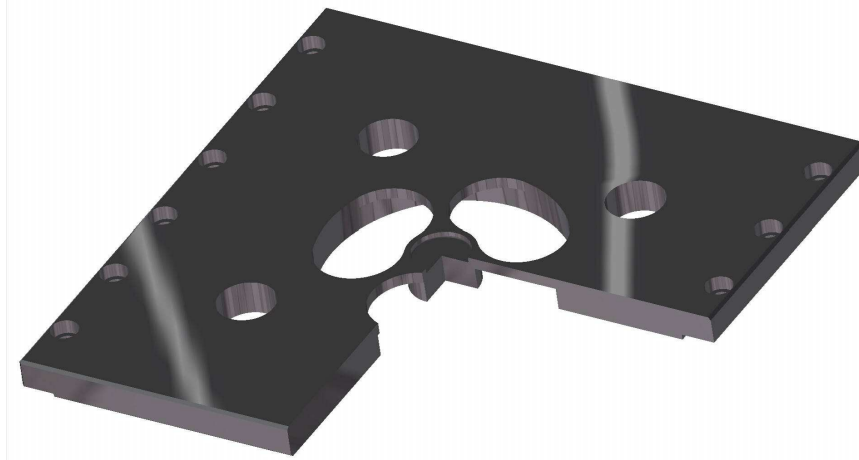


Figure 170. Vue en coupe des trois quarts de la plaque déformable.

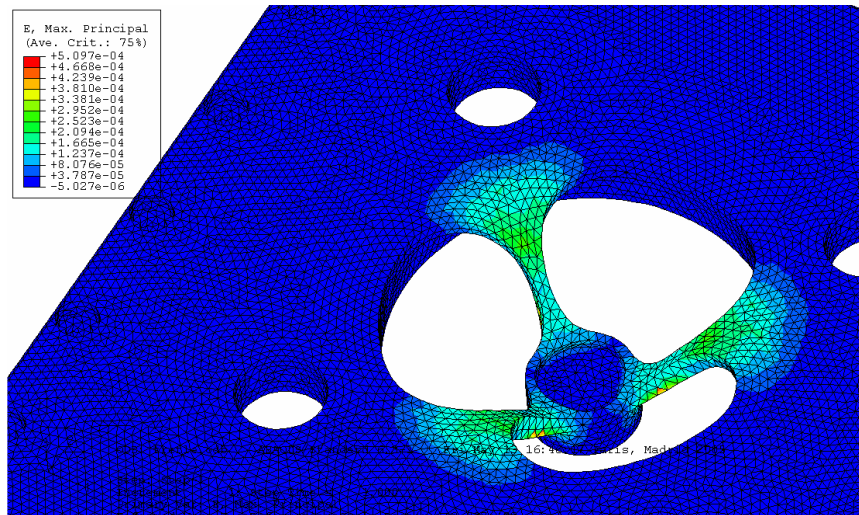


Figure 171. Champ de déformation principale maximale.

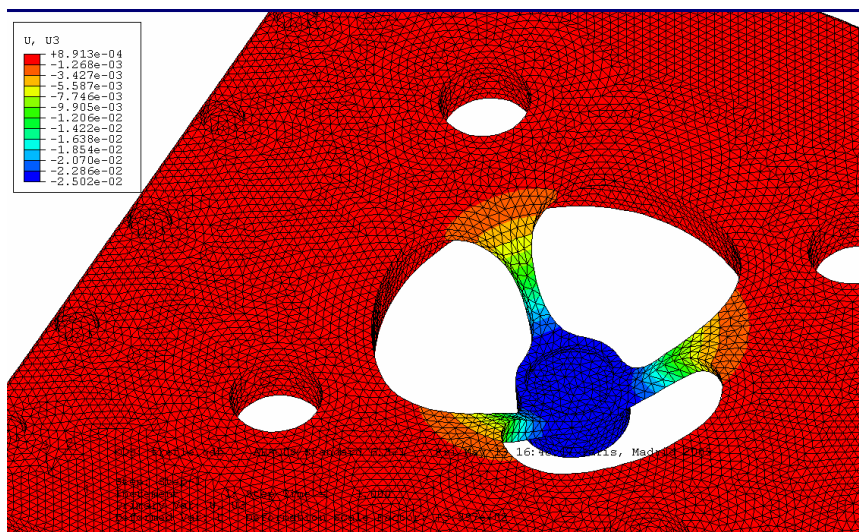


Figure 172. Champ de déplacement vertical.

1.4.3.2. Mesure du déplacement

Le calcul précédent a montré que la déformation de la matrice est négligeable par rapport à la déflexion globale de la machine (cf. Figure 164). Par conséquent, la mesure du déplacement vertical est effectuée sur la couronne extérieure de la matrice à l'aide d'un capteur optique à lumière blanche confocale. Le dispositif de mesure complet comprend un crayon optique STIL OP3000 couplé à un coffret optoélectronique STIL CHR150. La résolution axiale théorique de l'ensemble est de 100nm ; en pratique, elle est de l'ordre de 1µm pour une fréquence d'acquisition de 1000Hz. Le principe de fonctionnement et la fiche technique détaillée du capteur sont détaillés en Annexe 3 et Annexe 4.

Le déplacement mesuré de la matrice ne correspond pas exactement au déplacement relatif poinçon/matrice car il faut y soustraire la déflexion de la structure calculée précédemment. La correction des mesures de déplacement est réalisée de la façon suivante :

$$\delta = \Delta - F \cdot s$$

où :

δ est le déplacement corrigé de la matrice par rapport au poinçon,

Δ est le déplacement vertical de la matrice mesuré par le capteur,

F est la force d'emboutissage,

s est le coefficient de souplesse déterminé dans le paragraphe 1.4.3.1.

1.4.3.3. Acquisition des mesures

Le dispositif expérimental mis en place nous permet donc de réaliser l'acquisition de la force et du déplacement en fonction du temps, avec une précision de l'ordre de $\pm 2N$ pour l'effort et $\pm 1\mu m$ pour le déplacement.

Ce dispositif nous permet, via une interface d'acquisition DaisyLab[®], d'échantillonner à une fréquence de 1000 Hz les trois signaux des jauges de déformation et les deux signaux du capteur optique. Ces deux derniers correspondent au déplacement et à la valeur de l'intensité du faisceau lumineux nécessaire à la vérification de la qualité du signal mesuré.

1.5. Caractérisation de la machine de test d'Erichsen modifié

Après les phases de conception et de fabrication de la mini-machine, une phase de caractérisation des ses capacités réelles est nécessaire avant sa mise en service définitive.

1.5.1. Caractéristiques réelles des actionneurs

Le processus de fabrication des « ring benders » génère naturellement des variations sensibles de performances. Par conséquent, chaque anneau est testé individuellement afin d'en connaître les propriétés réelles en terme d'effort et de course, pour une tension appliquée donnée. A partir de ces enregistrements, une répartition équitable est réalisée de façon à obtenir 4 empilements dont les caractéristiques finales soit les plus homogènes possibles. La Figure 173 représente l'évolution de la course de chacun des 4 assemblages en fonction de la tension.

Il est intéressant de noter qu'il existe 2 groupes de 2 empilements pour lesquelles les caractéristiques sont très proches. En conséquence, lors de l'assemblage final dans le bâti de la machine, les 2 empilements d'un même groupe seront placés de manière diagonalement opposée afin de conserver une force et un déplacement résultants symétriques.

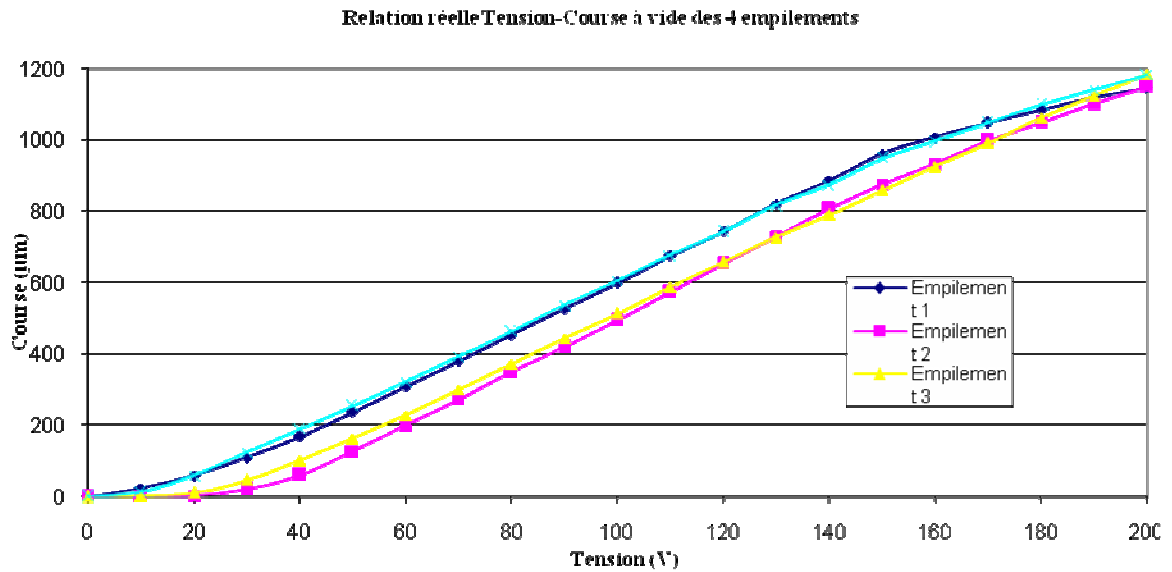


Figure 173. Relation Tension-Course pour chacun des 4 empilements de 13 CMB-R8.

La Figure 174 représente l'abaque qualifiant les possibilités réelles de l'assemblage complet. Comme les piézoélectriques fournis ont des caractéristiques supérieures aux prévisions, un fonctionnement dans des gammes d'effort et de déplacement plus larges que celles imposées par le cahier des charges est envisageable.

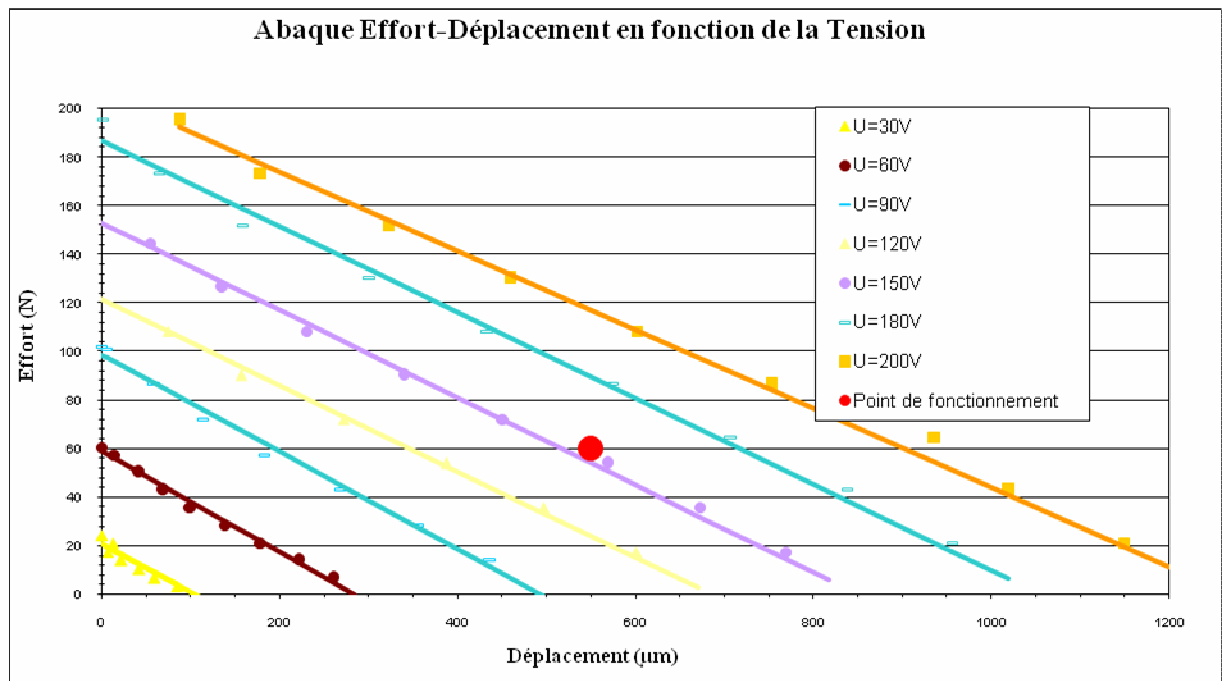


Figure 174. Abaque Déplacement-Effort en fonction de la tension appliquée aux bornes des actionneurs en régime stationnaire.

1.5.2. Calibration du capteur d'effort

Des jauges de déformation sont collées sur les trois branches de la plaque déformable comme l'illustre la Figure 175.

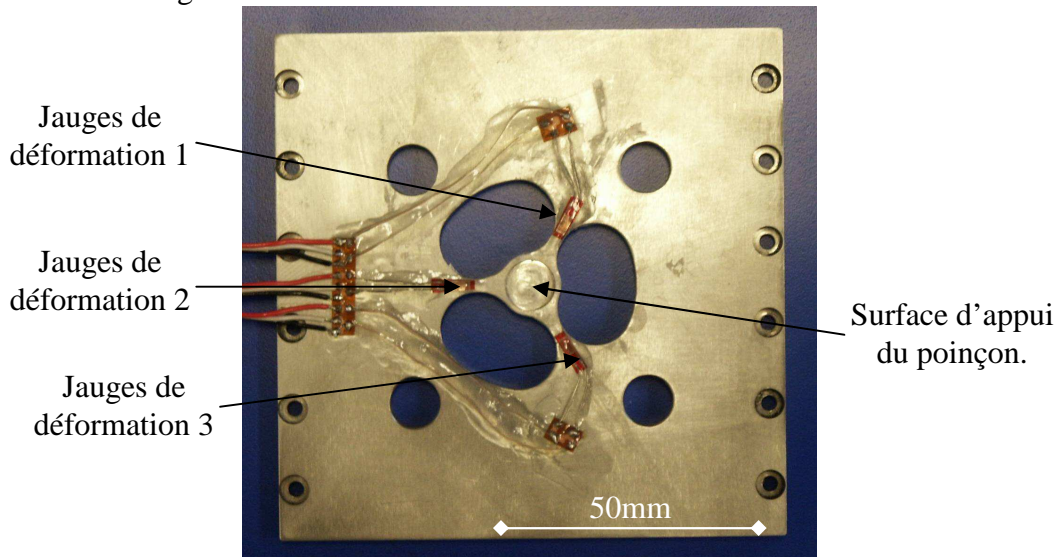


Figure 175 : Photographie de la plaque déformable équipée de trois jauges de déformation.

Une calibration des jauges est réalisée en appliquant un effort connu au niveau de la surface d'appui du poinçon par l'intermédiaire d'un capteur d'effort étalon. La réponse des jauges est enregistrée afin de construire la caractéristique « déformations mesurées-effort appliqué ». L'abaque donnant cette caractéristique est représenté sur la Figure 176. Les courbes obtenues lors de la simulation numérique du comportement de la plaque déformable sont également représentées sur la Figure 176.

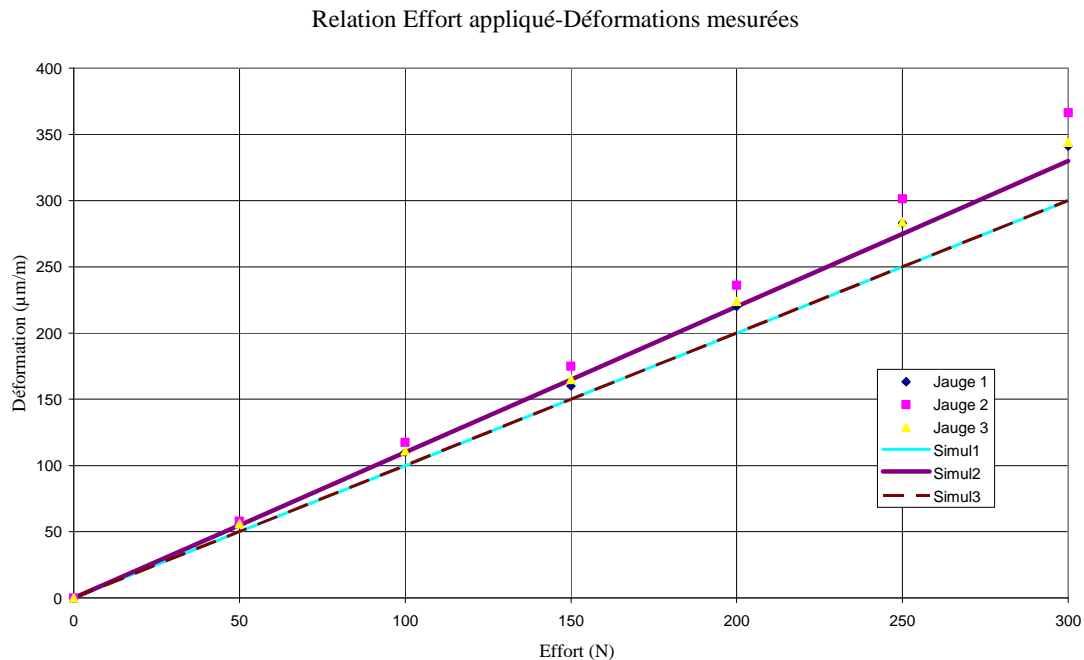


Figure 176. Comparaison entre la caractéristique « effort appliqué sur le poinçon-déformations mesurées par les 3 jauges » obtenues par simulations et expériences.

La dissymétrie entre la géométrie (positionnement des jauges) et le chargement (surfaces d'appui de la plaque) explique la différence de réponse observée sur la Figure 176. Cet écart se retrouve aussi bien sur les valeurs expérimentales que sur les courbes issues de la simulation.

Le décalage existant entre la simulation et les mesures s'explique par :

- la différence entre la géométrie théorique simulée et la géométrie réellement usinée,
- la différence entre les paramètres matériaux introduits dans la simulation (module d'Young et coefficient de Poisson) et les caractéristiques réelles du matériau de la plaque.

1.5.3. Description du dispositif expérimental complet

Le dispositif expérimental complet, représenté sur les Figure 177 à Figure 181 suivantes, se compose donc :

- De la machine de test (dimensions : $100 \times 100 \times 60 \text{ mm}^3$),
- D'une alimentation connectable à la chambre du MEB afin de permettre le fonctionnement de l'emboutisseuse sous vide,
- D'un capteur de déplacement utilisable uniquement hors MEB et goniomètre,
- D'un capteur d'effort,
- D'un système d'acquisition.

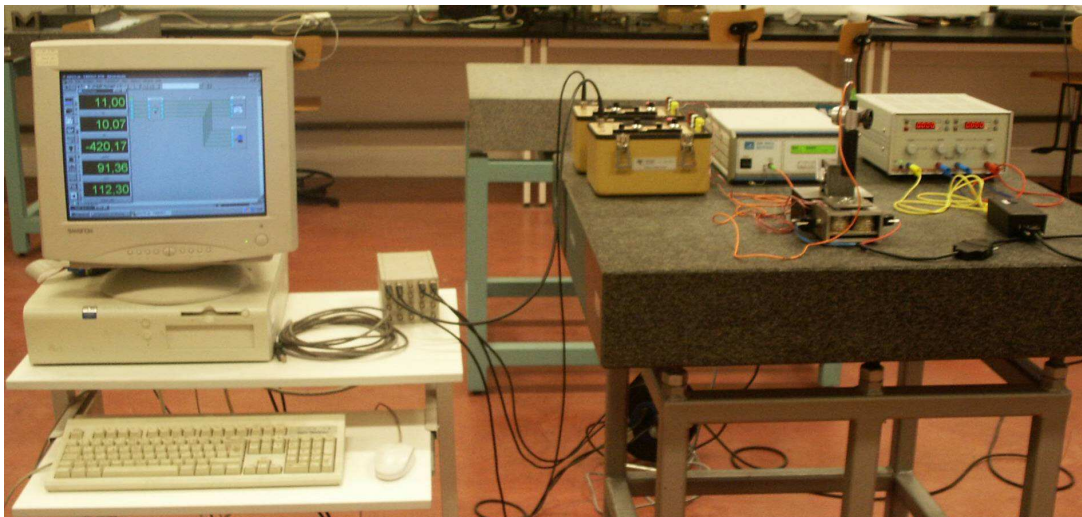


Figure 177 : Photographie du dispositif d'essai complet

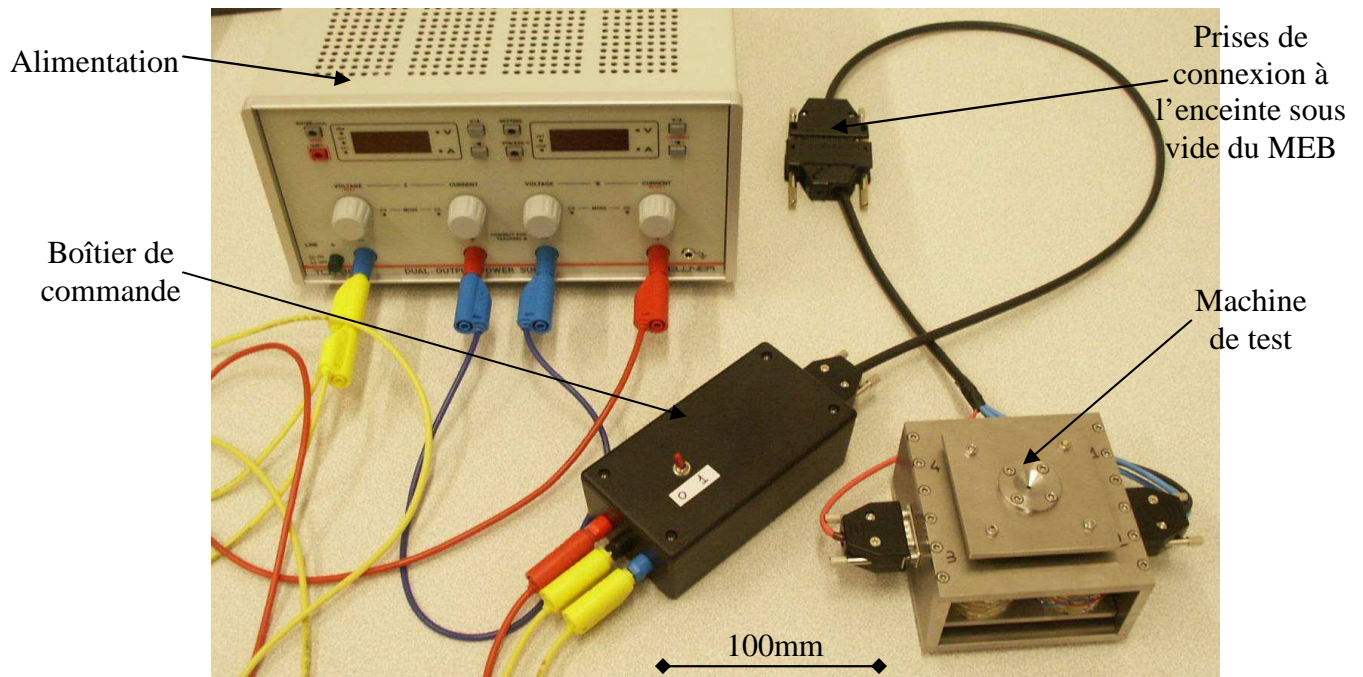


Figure 178 : Photographie de l'ensemble machine de test + alimentation + boîtier de commande.

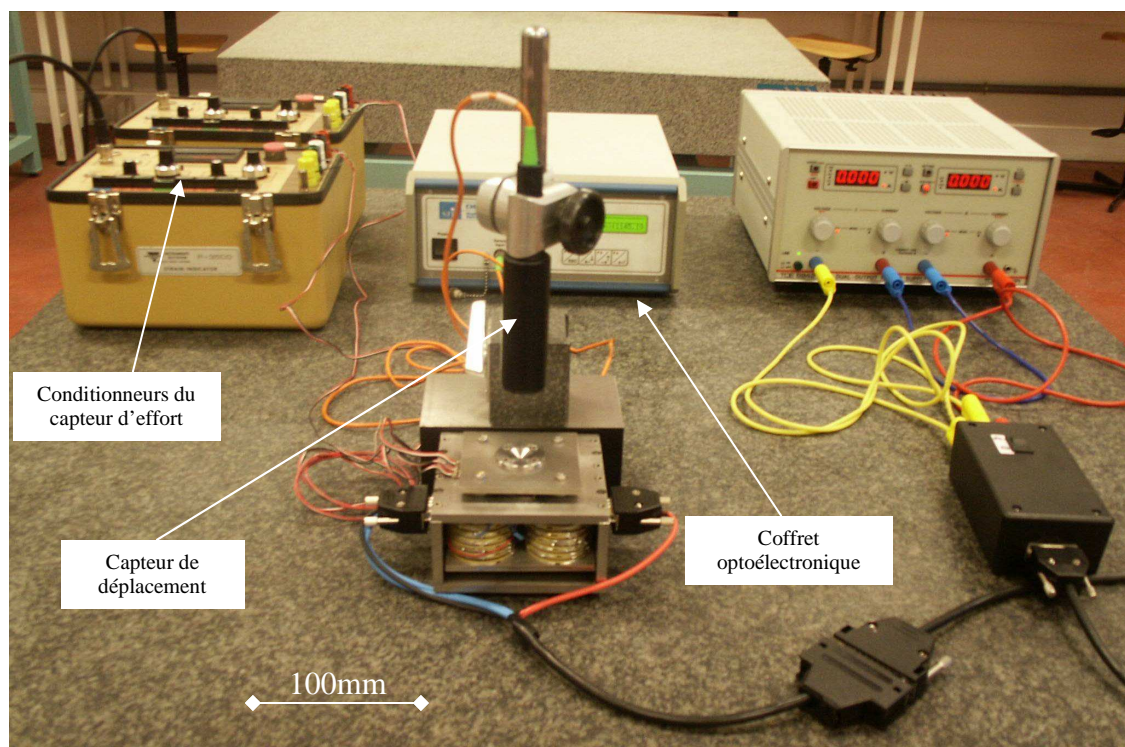


Figure 179 : Photographie du système de mesure.

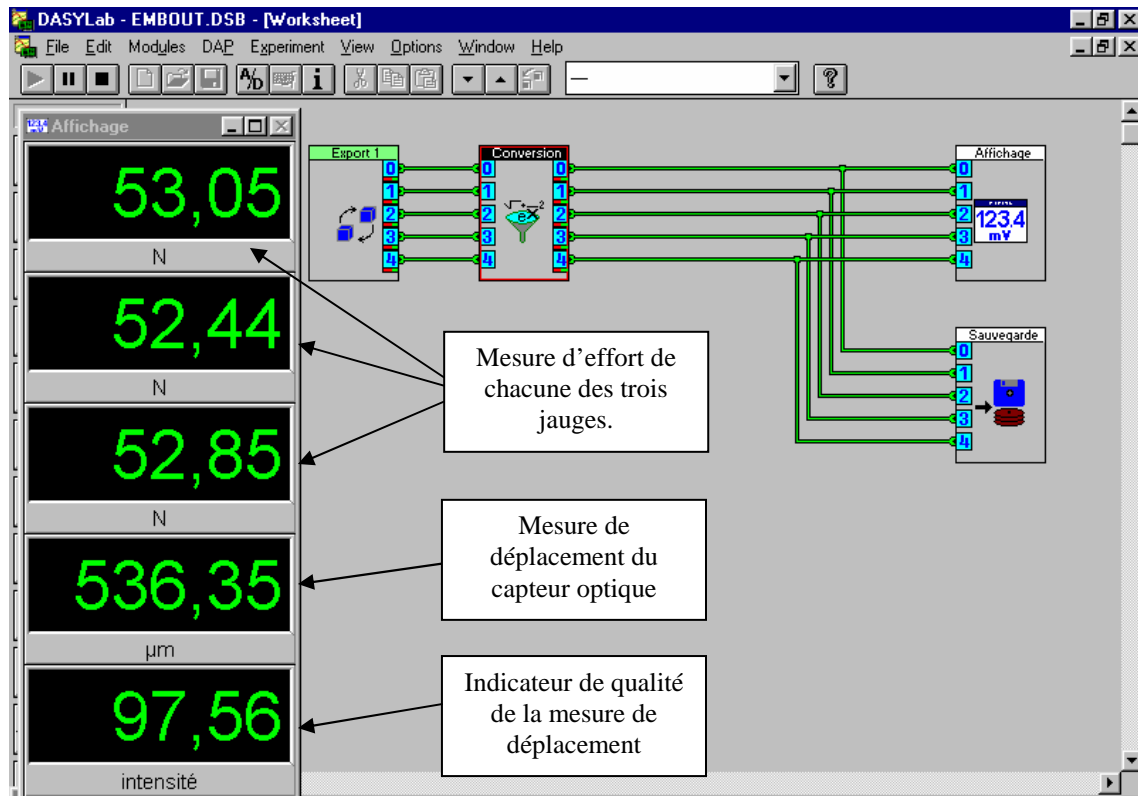


Figure 180 : Interface du système d'acquisition

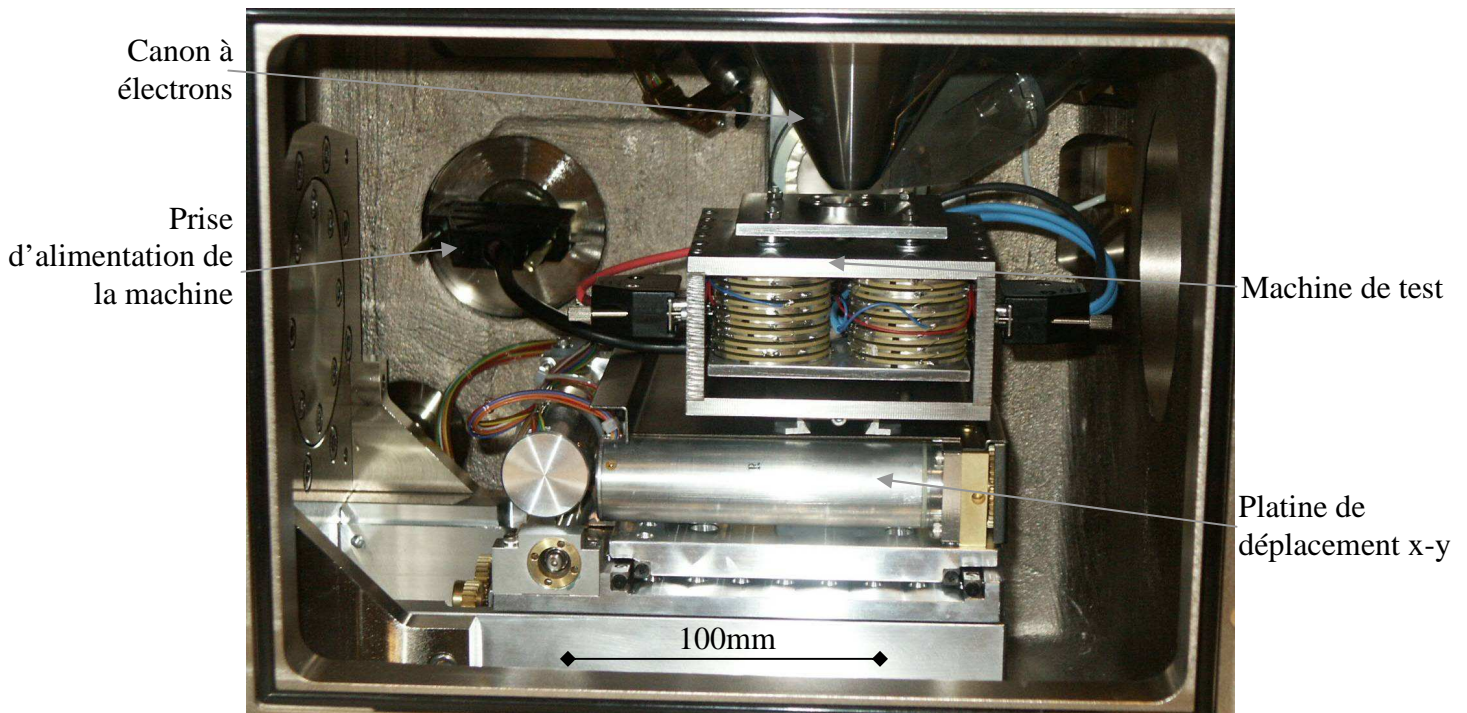


Figure 181 : Photographie de la machine de test dans l'enceinte du MEB.

1.6. Conclusion

La machine d'essai d'Erichsen modifié est conçue spécifiquement pour s'adapter à l'étude du comportement des matériaux à l'échelle granulaire. L'ensemble est fonctionnel tant pour la mesure du comportement mécanique que pour les observations in situ.

Les caractéristiques réelles de la machine et de sa chaîne d'acquisition sont :

- Course maximale (pour un effort nul) : 1600 μ m,
- Effort maximal (pour une course nulle) : 160N,
- Gamme de vitesses : de 0,04s⁻¹ à 10s⁻¹,
- Acquisition de la mesure de déplacement à $\pm 1\mu$ m pour une fréquence d'échantillonnage de 1000Hz,
- Acquisition de l'effort d'emboutissage à ± 2 N à la fréquence de 1000Hz.
- Dans le paragraphe suivant nous mettons en œuvre la machine, dans les conditions d'utilisation réelles, afin de valider son fonctionnement.

2. Pré-étude expérimentale de l'essai d'Erichsen modifié

Cette pré-étude expérimentale a pour ambition première de vérifier en situation réelle d'essai le potentiel de la machine et, si nécessaire, d'y apporter des améliorations. Les informations sur le comportement des matériaux qui sont tirés de ces tests sont considérées comme des compléments à celles déjà obtenues en traction. Dans un premier temps, le programme d'essais est restreint par rapport aux capacités et fonctionnalités de la machine afin de la valider pas à pas ce nouvel outil.

2.1. Essais d'Erichsen modifié sur le cuivre pur

Dans cette partie nous réalisons une campagne d'essai d'Erichsen modifié sur des tôles minces de cuivre. L'état de contrainte généré permet d'atteindre des déformations avant rupture de l'ordre de $\varepsilon \approx 40\%$, donc supérieures à celles obtenues en traction. Il est alors possible de vérifier si les tendances observées en sollicitation uniaxiale (absence d'effet du nombre de grains dans l'épaisseur et de la taille moyenne des grains) se confirment lorsque la déformation est plus avancée.

Pour conclure, les capacités de la machine à fournir des informations in situ sont testées par le biais d'analyse de l'activité plastique et de la localisation de la déformation avant rupture.

2.1.1. Influence du nombre de grains dans l'épaisseur

Afin de corroborer les résultats obtenus en traction, une étude de l'influence du nombre de grains dans l'épaisseur a été conduite sur des flans de 100 μ m d'épaisseur. La Figure 182 présente l'évolution de l'effort d'emboutissage en fonction du déplacement de la matrice, pour une vitesse de déformation de 0,082 s⁻¹ et pour différents nombres de grains dans l'épaisseur.

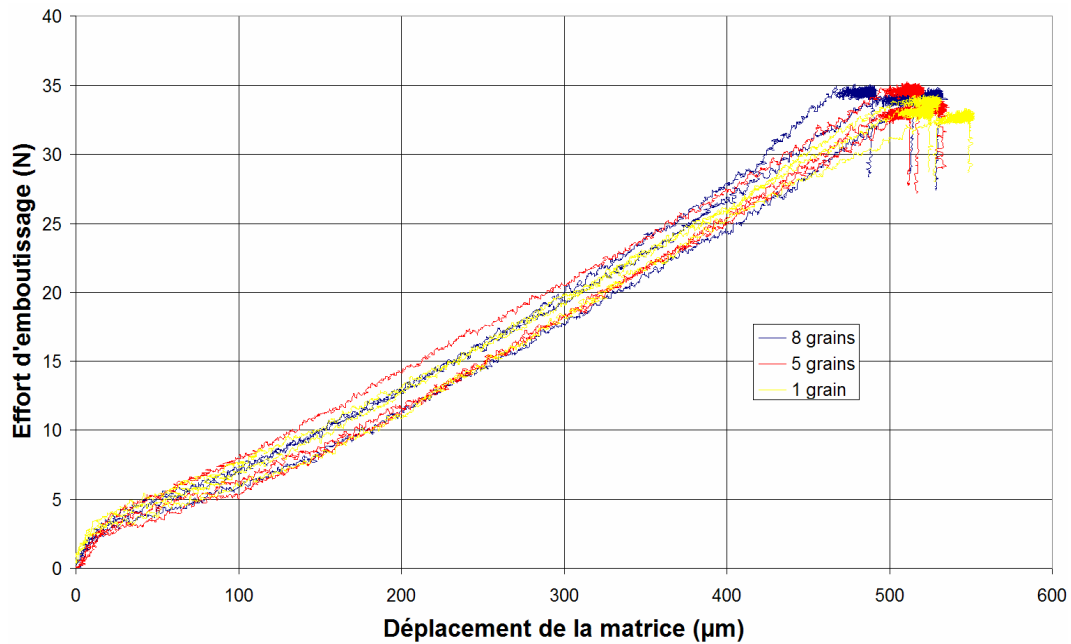


Figure 182 : Influence du nombre de grains dans l'épaisseur pour une vitesse de sollicitation de $0,082 \text{ s}^{-1}$.

Le bruit visible sur chacune des courbes est lié à la mesure d'effort. En effet, la tension de sortie des conditionneurs qui permettent d'exploiter la déformation des jauges est de l'ordre de quelques millivolts. Dans ces conditions, la moindre perturbation électrique provoque une oscillation du signal qui génère un bruit de l'ordre de $\pm 1 \text{ N}$. L'application d'un filtrage de type moyenne mobile permet d'améliorer la qualité des courbes si cela est nécessaire.

Malgré une dispersion des courbes un peu plus large qu'en traction, nous constatons à nouveau qu'aucun effet de nombre de grains ni de taille moyenne de grains n'intervient. Les conclusions énoncées suite aux essais de traction se trouvent donc renforcées par cette nouvelle analyse.

2.1.2. Essais in situ

Des essais in situ sont réalisés sur des feuilles de $100 \mu\text{m}$ d'épaisseur, afin de mieux visualiser et comprendre les mécanismes à l'origine de la déformation et de la rupture des échantillons. L'effort d'emboutissage est incrémenté et maintenu durant les observations. Aucune mesure du déplacement et de l'effort n'est possible lorsque la machine est dans l'enceinte du microscope électronique. Les micrographies présentées ci-après sont prises à l'intérieur de la zone que nous appelons couronne et qui correspond à la zone opposée à la surface de contact avec le poinçon (voir Figure 183).

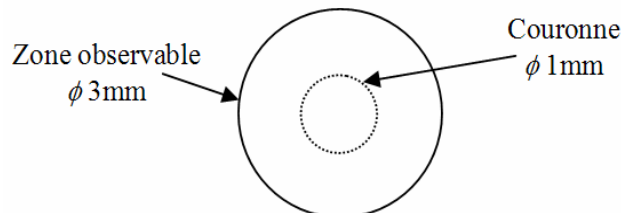


Figure 183 : Zones d'observation de l'échantillon (zone 1 : centre de l'échantillon ; zone 2 : périphérie extérieure ou couronne).

- 1^{er} stade de déformation

D'après la Figure 184, une activité plastique très importante est observée en surface à l'intérieur de la couronne.

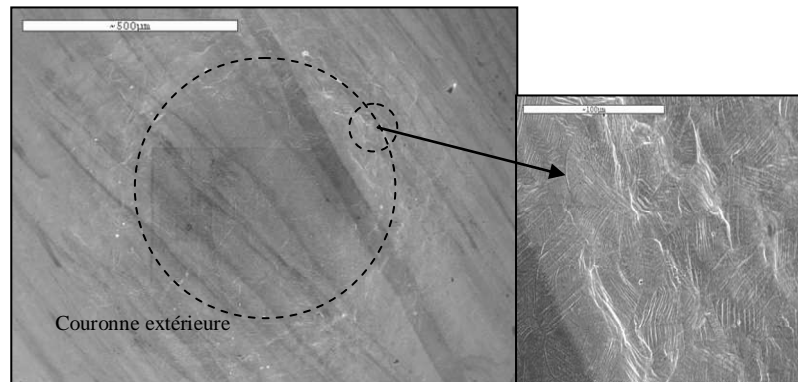


Figure 184 : Apparition de l'activité plastique très concentrée sur une zone en forme de couronne (pour une déformation plastique estimée à 0,2).

Nous pouvons distinguer sur la Figure 185 un fort relief en surface avec des lignes de glissement très marquées. Ces lignes, qui ne franchissent pas les joints de grains, nous permettent ainsi de visualiser les différents grains. Sur les deuxième et troisième clichés de cette même figure, deux orientations de lignes sont clairement visibles à l'intérieur d'un même grain, signe de l'activation de plusieurs systèmes de glissement. Les grains de surface se déformant plastiquement par le biais d'un nombre restreint de systèmes de glissement, il est normal que sur les clichés, peu de grains présentent plus de deux orientations de lignes de glissement.

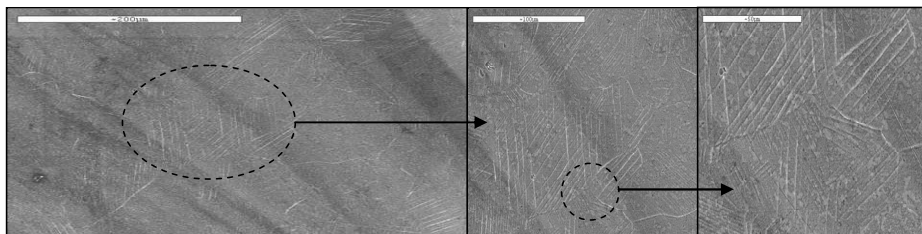


Figure 185 : Observation de l'activité plastique au centre de l'échantillon.

- Stade de déformation à rupture

L'intense activité plastique décelée précédemment conduit à une rupture de la couronne comme l'illustre la Figure 186.

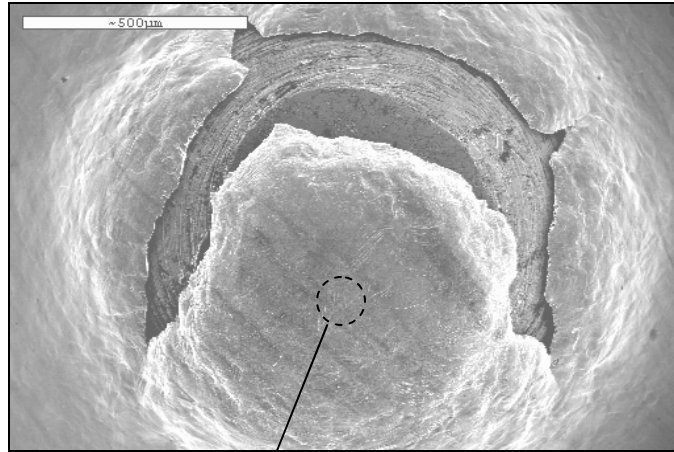


Figure 186 : Rupture de l'échantillon sur la couronne.

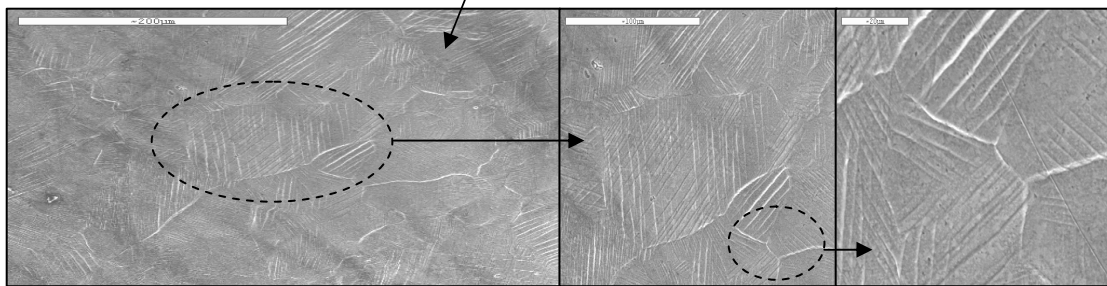


Figure 187 : Observation de l'activité plastique au centre de l'échantillon après rupture.

L'examen de la Figure 187 nous indique que les grains de la zone centrale se sont globalement peu déformés suite au chargement, gênés en cela par le frottement de la surface inférieure sur le poinçon. Les lignes de glissement se sont cependant intensifiées facilitant la visualisation des différents systèmes dans un même grain.

- Observation de la zone de rupture

Sur la Figure 188, nous retrouvons le faciès de rupture en lame de couteau déjà observé en traction. Nous visualisons également les traces de l'activité plastique engendrant l'aspect de surface couramment appelé peau d'orange.

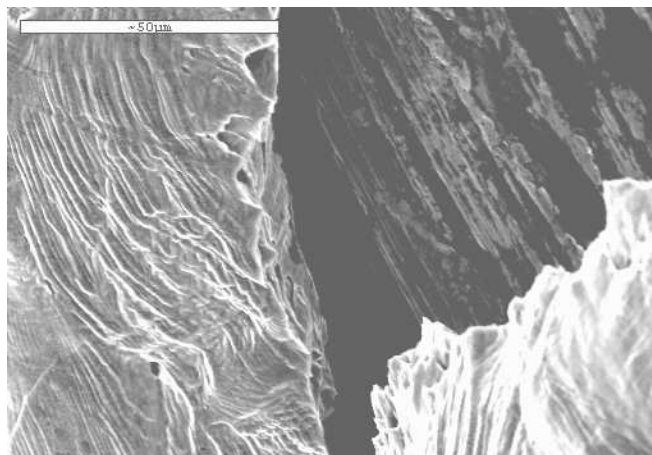


Figure 188 : Observation du faciès en lame de couteau sur la couronne de rupture.

Les similitudes du faciès obtenu en essai d'Erichsen modifié avec celui obtenu en traction démontre qu'il est induit par le comportement du matériau et non pas par le chargement.

2.1.3. Discussion des résultats

Compte tenu de la spécificité de notre essai d'Erichsen modifié, il est difficile de pouvoir confronter et discuter les résultats avec ceux trouvés dans la littérature.

Quelques essais s'en rapprochent, notamment ceux de pliage (« bending »). Ces essais utilisent également le principe de déformation d'un échantillon par un poinçon, mais l'éprouvette n'est pas bridée (Figure 189).

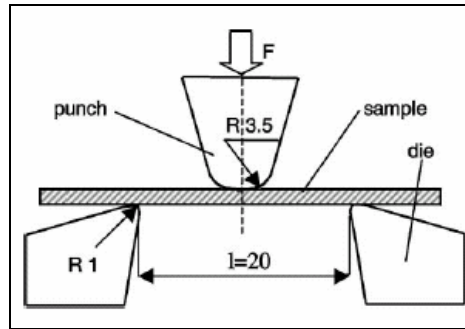


Figure 189 : Montage utilisé pour l'opération de pliage [RAU01].

Les résultats obtenus sur des éprouvettes d'1 mm d'épaisseur pour différentes tailles de grains (Figure 190), présentent une évolution parabolique de la contrainte en fonction de la taille de grain. Il est important de prendre en compte les deux zones du graphique : celle de gauche comportant plusieurs grains dans l'épaisseur et celle de droite n'en comportant qu'un seul. La zone de gauche illustre la loi de Hall-Petch. Nos essais se situent à la limite entre les deux zones du graphique, à l'endroit où les courbes paraboliques passent par leur minimum. La faible influence de la taille de grain que nous avons mise en évidence se retrouve sur ces courbes sous forme d'une tangence horizontale. Comme nous l'avons vu au premier chapitre, nos tests sont réalisés dans une gamme d'épaisseurs de tôles ($\approx 100\mu\text{m}$) qui ne présente pas de sensibilité à la taille de grain.

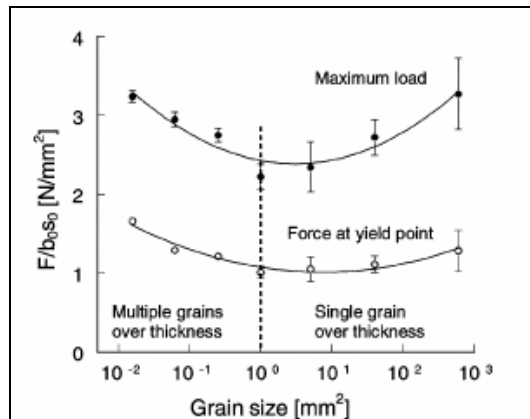


Figure 190 : Variation de la force maximale et de la force à la limite d'élasticité suivant la taille de grain lors d'un essai de pliage [RAU01].

Compte tenu de la forme bombée et de la taille de la zone emboutie ($\varnothing 3\text{ mm}$) (Figure 191), il est difficile dans l'immédiat de réaliser des mesures d'évolution texturale ou de contraintes internes in situ par les techniques de diffraction des rayons X. Moyennant certaines adaptations de la machine, il est possible d'envisager des mesures plus aisées en EBSD.



Figure 191 : Echantillon après essai d'Erichsen modifié (zone emboutie au centre).

Du fait du caractère novateur du dispositif d'essais (actionneurs, moyens de mesure et d'acquisition, mise au point des essais, observation in situ) et du manque de résultats dans la littérature, un grand nombre d'améliorations sont d'ores et déjà envisagées, telle que la possibilité de mesure de texture, de contraintes internes et d'analyse en EBSD.

2.2. Etude de la sensibilité à la vitesse de déformation

Dans ce paragraphe nous exploitons la machine afin de mener une étude de l'influence de la vitesse de déformation sur la réponse de trois matériaux dans une gamme allant d'environ $5 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ à 5 s^{-1} .

2.2.1. Influence de la vitesse de sollicitation sur la réponse du cuivre pur

Des essais caractérisant l'influence de la vitesse de sollicitation sont réalisés sur des feuilles de cuivre ayant subi un recuit de 3 heures. Comme nous l'avons vu, le bruit lié à la mesure d'effort entache nos courbes d'une certaine incertitude. Les courbes présentées ci-dessous sont issues d'essais conduits sur des feuilles de $250\mu\text{m}$ d'épaisseur afin de travailler dans une gamme d'effort plus large et par conséquent limiter la proportion de bruit sur la mesure de l'effort. La vitesse de déformation est estimée en relevant le temps nécessaire pour obtenir $500\mu\text{m}$ de déplacement de matrice, ce qui correspond à environ 40% de déformation sur la partie bombée de l'échantillon (estimation obtenue par simulation numérique de l'essai, cf. paragraphe 1.3.2.). L'hypothèse d'un déplacement à vitesse constante de la matrice est par conséquent faite mais en réalité non vérifiée. Pour chaque vitesse, trois essais sont enregistrés, la moyenne de ces trois essais est représentée sur la Figure 192. Dans tous les cas, les trois courbes correspondant à une même vitesse ne sont pas éloignées de plus de $\pm 5\text{N}$ par rapport à la moyenne représentée. L'allure des courbes obtenues est typique de ce type d'essai. En effet contrairement à un essai de traction uniaxiale, les différentes zones de l'échantillon n'entrent pas au même moment en plasticité dans le cas de l'essai d'Erichsen modifié. Au début, notre essai s'apparente plus à un essai de flexion qu'à un essai de traction biaxée, ce qui justifie que la phase de comportement élastique ne soit pas très marquée dans notre cas. Avant l'obtention d'un déplacement de $50\mu\text{m}$, nous notons simplement une pente légèrement plus importante. La pente des courbes augmente à nouveau par la suite (après un déplacement de $300\mu\text{m}$) car la zone plastifiée croît plus rapidement que l'adoucissement ne fait chuter la contrainte d'écoulement.

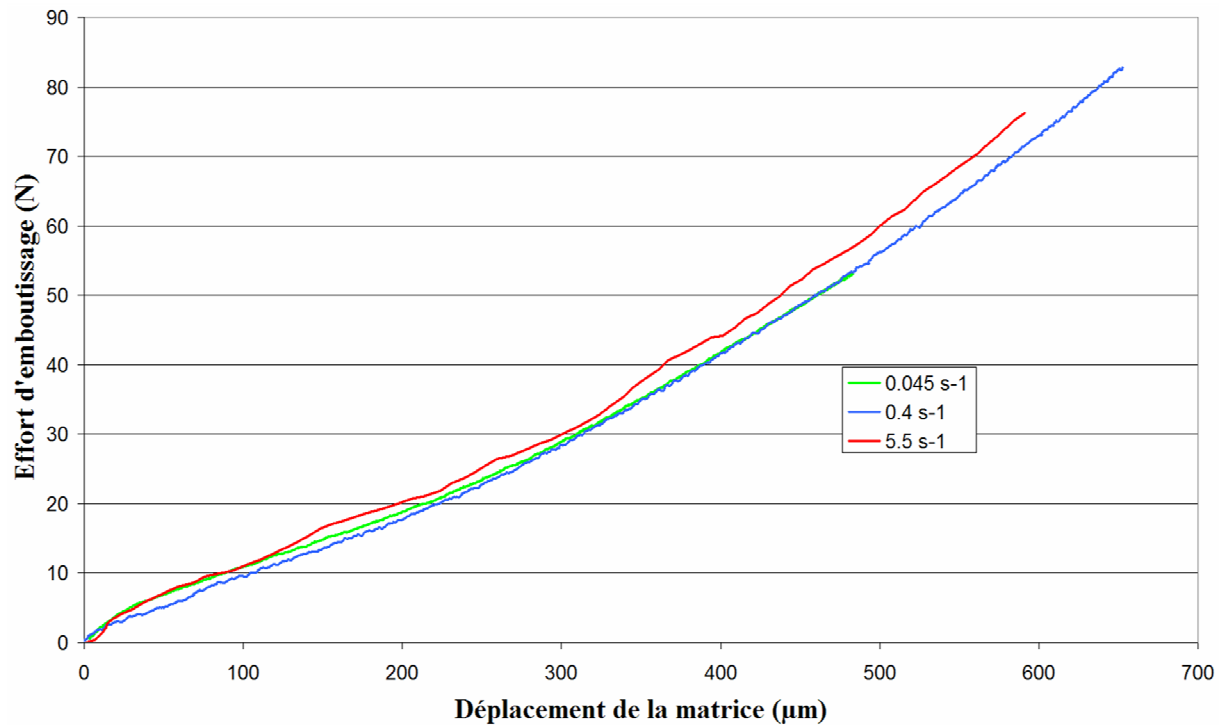


Figure 192 : Influence de la vitesse de déformation lors d'un essai d'Erichsen modifié (feuilles de cuivre de 250μm d'épaisseur recuit 3 heures).

Les résultats de la Figure 192 confirment le fait que le cuivre pur présente une très faible sensibilité à la vitesse de déformation. Les limites de la machine ne nous permettent pas de balayer plus de deux ordres de grandeurs en termes de vitesse. Ces résultats restent néanmoins précieux dans l'objectif de la vérification du calage de la loi de comportement développée.

Remarque : L'analyse des effets de la vitesse de déformation doit être conduite en apportant une attention particulière à l'influence du frottement, qui à cette échelle peut jouer un rôle prépondérant. Dans notre situation le frottement semble être limité car le flan est totalement bridé entre la matrice et le serre flan. L'unique zone où peut intervenir le frottement se trouve entre le poinçon et le flan sur une surface restreinte inférieure au mm^2 .

2.2.2. Influence de la vitesse de sollicitation sur la réponse de l'aluminium pur

Les essais d'Erichsen modifié sont réalisés sur des feuilles d'aluminium de 200μm d'épaisseur toujours dans le but de faire fonctionner le capteur d'efforts dans une gamme adaptées. Chaque courbe tracée sur la Figure 193 est une moyenne de trois essais réalisés dans les mêmes conditions. Une légère influence de la vitesse de déformation est observée sur ce graphique.

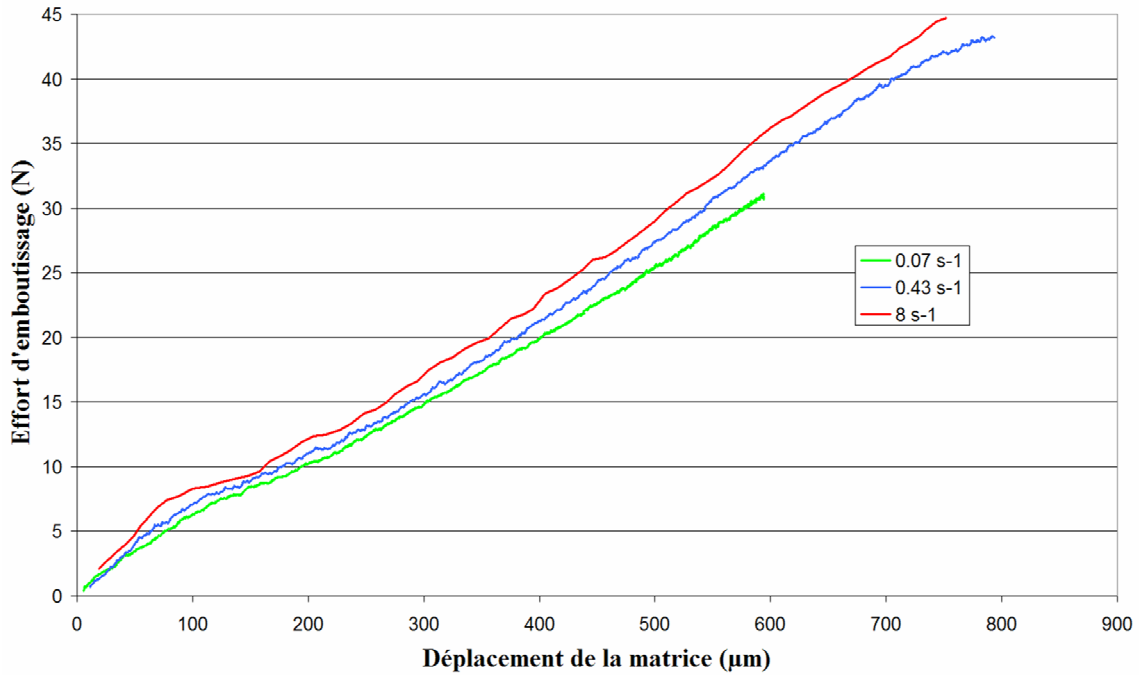


Figure 193 : Influence de la vitesse de déformation lors d'un essai d'Erichsen modifié (feuilles d'aluminium de 200 μm d'épaisseur).

2.2.3. Influence de la vitesse de sollicitation sur l'acier inoxydable de type 316L

De même que pour les deux matériaux précédents, l'influence de la vitesse de déformation est analysée sur des feuilles d'acier inoxydable de 100 μm d'épaisseur. Chaque courbe de la Figure 194 est obtenue après une moyenne de trois essais expérimentaux réalisés à la même vitesse. Une très légère augmentation de la contrainte d'écoulement est détectée lorsque la vitesse de sollicitation croît, ce qui est en adéquation avec les observations communément effectuées sur ce type d'acier.

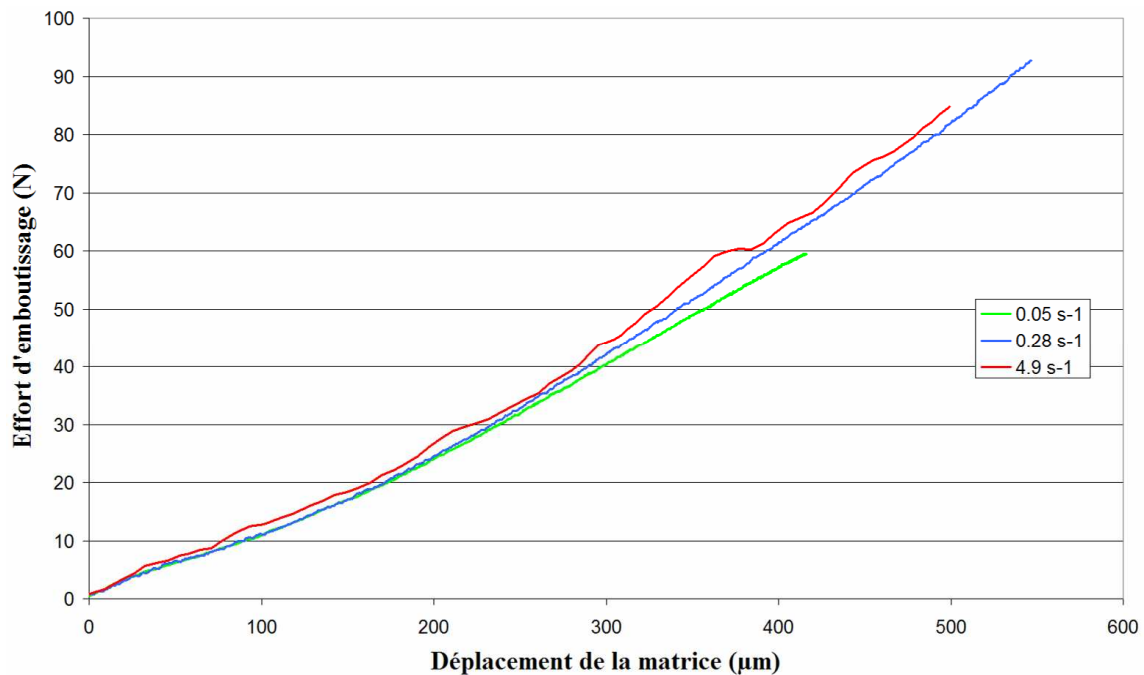


Figure 194 : Influence de la vitesse de déformation lors d'un essai d'Erichsen modifié (feuilles d'acier inoxydable de 100 μm d'épaisseur).

3. Bilan

Dans ce chapitre nous avons abordé tout d'abord la conception et la réalisation d'une nouvelle machine de tests in situ et dans un deuxième temps l'exploitation de cette machine dans le cas d'essais de validation. Nous conservons ce découpage pour tirer le bilan de ces deux aspects.

a) La machine

La machine a été testée sur une centaine de cycles et présente une parfaite fiabilité. La mise en œuvre de l'ensemble est facile et rapide tout en garantissant une bonne répétabilité des conditions opératoires. Cependant, une attention particulière concernant la manipulation et la mise en place d'échantillons de faible épaisseur doit être apportée afin de ne pas fausser la mesure.

A l'usage, le bruit généré par l'électronique de la chaîne d'acquisition de l'effort (bruit de l'ordre de $\pm 2\text{N}$), apparaît être un point à améliorer par la suite. La solution envisagée consiste au remplacement des boîtiers conditionneurs à pont de jauge par des boîtiers de nouvelle génération.

Le capteur d'effort est bien adapté pour couvrir une gamme de mesure de 20 à 100N. Cette gamme convient parfaitement pour l'analyse de l'acier inoxydable de type 316L en épaisseur 100 μm . Pour des matériaux plus souples comme le cuivre et à fortiori l'aluminium, il convient de mettre en œuvre des épaisseurs supérieures. Si le test de feuille de 100 μm d'épaisseur est imposé, il paraît indispensable d'utiliser un capteur adapté à chaque matériau afin de bénéficier d'une résolution de mesure acceptable.

b) Les essais

L'étude de l'influence du nombre de grains dans l'épaisseur des flans de cuivre de 100 μm d'épaisseur montre la même insensibilité que celle observée en traction, ce qui permet de confirmer ce résultat.

L'analyse des faciès de rupture sur le cuivre est également en accord avec les observations atypiques faites en traction. Nous pouvons donc affirmer que ces faciès sont directement liés à l'épaisseur des tôles et non aux conditions particulières de l'essai de traction. Les tôles minces, sollicitées dans leur plan, présentent de fortes déformations dans l'épaisseur conduisant à une rupture en lame de couteau.

Comme escompté pour les matériaux à structures CFC, aucun des trois matériaux ne présente une forte sensibilité à la vitesse de déformation dans la gamme étudiée. Les faibles tendances relevées serviront toutefois à l'identification des paramètres de viscosité de la loi de comportement.

De plus ce test, fourni des éléments de validation des modèles simulés par le biais de la comparaison expérimentation/simulation d'une opération de mise en forme simple, à savoir le test d'Erichsen modifié. En effet, les premières observations in situ sous MEB sont concluantes et permettent comme prévu de suivre l'évolution de la morphologie d'un grain ainsi que son activité plastique tout au long de l'essai.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [FER01] J.C. Ferreira, *A note on a numerically controlled precision system for sheet metal bending tests*, Journal of Materials Processing Technology 110, p. 244-248, 2001.
- [FU01] Y. Fu, W. Huang, H. Du, X. Huang, J. Tan, X. Gao, *Characterisation of TiNi shape-memory alloy thin films for MEMS applications*, Surface Coatings and Technology 145, p. 107-112, 2001.
- [KRA01] O. Kraft and C.A. Volkert, *Mechanical Testing of Thin Films and Small Structures*, Advanced Engineering Materials, 3, 2001.
- [LI01] X. Li, B. Bhushan, *A review of nanoindentation continuous stiffness measurement technique and its applications*, Materials Characterisation 47, p. 1-26, 2002.
- [MEN59] J.W. Menter and D.W. Pashley, *The microstructure and mechanical properties of thin films*, Proceedings, New York, September 9-11, 1959.
- [NF03] NF EN ISO 20482, *Matériaux métalliques – Tôles et bandes – Essai d'emboutissage Erichsen*, AFNOR, 2003.
- [RAU01] L.V. Raulea, A.M. Goijaerts, L.E. Govaert, F.P.T. Baaijens, *Size effects in the processing of thin metal sheets*, Journal of materials processing technology 115, p. 44-48, 2001.
- [SAO01] Y. Saotome, K. Yasuda, H. Kaga, *Microdeep drawability of very thin sheet steels*, Journal of Materials Processing Technology 113, p. 641-647, 2001.
- [STO98] J.S. Stölken and A.G. Evans, *A Microbend Test Method for Measuring the Plasticity Length Scale*, Acta Mater. Vol.46, N°14, 1998.
- [SZC90] L. Dietrich, P. Jastrzebski, S. Kocanda, J. Miastkowski, J. Stupnicki, W. Szczepinski, J. Zawadzki, *Experimental methods in mechanics of solids*, Materials Science Monographs, 51, Elsevier, 1990.

CONCLUSION GENERALE

L'objectif principal de ce travail a été de développer une modélisation permettant de prédire et d'analyser la réponse mécanique de tôles d'épaisseur submillimétrique afin de simuler, à terme, de la mise en forme des mini-composants.

Dans un premier temps, une campagne d'essais expérimentaux, en traction uniaxiale sur des feuilles de cuivre d'épaisseur 100 μ m et 250 μ m, a été engagée afin de compléter et d'affiner les constatations relevées dans la littérature. Pour fournir des résultats fiables, les essais ont nécessité l'utilisation d'outils adaptés aux dimensions des éprouvettes ainsi que la mise en place de protocoles spécifiques de préparation et d'analyse des échantillons. Le bilan de la campagne a mis en évidence que, dans la gamme d'épaisseur étudiée, le comportement mécanique du matériau ne dépend pas de la taille moyenne des grains. Par contre, il a été observé qu'il est fortement lié au ratio surface/volume de l'éprouvette ou à la distribution de taille de grains. Dans les deux cas, la surface libre a été identifiée comme étant à l'origine de ces observations. Parallèlement, les nombreux essais réalisés sur le cuivre pur ainsi que sur l'aluminium pur et l'acier inoxydable de type 316L ont permis la constitution d'une base de données matériau conséquente. De plus, des phénomènes caractéristiques des tôles d'épaisseur submillimétrique sollicitées en traction ont été observés, à savoir :

- une forte striction dans l'épaisseur des éprouvettes,
- un faciès de rupture en lame de couteau orienté à 90° par rapport à la direction de traction.

Afin de prendre en compte les spécificités du comportement des tôles minces et d'en vérifier par la suite les origines, une approche globale a été créée. La mise en place de cette approche s'est articulée autour de deux axes :

- Une loi de comportement élasto-viscoplastique monocristalline a été implantée dans le code commercial de calcul par éléments finis ABAQUS[®], via la subroutine utilisateur UMAT. Cette loi basée sur les mécanismes physiques de glissement plastique utilise les densités de dislocations comme variables internes. La loi a été adaptée à la simulation de la mise en forme des mini-composants. En effet, elle est formulée en grandes déformations et prend en compte la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation. Un effort particulier concernant l'optimisation de l'algorithme de résolution utilisé dans la subroutine UMAT a été fourni afin de réduire les temps de calcul.
- La mise en œuvre de la loi développée dans ce travail nécessite la modélisation de la microstructure de la pièce simulée. Dans un souci permanent de diminution des temps de calcul, la discrétisation de la microstructure en éléments finis a fait l'objet d'une étude poussée afin de créer des maillages légers tout en assurant une représentation satisfaisante des grains. Deux programmes permettant la modélisation géométrie des grains et la création d'orientations cristallographiques ont été développés. Chacun de ces deux programmes utilise en entrée des données issues de mesures expérimentales telles que la distribution de taille de grains et la texture cristallographique. Ces données sont traitées par les programmes afin de générer une modélisation s'approchant au mieux de la microstructure réelle du matériau étudié. En complément, de nombreux outils informatiques connexes ont été créés afin de rendre la préparation des simulations rapide et fiable.

Les performances de l'approche numérique développée ont été évaluées par le biais d'une série de calculs. La cohérence des résultats fournis ainsi que la bonne réponse aux variations des paramètres matériaux liés à la sensibilité à la vitesse de déformation ont pu être vérifiées.

Ces tests ont également permis la comparaison des différentes solutions de modélisation des grains envisagées. Nous sommes arrivés à la conclusion que la modélisation des grains par croissance de germe et affectation aux points d'intégration fournit le meilleur compromis précision/temps de calcul lorsque la structure comprend peu de grains (moins de 2000). Au-delà de cette valeur, la modélisation de type octaèdre représente une option plus efficace.

L'outil numérique a permis ensuite de vérifier que les surfaces libres sont bien les principales sources des modifications du comportement du matériau à l'échelle à laquelle nous avons mené notre étude. Comme nous l'avions pressenti lors de l'étude expérimentale, son influence est exacerbée par deux phénomènes :

- soit par le biais de l'augmentation du ratio S/V de la structure. Après analyse, le paramètre qui nous paraît le plus représentatif du comportement des tôles minces est le résultat du couplage de ce ratio et de la fraction volumique de grains surfaciques : $S/V \cdot f_s$. Une relation de quasi proportionnalité a été trouvée entre ce paramètre et la contrainte d'écoulement macroscopique.
- soit, dans une moindre mesure, par le biais d'une distribution de taille de grains étalée avec présence de gros grains en comparaison de l'épaisseur de la structure. Ces gros grains ayant généralement une ou plusieurs surfaces libres, ils conduisent à un adoucissement de la réponse globale de la matière.

Enfin, il est apparu important d'approfondir notre étude dans le cas de sollicitations mécaniques se rapprochant davantage de celles mises en jeu lors de la fabrication des mini-composants. Pour répondre à ce besoin, la conception et la réalisation d'une nouvelle machine d'essais in situ ont été menées. Les dimensions et les caractéristiques recherchées de cette machine ont nécessité l'intégration d'actionneurs piézo-électriques novateurs. Une première série de tests a permis de vérifier son bon fonctionnement. Ces essais ont laissé également entrevoir les possibilités offertes par ce dispositif expérimental.

Le bilan des principaux résultats qui vient d'être fait permet de cerner des axes d'améliorations ou d'explorations futurs. Les aspects numériques sont d'abord exposés puis les aspects expérimentaux sont décrits.

Force est de constater que les temps de calcul imposés par l'approche numérique développée ne permettent pas, dans l'état actuel des performances des systèmes informatiques conventionnels, de fournir une réponse rapide à une problématique industrielle liée à la mise en forme ou au dimensionnement d'un mini-composant. Nous avons d'ores et déjà poussé relativement loin l'optimisation de la routine utilisateur UMAT. Cependant, plusieurs problèmes subsistent :

- La gestion de la routine UMAT par ABAQUS® ne nous paraît pas parfaite en termes de temps de traitement. Il est envisagé d'utiliser un autre code de calcul dans lequel le fonctionnement de la routine *matériau utilisateur* est optimisé. Une autre solution consiste à reformuler notre loi afin de l'implanter dans la version explicite du code ABAQUS®.
- Le nombre de sous-pas de temps utilisés dans la routine UMAT, pour permettre la résolution par la méthode de Newton-Raphson, est encore relativement élevé. Nous savons que ce nombre est conditionné par la précision de la partition de la déformation totale en partie plastique et élastique lors de la première boucle de résolution. C'est donc sur ce point qu'il faut fournir un effort particulier afin de réduire les temps de calcul.

Au niveau de la loi de comportement, la formulation en élasto-plasticité est réalisée dans le chapitre 2. Son implantation dans le code de calcul et sa validation restent à effectuer en partie. Par ailleurs, la prédiction de la localisation de la déformation, que nous effectuons d'ores et déjà, doit pouvoir être affinée en intégrant par exemple un critère d'endommagement complété éventuellement par un critère de rupture.

Enfin, le travail présenté illustre des effets de taille liés au rapport entre la taille moyenne des grains et l'épaisseur des tôles. Les effets de taille ne sont cependant pris en compte qu'au travers d'une représentation discrète de la microstructure qui, couplée à la résolution numérique des équations de champs, fait apparaître des hétérogénéités inter et intra granulaires. Ces effets de taille ne sont pas directement intégrés dans la description du comportement via les lois décrites dans le chapitre 2. Nous négligeons, par exemple, l'effet de la taille de grain, la distance entre les obstacles forts, la longueur caractéristique des sous-structures de dislocations, la distance entre bandes de glissement. Seul le libre parcours moyen des dislocations est introduit. Celui-ci est associé à la présence de dislocations forêts mais plus généralement il peut être relié à des distances entre macles qu'il serait sans doute intéressant d'intégrer dans notre modélisation. Lorsque la taille des pièces mécaniques est encore réduite (c'est-à-dire de l'ordre du micromètre), le rôle des surfaces externes et internes sur la réponse du matériau devient primordial. Nous pouvons nous attendre à des effets spécifiques lorsque, par exemple, les dimensions de la structure atteignent des ordres de grandeurs proches de ceux des longueurs caractéristiques des mécanismes discrets. En particulier, les surfaces internes (joints de grain, joints de macles, parois matrice/précipités) ou externes (surfaces libres) et le rapport $\frac{\text{libre parcours moyen des dislocations}}{\text{distance entre obstacles}}$ jouent un

rôle sur l'auto-organisation des dislocations et donc sur la réponse du matériau. Nous pouvons alors nous demander s'il est toujours judicieux, dans ces conditions, d'utiliser des lois de comportement issues d'une description « moyennée » de la microstructure ?

Pour mener à bien toutes ces perspectives, il nous paraît indispensable de conduire en parallèle une analyse expérimentale à différentes échelles pour alimenter et valider la modélisation.

L'exploitation optimale de la mini-machine de test d'Erichsen modifié reste à faire. Elle nécessite au préalable le dimensionnement et la fabrication de capteurs d'efforts adaptés à chacun des matériaux analysés, afin d'obtenir des caractéristiques force-déplacement fiables quelle que soit la vitesse de sollicitation.

Les observations in situ mettant en œuvre cette machine doivent également être réalisées afin de suivre par exemple, comme nous l'avons prévu initialement :

- la réorientation d'un grain particulier,
- la mesure des contraintes inter et intra granulaires,
- la mesure de l'évolution de la densité de dislocations,
- l'observation de l'évolution de la morphologie d'un grain.

Dans cette optique, une demande d'essai sur le synchrotron de Grenoble a été déposée conjointement avec A. Baczmanski de l'Université des Mines et de Métallurgie de Cracovie, Pologne. Un accord de principe a été donné sur ce projet par l'ESRF. Le programme de mesure prévoit dans un premier temps l'accès aux informations citées ci-dessus en traction uniaxiale. Si la campagne est concluante, elle sera étendue aux cas des sollicitations plus complexes générées par le test d'Erichsen modifié. Les résultats obtenus serviront finalement à estimer les limites d'utilisation de l'approche numérique développée dans ce travail de thèse.

ANNEXES

Annexe 1 : Etude de l'aluminium pur

L'aluminium que nous étudions est pur à 99%, sa structure métallurgique est de type CFC. Il est livré sous forme de feuilles de 100 μm et 200 μm après avoir subi un recuit à 350°C pendant 10 minutes. L'étude présentée dans ce paragraphe se focalise uniquement sur les feuilles de 100 μm d'épaisseur.

1. Analyse micrographique

L'analyse micrographique de l'aluminium pur est rendue délicate par la difficulté à révéler sa microstructure. De nombreuses attaques chimiques sont testées sans qu'aucune ne donne entière satisfaction, en particulier lors de l'analyse de la tranche des échantillons. Les micrographies proposées Figure 195 sont obtenues grâce à une attaque Keller : 2ml HF, 3mlHCl, 20ml HNO₃, 175 ml H₂O.

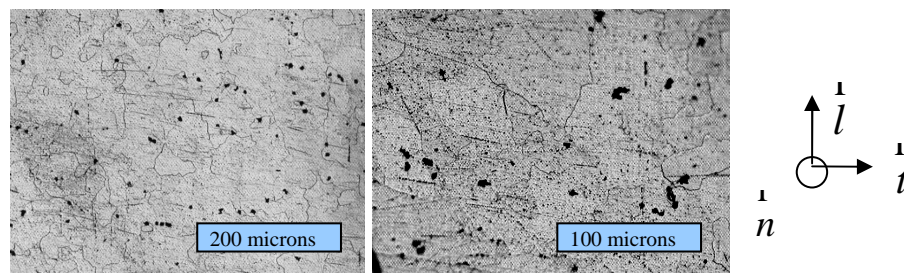


Figure 195 : Micrographies de l'aluminium pur suivant le plan de laminage.

Une taille moyenne de grain de l'ordre de 80 μm est estimée sur une faible population de grains. L'analyse de l'arrangement des grains dans l'épaisseur est impossible car la section de l'échantillon ne reste pas plane sous l'effet de l'attaque chimique. La faible profondeur de champ des optiques à notre disposition ne peut s'adapter au relief ainsi créé. Nous pouvons cependant admettre que le nombre de grains dans l'épaisseur est proche de 1, ce qui donne à l'aluminium un caractère singulier par rapport au cuivre et à l'acier inoxydable initiaux.

2. Analyse de la texture initiale

Les mesures de texture de l'aluminium fournissent des résultats similaires à ceux obtenus pour le cuivre, signe que les deux familles de feuilles ont subi un processus de fabrication semblable, en termes de taux de réduction et de traitement thermique.

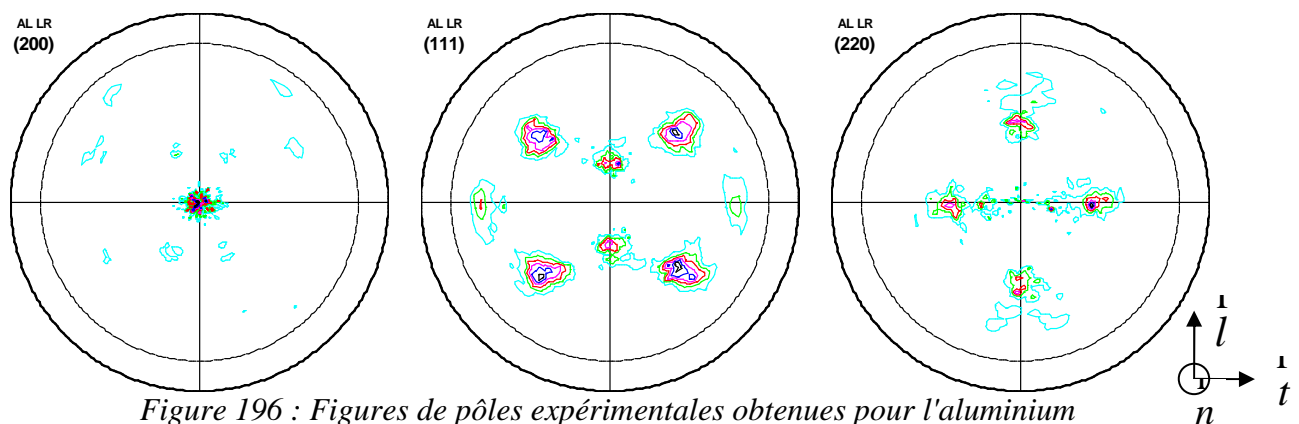


Figure 196 : Figures de pôles expérimentales obtenues pour l'aluminium

3. Essais de traction

La Figure 197 représente la réponse en traction d'éprouvettes d'aluminium de 100 μ m d'épaisseur pour les trois directions de prélèvement. Il est important de souligner que ces résultats sont entachés d'une incertitude relativement grande. En effet le niveau d'effort mesuré se trouve à la limite de la sensibilité de la cellule de force de la mini-machine de traction. Les courbes proposées sont représentatives d'un total de 10 essais. La prise en compte de l'incertitude évoquée ci-dessus ne permet pas de conclure quant à une éventuelle anisotropie des feuilles d'aluminium. De plus, ces courbes représentant la relation contrainte-déformation ne sont valables que jusqu'à l'apparition de la striction, qui correspond sur les courbes au début de la décroissance rapide.

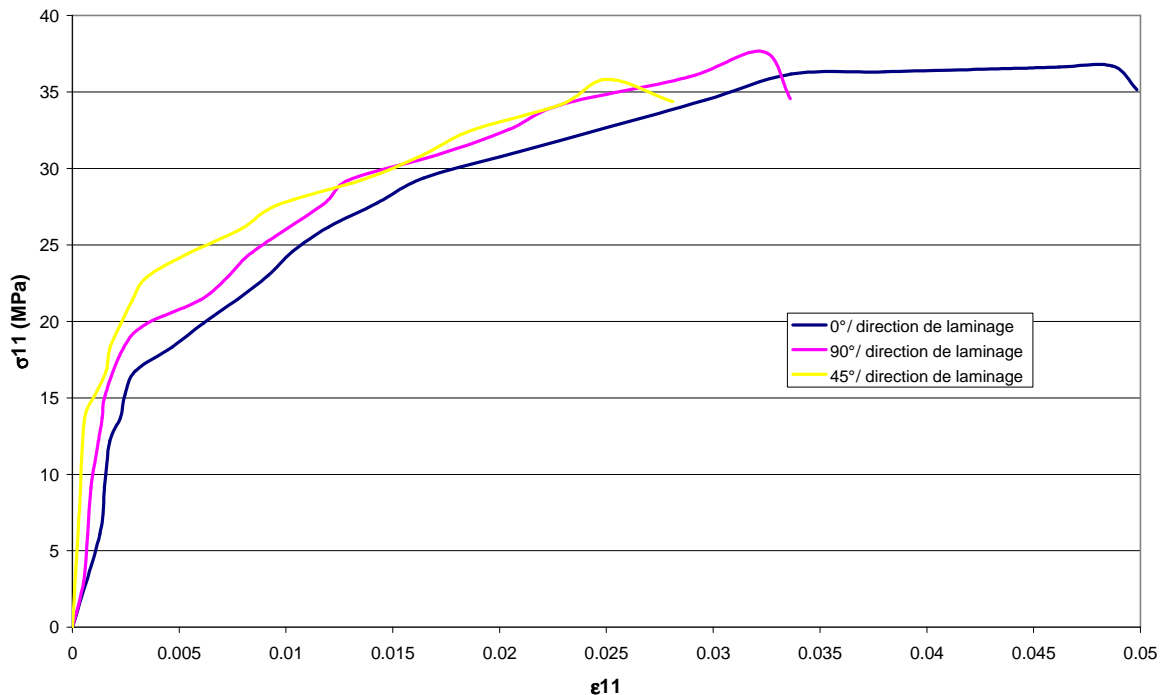


Figure 197 : Courbes contrainte vraie-déformation vraie en fonction de la direction de traction de l'aluminium pur.

La réponse contrainte-déformation présente une allure classique avec des domaines élastique et élasto-plastique présentant un écrouissage relativement élevé. Dans tous les cas, un très faible allongement à la rupture est enregistré, signe d'une perte de stabilité précoce de la déformation. La présence de gros grains (taille moyenne estimée à 80 μ m, importante par rapport à l'épaisseur) explique, comme dans le cas du cuivre, la localisation prématurée de la déformation. Cette hypothèse est renforcée, là encore comme dans le cas du cuivre, par l'apparition systématique d'une rupture orientée à 90° par rapport à la direction de traction, comme l'illustre la Figure 198, et présentant un faciès de rupture en lame de couteau.



Figure 198 : Rupture d'une éprouvette d'aluminium pur.

Annexe 2 : Etude de l'acier inoxydable

L'acier inoxydable analysé ici a la composition suivante :

Elément	Fer	Chrome	Nickel	Magnésium	Silicium	Phosphore	Carbone
Teneur %	68	17	12	2	1	0,045	0,03

Tableau 14 : Composition chimique de l'acier inoxydable de type 316L.

Comme les deux matériaux précédemment étudiés la structure de cet acier austénitique 316L est de type CFC. Les feuilles de 100 μ m que nous mettons en œuvre sont également traitées thermiquement avant livraison (60 minutes à 1050°C).

1. Analyse micrographique

Les micrographies présentées ci-après sont obtenues après attaque de l'acier avec une solution composée de : $\frac{1}{3}$ HCl, $\frac{1}{3}$ HNO₃, $\frac{1}{3}$ H₂O.

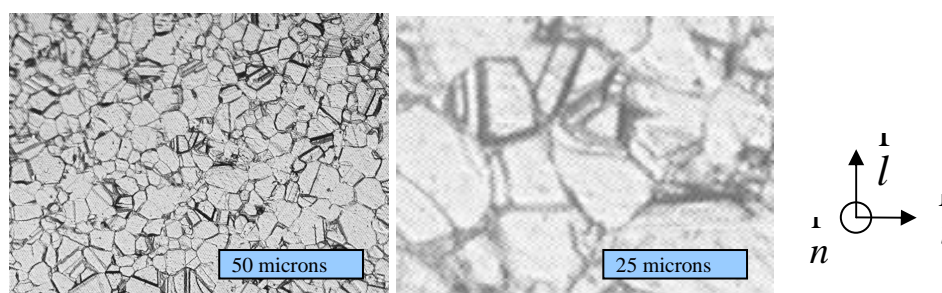


Figure 199 : Micrographies de l'Inox 316L suivant le plan de laminage.

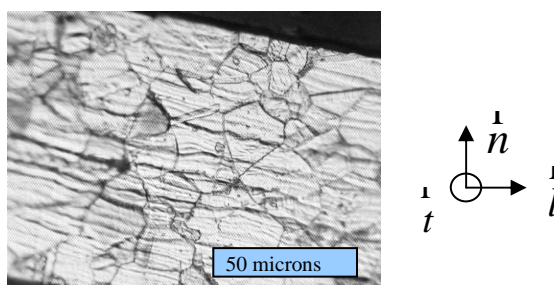


Figure 200 : Micrographies de l'Inox 316L suivant le plan transverse.

Les micrographies des Figure 199 & Figure 200 font facilement apparaître des grains équiaxes. La taille de grain moyenne est d'environ 20 μ m, mais il est déjà évident à l'oeil nu que la dispersion des tailles de grain est relativement large. Malheureusement, l'information sur la distribution de taille n'a pas pu être obtenue par le biais d'une analyse EBSD, à cause du caractère très pointu de la préparation des échantillons rendue difficile par la présence de nombreuses macles de recuit.

2. Analyse de la texture initiale

La mesure de texture fournit une fois de plus un résultat cohérent avec le traitement subi par le matériau. La Figure 201 correspond à une texture typique de laminé recuit pour un matériau de type acier inoxydable austénitique.

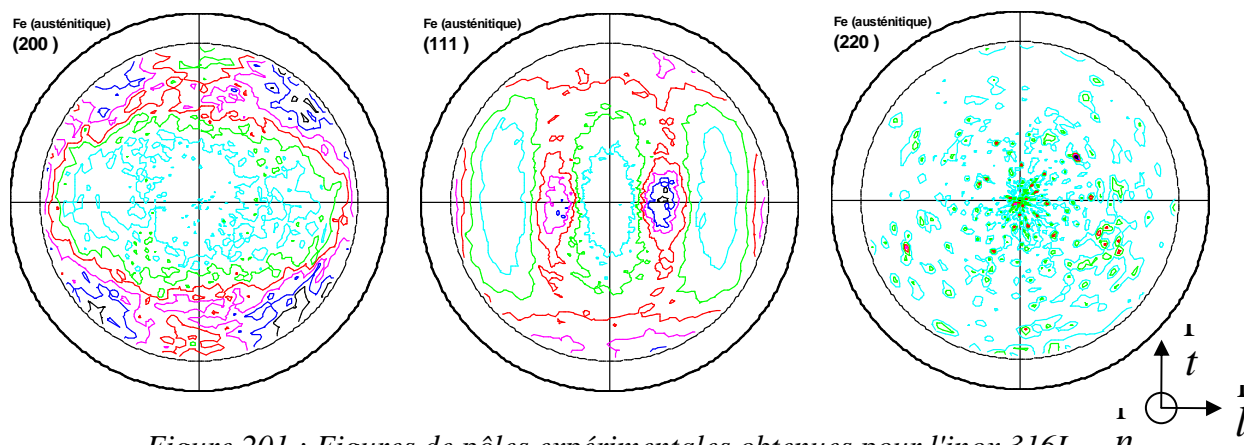


Figure 201 : Figures de pôles expérimentales obtenues pour l'inox 316L

Ce type de mesure permet, aussi bien pour l'acier inoxydable que pour l'aluminium et le cuivre, la création d'une liste de triplets d'angles d'Euler représentatifs de la texture du matériau à l'état initial.

3. Essais de traction

La Figure 202 rapporte les résultats d'une douzaine d'essais de traction réalisés sur des éprouvettes de 100 μ m d'épaisseur, prélevées suivant trois directions spécifiques par rapport à la direction de laminage (0°, 45° et 90°).

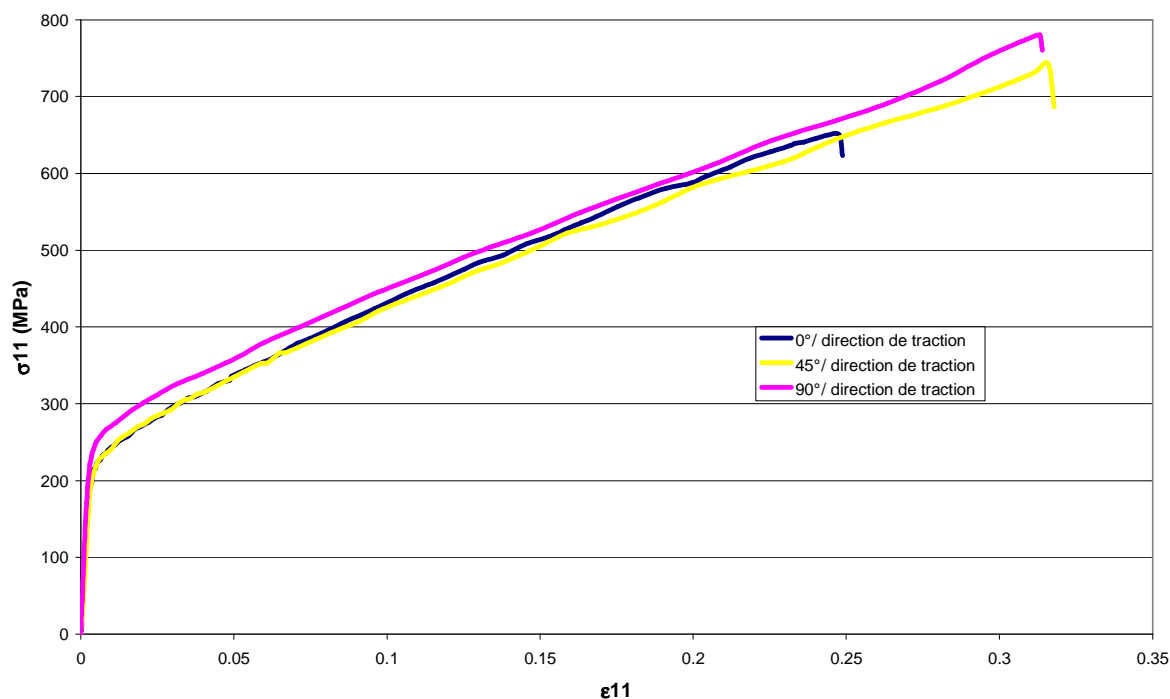


Figure 202 : Courbes contrainte vraie –déformation vraie de l'acier inoxydable 316L, en fonction de la direction de traction.

Comme pour les matériaux étudiés précédemment, un domaine élastique et un domaine élasto-plastique avec un écrouissage quasi-linéaire sont observés. Dans tous les cas, aucun adoucissement de l'écrouissage n'intervient. L'analyse détaillée de l'ensemble des résultats ne permet de détecter aucune anisotropie de comportement liée à l'orientation de la découpe de l'éprouvette.

La rupture des éprouvettes se situe à nouveau systématiquement à 90° par rapport à la direction de traction comme l'illustre la Figure 203. Le faciès de rupture en lame de couteau est lui aussi reproduit.

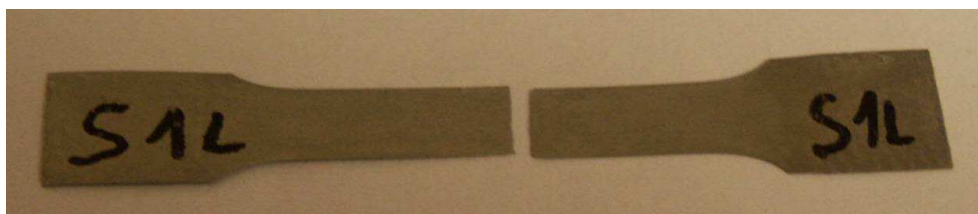


Figure 203 : Rupture d'une éprouvette de 316L.

Conclusion des annexes 1 et 2 :

La sollicitation en traction des tôles d'épaisseur submillimétrique d'aluminium et d'acier inoxydable se traduit par une rupture à 90° par rapport à la direction de traction. Un faciès de rupture en lame de couteau révélant une striction dans l'épaisseur des tôles est également constaté systématiquement. Ce résultat, discuté dans les chapitres 1 et 4, est essentiellement dû à la surface libre dont le rôle mécanique devient prépondérant pour ces tôles minces. Ce phénomène peut être accentué par la présence de « gros » grains.

Annexe 3 : Principes de la mesure par microscopie confocale à champ étendu



LES PRINCIPES

OPTIQUES

Le principe de mesure du Capteur Optique CHR est celui de la microscopie confocale à champ étendu grâce au codage spectral de ce champ.

Contrairement à la microscopie conventionnelle qui permet sous certaines conditions optogéométriques d'imager simultanément tous les points d'un champ objet, la microscopie confocale n'imagine à chaque instant qu'un seul point du champ, lequel doit ensuite être scruté point par point par balayage (x, y).

Ainsi il ressort que la microscopie confocale découle de la microscopie conventionnelle à laquelle il suffit de rajouter un double filtrage spatial qui permet de n'éclairer qu'un seul point de l'objet et de ne détecter en retour que la lumière diffusée et/ou réfléchie provenant de ce même point.

Cette configuration est représentée sur la figure 1 où un point source S est imagé par un objectif L en un point M de l'objet. La lumière revenant de M, traverse l'objectif L et est réfléchi par la lame semi-réfléchissante vers un détecteur. Le diaphragme P, qui est l'image de M donnée par L, joue un rôle essentiel dans cette configuration puisqu'il assure que seule la lumière provenant de M atteint le détecteur : toute lumière provenant d'un point situé au-dessus ou au-dessous de M est filtrée par le diaphragme P. Il est ainsi possible d'observer un seul point de l'espace et de réaliser par balayage (x, y) une "coupe optique" plane située à une distance bien définie de l'objectif L sans être perturbé par les points extérieurs à cette coupe. Cette propriété de "coupe optique", ainsi qu'une résolution latérale de près de 30 % meilleure que celle observée en microscopie conventionnelle sont les avantages principaux de la microscopie confocale.

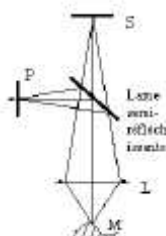


Fig. 1a - Schéma de principe de l'imagerie confocale

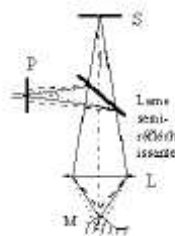


Fig. 1b - Schéma de principe de la propriété de "coupe optique"

La microtopographie de la surface d'un objet consiste à enregistrer l'altitude "Z" de chaque point de cette surface. Afin de déterminer cette altitude sans devoir procéder par focalisation dynamique c'est-à-dire sans aucun mouvement mécanique d'aucun composant le long de l'axe z, il faut procéder à un codage de l'espace de mesure, autre que temporel.

DCF-102-E1-A

STIL S.A.

440, rue Jean de Guinamand - 13858 Aix-en-Provence Cedex 3 - France
 Tel : +33 (0)4 42 39 66 51 - Fax : +33 (0)4 42 24 38 05
 Email : stilsa@wanadoo.fr - web : www.stilsa.com

Dans le CHR, l'espace de mesure est codé spectralement en mettant à profit le chromatisme axial des objectifs, que les opticiens s'efforcent habituellement de réduire sinon de corriger. Le chromatisme axial est dû à la dispersion (variation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde) des verres utilisés dans les instruments d'optique. Comme les caractéristiques optiques d'un objectif dépendent de la longueur d'onde, l'image d'une source ponctuelle de lumière blanche est généralement un continuum de points images monochromatiques répartis le long de l'axe optique (fig. 2).



Fig. 2 - Principe du codage chromatique

En pratique (fig. 3), une source de lumière blanche est imagée au moyen de l'objectif à chromatisme axial étendu en une série d'images ponctuelles monochromatiques dans l'espace de mesure. Lorsqu'un objet intercepte l'espace de mesure au point M, une seule des images ponctuelles monochromatiques est alors focalisée en M. Par application de la propriété de confocalité seule la longueur d'onde λ_M sera transmise avec un maximum d'efficacité à travers le filtre spatial, les autres longueurs d'ondes étant par essence défocalisées au point M. De plus, notons que si l'objet se compose d'un empilement de couches minces (au moins partiellement) transparentes, on détecte simultanément, en une seule acquisition, toutes les interfaces situées dans l'espace de mesure sous forme d'une série de maxima d'intensité.

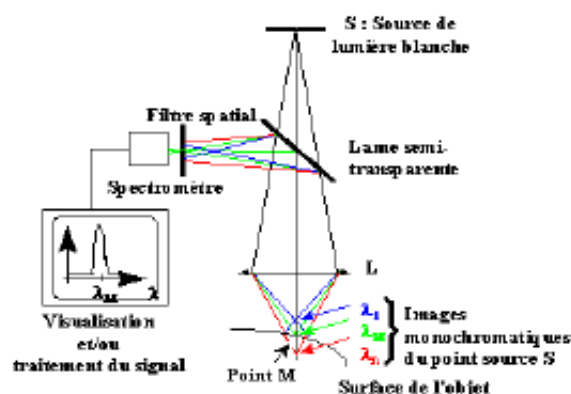


Fig. 3 - Schéma de principe de la microscopie confocale à champ étendu

Une fois que le signal lumineux a été sélectionné par filtrage spatial, il reste à le "décoder" pour en extraire l'information d'altitude recherchée. Cette opération est réalisée par analyse spectrométrique. Le signal monochromatique est envoyé sur un réseau de diffraction qui a la propriété de diriger chaque longueur d'onde dans une direction différente. Il suffit alors de calculer la position du maximum d'intensité observé sur une barrette CCD pour en extraire l'altitude du point M. Le principe d'imagerie confocale permet d'obtenir une excellente résolution spatiale et ce quel que soit l'éclairage ambiant.

STIL S.A.

440, rue Jean de Guiramaud - 13858 Aix-en-Provence Cedex 3 - France

Tel : +33 (0)4 42 39 66 51 - Fax : +33 (0)4 42 24 38 05

Email : stilSa@wanadoo.fr - web : www.stilSa.com

Annexe 4 : Caractéristiques du capteur optique.



CHR

CAPTEURS OPTIQUES

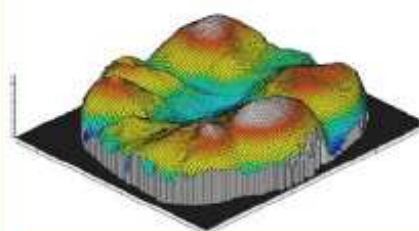
CAPTEURS OPTIQUES HAUTE RESOLUTION SANS CONTACT

APPLICATIONS

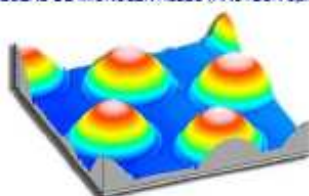
- ✓ MICROTOPOGRAPHIE
- ✓ RUGOSITE
- ✓ PROFILOMETRIE
- ✓ CONTROLE QUALITE EN LIGNE
- ✓ MESURE D'ÉPAISSEUR
- ✓ ANALYSE DE FORMES ET DE TEXTURES
- ✓ METROLOGIE DIMENSIONNELLE
- ✓ MESURE DE DISTANCE



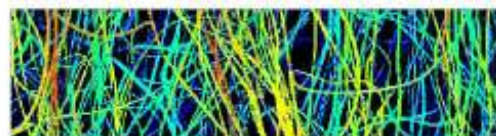
MESURE 3D D'UNE DENT (HAUTEUR 15mm)



RESEAU DE MICROLENTILLES (HAUTEUR 3µm)



FIBRES METALLIQUES



AVANTAGES

- ✓ ARCHITECTURE MODULAIRE
- ✓ NE NECESSITE AUCUNE PREPARATION DE L'ECHANTILLON A MESURER
- ✓ MESURES RAPIDES ET FIABLES, PILOTABLES DEPUIS UN PC
- ✓ DLL POUR INTERFACAGE FACILE
- ✓ ACQUISITION SIMULTANEE DES DONNEES D'ALTITUDE ET D'INTENSITE

ACCEPTTE TOUS TYPES DE MATERIAUX

- ✓ SURFACES RUGUEUSES OU POLIES.
- ✓ OBJETS DIFFUSANTS OU REFLECHISSANTS.
- ✓ MATERIAUX TRANSPARENTS OU OPAQUES
- ✓ METAUX, VERRE, CERAMIQUE, CUIR, BOIS, PAPIER OU PLASTIQUE
- ✓ REVETEMENTS, PEINTURE OU VERNIS.

DOA-201-E1-C

STIL S.A.

440, rue Jean de Guiramand - 13858 Aix-en-Provence Cedex 3 - France
 Tel. : +33 (0)4 42 39 66 51 - Fax : +33 (0)4 42 24 38 05
 Email : sales@stilsa.com - web : www.stilsa.com

SPECIFICATIONS TECHNIQUES

COFFRETS OPTOELECTRONIQUES				
Modèle	CHR 150	CHR 150- PC	CHR 450	CHR 450Ke- E
Tension d'alimentation	de 85 à 240 V 50 / 60 Hz	Alimenté par le bus PCI	de 85 à 240V 50 / 60 Hz	de 85 à 240V 50 / 60 Hz
Consommation	100 Watts	10 Watts	200 Watts	390 Watts
Source lumineuse	Tungstène Halogène, 50 W	LED blanche	Tungstène Halogène, 100 W	Arc Xénon externe, 300 W
Cadence de mesure	Jusqu'à 1 000 Hz	Jusqu'à 1 000 Hz	Jusqu'à 4 000 Hz	Jusqu'à 30 000 Hz
Traitement des données	Carte DSP embarquée	Carte DSP embarquée	PC embarqué	PC embarqué
Linearité	Meilleure que +/- 0,1%	Meilleure que +/- 0,1%	Meilleure que +/- 0,1%	Meilleure que +/- 0,1%
Sorties analogiques	2 sorties 0-10V	-	2 sorties 0-10V (option)	-
Sorties numériques	Par liaison série RS232	Bus PCI	Par liaison série RS232 ou RS422	Ethernet 100Mbps/s
Version multi-voie	2 voies 4 voies	Non disponible	2 voies	Non disponible

LES CAPTEURS CHR

• Utilisant le principe optique innovant d'imagerie confocale à profondeur de champ étendue (brevet STIL), ces capteurs compacts et robustes peuvent être installés sur des unités de production en ligne ou sur des systèmes de mesures 3D.

• Quand vous commandez un capteur CHR, vous devez choisir:

✓ Un coffret optoélectronique
✓ Un (ou plusieurs) crayon optique

✓ Une fibre optique de liaison par crayon optique

✓ Une calibration par crayon optique.

✓ Des logiciels de communication (option)

• Les crayons optiques sont interchangeables sur un même coffret optoélectronique, à l'aide d'un connecteur localisé sur la face avant du coffret.

• La grande diversité des crayons optiques permet d'envisager toutes les applications de la métrologie dimensionnelle : mesure de rugosité, analyse de formes et de textures, microtopographie, profilométrie, numérisation de maquettes et de prototypes...

CRAYONS OPTIQUES						
Plage de mesure micrométrique		OP020	OP080	OP300 VM	OP300 NL	OP350
Plage de mesure nominale (1)	µm	20	80	300	300	350
Distance de travail	mm	0.37	1.27	5	5.68	12.7
Résolution axiale	nm	2	8	10	10	10
Précision	nm	10	30	90	90	60
Plage de mesure millimétrique		OP1000	OP3000	OP10000	OP24000	
Plage de mesure nominale (1)	mm	1	3	10	24	
Distance de travail	mm	23.9	26.9	66.9	222.3	
Résolution axiale	nm	30	100	300	1500	
Précision	nm	300	1000	1000	3000	

(1) : La plage de mesure nominale est donnée pour le CHR 150. Lorsque le crayon optique est associé à un autre coffret, la plage peut être légèrement différente. Pour plus d'information, veuillez consulter la plaquette des crayons optiques.

FIBRES OPTIQUES DE LIAISON				
Longueur de fibre	2 m	3 m	4 m	10 m
50/125 gainée pvc Ø 2.8 mm	*	*	*	*
50/125 gainée inox souple Ø 5mm	*	*	*	*
20µm amincie gainée pvc Ø 1.9mm	*			

STIL S.A.

440, rue Jean de Guirmand
13858 Aix-en-Provence Cedex 3
France

Tel.: +33 (0)4 42 39 66 51
Fax: +33 (0)4 42 24 38 05

Email: sales@stilsa.com
web: www.stilsa.com

Votre distributeur